

Namų darbų uždaviniai

I tipo kreiviniai integralai

Uždavinys 1. $\int_L xy ds$, kai L yra stačiakampio su viršūnėmis taškuose $(0, 0)$, $(4, 2)$, $(0, 2)$ ir $(4, 0)$ kontūras.

Uždavinys 2. $\int_L y ds$, kai L yra parabolės $y^2 = 2x$ lankas tarp taškų $(0, 0)$ ir $(1, \sqrt{2})$.

Uždavinys 3. $\int_L x^2 ds$, kai L yra apskritimo $x^2 + y^2 = a^2$ viršutinė dalis.

Uždavinys 4. $\int_L (z^2 + y^2)^n ds$, kai L yra apskritimas $z^2 + y^2 = a^2$.

Uždavinys 5. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$, kai L : $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(t - t \cos t)$.

Uždavinys 6. $\int_L \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, kai L yra tiesės $y = \frac{x}{2} - 2$ atkarpa tarp taškų $(0, -2)$ ir $(4, 0)$.

II tipo kreiviniai integralai

Uždavinys 7. $\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$, kai L yra parabolė $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$). Pastaba: čia ir toliau integruoti parametro didėjimo kryptimi (jei nepasakyta kitaip).

Uždavinys 8. $\int_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, kai L yra kreivė $y = 1 - |1 - x|$ ($0 \leq x \leq 2$).

Uždavinys 9. $\int_L (x + y)dx + (x - y)dy$, kai L yra elipsė $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, apeinama prieš laikrodžio rodyklę.

Uždavinys 10. $\int_L (2a - y)dx + xdy$, kai L yra cikloidė $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).

Uždavinys 11. $\int_L \frac{(x+y)dx - (x-y)dy}{x^2 + y^2}$, kai L yra apskritimas $x^2 + y^2 = a^2$, apeinamas prieš laikrodžio rodyklę.

Uždavinys 12. $\int_{(1,-1)}^{(1,1)} (x - y)(dx - dy)$.

Uždavinys 13. $\int_{(-2,-1)}^{(3,0)} (x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy$.

Uždavinys 14. $\int_{(0,0)}^{(1,1)} x(1 + 6y^2)dx + y(1 + 6x^2)dy$.

Uždavinys 15. $\int_{(0,1)}^{(1,0)} (3x^2 - 2xy + y^2)dx - (x^2 - 2xy)dy$.

Kompleksinio kintamojo funkcijos kreivinis integralas

Uždavinys 16. $\int_L z^2 + 4z + 1 dz$, kai L yra laužtė, jungianti taškus $z_1 = 0$, $z_2 = 1 + i$ ir $z_3 = 2 + i$.

Uždavinys 17. $\int_L (1 + i - 2\bar{z}) dz$, kai L yra parabolės $y = x^2$ dalis tarp taškų 0 ir $1 + i$.

Uždavinys 18. $\int_L z \operatorname{Im} z^2 dz$, kai $L: |z| = 1, \pi \leq \arg z \leq 2\pi$.

Uždavinys 19. $\int_L (2z + 3\bar{z}) dz$, kai $L: |z| = 1, \operatorname{Im} z \leq 0$, einant prieš laikrodžio rodyklę.