

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas I

MIF FDM II kursas, 3 semestras, 2013-11-05

Maksimali galima balų suma yra **10 balų** - t.y. maksimalią balų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių pilnai (pavyzdžiui, uždavinio, kurio vertė yra 1 balas galima nespręsti). **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Raskite funkcijos

$$f(x, y) = e^{x^y} y^{\ln x}$$

pirmosios eilės dalines išvestines.

[2 taškai]

Uždavinys 2. Raskite (jei egzistuoja)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(x^2 + 1 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$$

[2 taškai]

Uždavinys 3. Tarkime, kad $\{x^n\} = \{(x_1^n, x_2^n, x_3^n), n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}^3$, o $\{y^n\} = \{(y_1^n, y_2^n, y_3^n), n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{R}^3$ ir $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = x \in \mathbb{R}^3$. Be to, $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_1^n - y_1^n)^2 + (x_2^n - y_2^n)^2 + (x_3^n - y_3^n)^2 = 0$. Ar galima teigti, kad tuomet ir $\lim_{n \rightarrow \infty} y^n = x$? Atsakymą pagrįskite (įrodykite teiginį arba pateikite paneigiantį pavyzdį).

[2 taškai]

Uždavinys 4. Raskite funkcijos

$$f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

trūkio taškus. Ar galima funkciją f trūkio taškuose (jei tokių rasite) pataisyti pakeičiant (apibrėžiant) jos reikšmę tuose taškuose taip, kad ji taptų tolydi?

[2 taškai]

Uždavinys 5. Raskite funkcijos

$$f(x, y) = \arccos\left(\frac{1 + x^2 y^2}{2xy}\right)$$

apibrėžimo $D(f) \subset \mathbb{R}^2$ bei reikšmių $E(f) \subset \mathbb{R}$ sritis.

[1 taškas]

Uždavinys 6. Ar galima teigti, kad bet kokioms aibėms teisingas sąryšis $\overline{\bigcup_n A_n} \subset \bigcup_n \overline{A_n}$? O $\bigcup_n \overline{A_n} \subset \overline{\bigcup_n A_n}$? Atsakymus pagrįskite (kiekvieną teiginį įrodykite arba pateikite paneigiantį pavyzdį).

[2 taškai]

Parengė A.Lenkšas