

# Rinktiniai analizės skyriai

FDM 4 semestras

el. namų darbas VI

2015 04 08

## 1 Lorano eilutės

Išskleiskite Lorano eilutę taško  $z_0$  aplinkoje arba nurodytoje srityje.

**Uždavinys 1.**  $f(z) = \frac{1}{(z+2)(1+z^2)}$ ,  $1 < |z| < 4$ ;  $4 < |z| < \infty$ ;

*Ats.: Negalima;  $\frac{1}{5} \left( \frac{2^2+1}{z^3} - \frac{2^3+2}{z^4} + \frac{2^4-2}{z^5} - \frac{2^5-2}{z^6} + \dots \right)$*

**Sprendimas**

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{1}{(z+2)(1+z^2)} \\ &= \frac{1}{5} \left( \frac{1}{z+2} + \frac{2-z}{1+z^2} \right) \\ &= \frac{1}{5} \left( \frac{1}{z+2} + \frac{2-z}{z^2} \frac{1}{1+z^2} \right) \\ &= \frac{1}{5} \left( \frac{1}{z+2} + \frac{2}{z^2} \frac{1}{1+z^2} - \frac{1}{z} \frac{1}{1+z^2} \right) \end{aligned}$$

*Kai  $|z| > 2$ :*

$$\frac{1}{z+2} = \frac{1}{z} \left( 1 - \frac{2}{z} + \frac{2^2}{z^2} - \frac{2^3}{z^3} + \dots \right) = \frac{1}{z} - \frac{2}{z^2} + \frac{2^2}{z^3} - \frac{2^3}{z^4} + \frac{2^4}{z^5} - \frac{2^5}{z^6} + \dots$$

*Kai  $|z| > 1$ :*

$$\frac{2}{z^2} \frac{1}{1+z^2} = \frac{2}{z^2} \left( 1 - \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^4} - \frac{1}{z^6} + \dots \right) = \frac{2}{z^2} - \frac{2}{z^4} + \frac{2}{z^6} - \frac{2}{z^8} + \dots$$

*ir*

$$-\frac{1}{z} \frac{1}{1+z^2} = -\frac{1}{z} \left( 1 - \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^4} - \frac{1}{z^6} + \dots \right) = -\frac{1}{z} + \frac{1}{z^3} - \frac{1}{z^5} + \frac{1}{z^7} + \dots$$

*Belieka sudėti ir sugrupuoti ( $\frac{1}{z}$  ir  $\frac{2}{z^2}$  „dingsta“):*

$$\frac{2^2 + 1}{z^3} - \frac{2^3 + 2}{z^4} + \frac{2^4 - 1}{z^5} - \frac{2^5 - 2}{z^6} + \dots$$