

Aukštosios matematikos kontrolinis  
(Algebra ir geometrija)  
II - as variantas

.....  
2012.11.05

1. Kai  $t \in \mathbb{R}$ , parametrinės tiesės lygtys yra:

$$\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = 2t \\ z = 4t - 2 \end{cases}$$

Raskite:

1.1 Kanoninę tiesės lygtį. (1 taškas)

1.2 Su kokiomis  $a$  ir  $b$  reikšmėmis plokštuma  $x + ay + bz - 10 = 0$  statmena duotajai tiesei? (2 taškai)

1.3 Raskite taško  $(1, 4, 9)$  atstumą iki duotosios tiesės. (3 taškai)

2. Duota elipsė:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1.$$

Raskite:

2.1 Židinių koordinates ir direktrisių lygtis. (1 taškas)

2.2 Užrašykite liestinės einančios per tašką  $(3, 3\sqrt{2})$  lygtį bei raskite jos atstumą iki taško  $(0; 0)$ . (2 taškai)

2.3 Tarkime, turime kitą elipsę  $E$  ir žinome, kad jos ekscentricitetas yra  $9/10$ . Kuri elipsė yra labiau ištempta  $x$  ašies atžvilgiu, duotoji sąlygoje ar  $E$ ? Atsakymą pagrįskite. (1 taškas)

3. Duota antros eilės kreivė:  $3x^2 - 4y^2 - 12x - 8y - 4 = 0$ .

3.1 Suveskite ją į kanoninį pavidalą. (2 taškai)

3.2 Kaip vadinama ši antros eilės kreivė? Kokios jos centro koordinatės? (1 taškas)

4. Atvirkštinės matricos metodu išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 2 \\ x + z = 0 \end{cases} \quad (4t.)$$

5. Duoti vektoriai  $e_1 = (2; 1; -3)$ ,  $e_2 = (3; 2; -5)$ ,  $e_3 = (1; -1; 1)$ .

5.1 Įrodykite, kad duotieji vektoriai sudaro erdvės bazę. (3 taškai)

5.2 Raskite vektoriaus  $x = (1; 0; -1)$  koordinates duotojoje bazėje. (2 taškai)

6. Tegu  $z$  - kompleksinis skaičius. Kompleksinėje plokštumoje pavaizduokite aibę taškų:

$$\begin{cases} z\bar{z} \leq 1 \\ \text{Im}(z) \leq 2/3 \end{cases} \quad (3t.)$$

7. Duotas polinomas  $f(x) = 4x^6 - 4x^5 - 8x^4 + 16x^3 - 20x^2 + 20x - 8$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

7.1 Skaičius 1 yra polinomo šaknis. Nustatykite jos kartotinumą. (2.5 taško)

7.2 Raskite likusias polinomo šaknis. (2.5 taško)