

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas I

MIF FDM II kursas, 4 semestras, 2014-04-08

Maksimali galima taškų suma yra **10 taškų** - t.y. maksimalią taškų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių. **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Apskaičiuokite I tipo kreivinį integralą

$$\int_{\gamma} \frac{ds}{x^2 + y^2},$$

kai $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$.

[2 taškai]

Uždavinys 2. Apskaičiuokite II tipo kreivinį integralą

$$\int_{M_1 M_2} \frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

kai $M_1(x_1, y_1)$ yra taškas ant apskritimo $x^2 + y^2 = a^2$, o $M_2(x_2, y_2)$ yra taškas ant apskritimo $x^2 + y^2 = b^2$.

[2 taškai]

Uždavinys 3. Ištyrinkite eilutės

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{2 - in}$$

konvergavimą. Nustatykite ar eilutė konverguoja absoliučiai, reliatyviai, ar diverguoja.

[2 taškai]

Uždavinys 4. Raskite laipsninės eilutės

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(i+n)(z+2)}{2in} \right)^n$$

konvergavimo spindulį.

[1 taškas]

Uždavinys 5. Raskite tokią kompleksinių skaičių seką (z_n) , kad visi sekos $(\cos z_n)$ nariai būtų realūs skaičiai, o $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos z_n = 2$.

[1 taškas]

Uždavinys 6. Į kokią sritį funkcija $w = \frac{z}{z-1}$ vaizduoja skritulį $|z-1| < 1$?

[1 taškas]

Uždavinys 7. Apskaičiuokite $\int_L (z^2 + z\bar{z})dz$, jei $L: |z| = 1, \text{Im}z \geq 0$, einant prieš laikrodžio rodyklę.

[2 taškai]

Uždavinys 8. Tarkime, kad kurioje nors srityje funkcijos f bei \bar{f} yra analizinės. Įrodykite, kad tuomet tos funkcijos toje srityje yra pastovios.

[1 taškas]

Parengė A.Lenkšas