

Aukštosios matematikos kontrolinis
(Algebra ir geometrija)
I - as variantas

.....
2012.11.05

1. Kai $t \in \mathbb{R}$, parametrinės tiesės lygtys yra:

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t - 1 \\ z = 4t - 2 \end{cases}$$

Raskite:

1.1 Kanoninę tiesės lygtį. (1 taškas)

1.2 Su kokia a reikšme plokštuma $x + ay + z - 5 = 0$ lygiagreti duotajai tiesei? (2 taškai)

1.3 Raskite taško $(2, 3, 9)$ atstumą iki duotosios tiesės. (3 taškai)

2. Duota elipsė:

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1.$$

Raskite:

2.1 Židinių koordinates ir direktrisių lygtis. (1 taškas)

2.2 Užrašykite liestinės einančios per tašką $(2, \frac{16}{3})$ lygtį bei raskite jos atstumą iki taško $(0; 0)$. (2 taškai)

2.3 Tarkime, turime kitą elipsę E ir žinome, kad jos ekscentricitetas yra $8/10$. Kuri elipsė yra labiau ištempta x ašies atžvilgiu, duotoji sąlygoje ar E ? Atsakymą pagrįskite. (1 taškas)

3. Duota antros eilės kreivė: $4x^2 + 5y^2 + 16x - 30y + 41 = 0$.

3.1 Suveskite ją į kanoninį pavidalą. (2 taškai)

3.2 Kaip vadinama ši antros eilės kreivė? Kokios jos centro koordinatės? (1 taškas)

4. Atvirkštinės matricos metodu išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 1 \\ 2x + z = 1 \end{cases} \quad (4t.)$$

5. Duoti vektoriai $e_1 = (2; 1; -3)$, $e_2 = (3; 2; -5)$, $e_3 = (1; -1; 1)$.

5.1 Įrodykite, kad duotieji vektoriai sudaro erdvės bazę. (3 taškai)

5.2 Raskite vektoriaus $x = (1; 1; -2)$ koordinates duotojoje bazėje. (2 taškai)

6. Tegu z - kompleksinis skaičius. Kompleksinėje plokštumoje pavaizduokite aibę taškų:

$$\begin{cases} z\bar{z} \leq 1 \\ \operatorname{Im}(z) \geq 1/3 \end{cases} \quad (3t.)$$

7. Duotas polinomas $f(x) = 2x^6 - 10x^5 + 20x^4 - 24x^3 + 22x^2 - 14x + 4$, $x \in \mathbb{R}$.

7.1 Skaičius 1 yra polinomo šaknis. Nustatykite jos kartotinumą. (2.5 taško)

7.2 Raskite likusias polinomo šaknis. (2.5 taško)