

Rinktiniai analizės skyriai

FDM 4 semestras
el. namų darbas II

2015 03 04

1 Kompleksinių skaičių sekos

1. Ar galima teigti, kad, jei $\lim |z_n| = a$, tai $\exists \lim z_n$? Ar galima teigti, kad, jei $\lim z_n = z$, tai $\lim |z_n| = |z|$?
2. Raskite šių seku ribas:

(a) $z_n = \frac{n^2}{n^2+3} - \frac{2ni}{n+2i}$

(b) $z_n = n \left(\frac{1+i}{2}\right)^n$

(c) $z_n = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$

(d) $z_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right) e^{i\frac{\pi}{n}}$

(e) $z_n = \frac{e^{i\pi n} - in}{1+in}$

(f) $z_n = (1 + 3i)^n + \frac{2}{n}$

(g) Tarkime $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = A \neq \infty$. Įrodykite, kad

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = A.$$

2 Kompleksinių skaičių eilutės

3. Ištyrinkite ar (ir kaip - reliatyviai ar absoliučiai) konverguoja eilutės:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{(n+i)^2}$;

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+in}{n+2i} \left(\frac{n}{1+n}\right)^{n^2}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n}$;

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\frac{\pi}{n}}}{n}$;

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2}$;

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin(in)}{5^n}$;