

Rinktiniai analizės skyriai. Kontrolinis darbas I

MIF FDM II kursas, 3 semestras, 2014-11-12

Maksimali galima balų suma yra **10 balų** - t.y. maksimalią balų sumą galima surinkti ir neišsprendus visų užduočių pilnai (pavyzdžiui, uždavinio, kurio vertė yra 1 balas galima nespręsti). **Sėkmės!**

Uždavinys 1. Ar funkcija $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ yra tolygiai tolydi aibėje \mathbb{R}^3 ? [2 taškai]

Uždavinys 2. Raskite funkcijos $f(x, y, z) = \ln(x^y y^z z^x)$, $x > 0, y > 0, z > 0$ pirmosios eilės dalines išvestines. [2 taškai]

Uždavinys 3. Raskite funkcijos $u(x, y, z) = f(x+y, x^2+y^2)$ antros eilės dalinę išvestinę f''_{xy} . Laikykite, kad funkcija f yra du kartus diferencijuojama. [2 taškai]

Uždavinys 4. Apskaičiuokite (jei egzistuoja) ribas

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin |x - y|}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin |x - y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

bei

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin |x - y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

[2 taškai]

Uždavinys 5. Nustatykite ar aibė

$$A = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : 0 < x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq 1\}$$

yra a) atvira, b) uždara d) kompaktiška? Atsakymą pagrįskite.

[2 taškai]

Uždavinys 6. Raskite ribą (jei ji egzistuoja)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} (1 + x^2 y)^{\frac{2}{x \sin x + x^2 y}}$$

[1 taškas]

Parengė A.Lenkšas