

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas II

MIF FDM II kursas, 3 semestras, 2014-12-17

Maksimali galima balų suma yra **10 balų** - t.y. maksimalią balų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių pilnai (pavyzdžiui, uždavinio, kurio vertė yra 1 balas galima nespręsti). **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Raskite funkcijos $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ sąlyginius ekstremumus, kai $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Čia $a > 0$, $b > 0$ ir $c > 0$. [1 taškas]

Uždavinys 2. Raskite didžiausią ir mažiausią funkcijos $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ reikšmes srityje $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$. [2 taškai]

Uždavinys 3. Ar funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{|x| + |y|} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

yra diferencijuojama taške $(0, 0)$? Atsakymą pagrįskite. [2 taškai]

Uždavinys 4. Ar galima sukonstruoti tokią taško $(1, 1, 1)$ aplinkoje tolydžią ir turinčią tolydžias pirmos bei antros eilės dalines išvestines funkciją $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, kuri taške $(1, 1, 1)$ įgytų lokalųjį ekstremumą (maksimumą ar minimumą) ir tenkintų tokias sąlygas:

1. $f'_x(1, 1, 1) = 0$, $f'_y(1, 1, 1) = 0$, $f'_z(1, 1, 1) = 0$;
2. $f''_{xx}(1, 1, 1)$ ir $f''_{yy}(1, 1, 1)$ būtų skirtingo ženklo?

Savo atsakymą pagrįskite - pateikite tokios funkcijos pavyzdį arba paaiškinkite kodėl negalima sukonstruoti.

[2 taškai]

Uždavinys 5. Raskite funkcijos $f(x, y) = x^4 + y^4 - 36xy$ lokaliuosius ekstremumus.

[2 taškai]

Uždavinys 6. Apskaičiuokite

$$\iiint_D x dx dy dz,$$

jei sritis D ribojama plokštumomis $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $z = 0$ bei $y + z = 1$.

[2 taškai]

Parengė A.Lenkšas