

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas II

MIF FDM II kursas, 3 semestras, 2013-12-17

Maksimali galima balų suma yra **10 balų** - t.y. maksimalią balų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių pilnai (pavyzdžiui, uždavinio, kurio vertė yra 1 balas galima nespęsti). **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Raskite funkcijos $u = f(xy, \frac{x}{y})$ antrosios eilės dalinę išvestinę u''_{yy} . Laikykite, kad funkcija f yra dukart diferencijuojama.

[2 taškai]

Uždavinys 2. Raskite (jei egzistuoja) funkcijos

$$f(x, y) = xy + yz + zx$$

lokaliuosius ekstremumus.

[2 taškai]

Uždavinys 3. Raskite (jei egzistuoja) funkcijos

$$f(x, y, z) = xyz$$

sąlyginius ekstremumus, kai

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3.$$

[2 taškai]

Uždavinys 4. Apskaičiuokite

$$\iint_D x dx dy,$$

jei D yra sritis, ribojama kreivėmis $y = 3x^2$ ir $y = 6 - 3x$.

[1 taškas]

Uždavinys 5. Raskite (jei egzistuoja) funkcijos

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

išvestinę bei antrosios eilės dalines išvestines taške $(0, 0)$. Atsakymą pagrįskite (jei kuris iš šių objektų neegzistuoja - įrodykite).

[2 taškai]

Uždavinys 6. Ar egzistuoja funkcija $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, kuri taške $(1, 1)$ įgyja didžiausią savo reikšmę, nors abi dalinės išvestinės tame taške ($f'_x(1, 1)$ bei $f'_y(1, 1)$) ir neegzistuoja? Atsakymą pagrįskite: jei tokia funkcija egzistuoja, nurodykite ją bei įrodykite, kad ji atitinka reikiamas sąlygas. Savo ruožtu, jei tokia funkcija neegzistuoja, įrodykite tai.

[2 taškai]

Parengė A.Lenkšas