

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas I

MIF FDM II kursas, 4 semestras, 2015-04-10

Kontrolinis darbas vertinamas pagal taisyklę „3+2“: surinkus bent 3 taškus, automatiškai pridedami dar 2 taškai. Maksimali galima (įskaitant ir pridėtus 2 taškus) taškų suma yra **10 taškų** - t.y. maksimalią taškų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių. **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Apskaičiuokite I tipo kreivinį integralą

$$\int_{\gamma} xy ds,$$

kai γ yra apskritimo $x^2 + y^2 = 1$ lanko dalis, esanti pirmajame ketvirtyje.

[1 taškas]

Uždavinys 2. Ar galima teigti, kad $\forall z \in \mathbb{C}$ yra teisinga lygybė

$$\sqrt[n]{z^n} = (\sqrt[n]{z})^n ?$$

Atsakymą pagrįskite.

[1 taškas]

Uždavinys 3. Apskaičiuokite integralą

$$\int_{|z|=5} \frac{z dz}{z^2 + 16}.$$

[1 taškas]

Uždavinys 4. Tarkime, kad $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = A \neq \infty$, o $\lim_{n \rightarrow \infty} \xi_n = B \neq \infty$. Įrodykite, kad

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z_1 \xi_1 + z_2 \xi_2 + \dots + z_n \xi_n}{n} = AB.$$

[2 taškai]

Uždavinys 5. Išsleiskite Lorano eilutę taško $z_0 = 5$ aplinkoje funkciją

$$f(z) = \frac{z - 3}{z^2 - 7z + 10}$$

[1 taškas]

Uždavinys 6. Apskaičiuokite

$$\int_L e^{\bar{z}} dz,$$

jei L yra tiesės $y = -x$ atkarpa, jungianti tašką $z_1 = 0$ su tašku $z_2 = \pi(1 - i)$.

[2 taškai]

Uždavinys 7. Tarkime, kad funkcijos f ir g tašką z_0 vaizduoja į taškus, esančius ant apskritimo $|z| = \frac{1}{2}$. Be to, abi funkcijos taško z_0 aplinką „ištempia“ 2 kartus. Ar galima teigti, kad atvaizdis fg taško z_0 aplinką „ištempia“ ne mažiau nei 4 kartus? Atsakymą pagrįskite.

[1 taškas]

Parengė A.Lenkšas