

Rinktiniai analiz [U+FFFD]kyriai, EKO+FDM, 4 semestras
Kontrolinis darbas Nr.1, 2012 03 30

1. Išskleiskite funkciją $f(z) = \frac{z+2}{z^2-4z+3}$ Lorano eilute žieduose $0 < |z-1| < 2$
ir $|z-1| > 2$. [2 tšk.]

2. Apskaičiuokite integralą

$$\int_{|z|=2} \frac{z^3+2}{(z^2-1)(z^2+9)} dz. \quad [2 \text{ tšk.}]$$

3. Apskaičiuokite integralą $\int_{\Gamma} \frac{1+z^2}{z} dz$ apskritimo $|z|=R > 0$ lanku $\text{Im } z \geq 0$
nuo taško $z_1 = R$ iki taško $z_2 = -R$. [2 tšk.]

4. Apskaičiuokite pirmo tipo kreivinį integralą $\int_{\Gamma} (x^2 + xy) dl$ pusapskritimiu
 $\Gamma := \{(x, y) : x^2 + y^2 = 3, x \leq 0\}$. [1 tšk.]

5. Ar funkcija $f(z) = z^2 \cdot \bar{z}$ yra \mathbb{C} -diferencijuojama? Ar holomorfinė? [1 tšk.]

6. Raskite sekos $\left\{ \frac{e^{in} - i}{1 + in} \right\}$ ribą. [1 tšk.]

7. Ištirkite kaip (ar) konverguoja eilutė

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{i\pi}{n}} - e^{i\pi}}{\sqrt{n(n+1)}}. \quad [1 \text{ tšk.}]$$

8. Apskaičiuokite $z^4 + z^{-4}$, kai z yra lygties $z + \frac{1}{z} = 1$ šaknys. [1 tšk.]

$\mathbb{A} \ \& \ \mathbb{K}$