

# Bandomasis kontrolinis (Algebra ir geometrija)

2012 m. spalio 29 d.

1. Kai  $t \in \mathbb{R}$ , parametrinė tiesės lygtys yra:

$$\begin{cases} x = 7t \\ y = 3t - 2 \\ z = 5t + 1 \end{cases}$$

Raskite:

1.1 Kanoninę tiesės lygtį. (1 taškas)

1.2 Tokias  $a$  ir  $b$  reikšmes, su kuriomis vektorius  $(2, a, b)$  būtų lygiagretus duotai tiesei. (1 taškas)

2. Duotos dvi susikertančios tiesės:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1} \quad \text{ir} \quad \begin{cases} x-z+2=0 \\ y-2z-1=0. \end{cases}$$

Raskite:

2.1 Antrosios tiesės kanoninę lygtį. (2 taškai)

2.2 Plokštumos lygtį, kuriai priklauso abi duotosios tiesės. (3 taškai)

3. Antros eilės kreivė duota lygtimi:

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1.$$

Raskite ir atsakykite:

3.1 Kaip vadinama ši antros eilės kreivė? (1 taškas)

3.2 Židinių koordinates, asimptočių ir direktrisių lygtis. (2 taškai)

3.3 Su kokia  $\lambda$  reikšme (ar reikšmėmis) tiesė  $72x - 5\lambda y - 120 = 0$  yra duotosios kreivės liestinė? (3 taškai)

4. Antros eilės kreivę  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$  suveskite į kanoninį pavidalą. Kaip vadinama ši antros eilės kreivė? (3 taškai)

5. Taikydami Kramerio formules išspręskite lygčių sistemą:

$$\begin{cases} x - y + z = -2 \\ 2x + y - 2z = 6 \\ x + 2y + 3z = 2 \end{cases} \quad (3t.)$$

6. Duoti vektoriai  $e_1 = (2; 1; -3)$ ,  $e_2 = (3; 2; -5)$ ,  $e_3 = (1; -1; 1)$ .

6.1 Įrodykite, kad duotieji vektoriai sudaro erdvės bazę. (2 taškai)

6.2 Raskite vektoriaus  $x = (6; 2; -7)$  koordinates duotojoje bazėje. (2 taškai)

7. Tegu  $z$  - kompleksinis skaičius.

7.1 Išspręskite lygtį:  $z\bar{z} + 2\bar{z} + z = 2 - 2i$ . (2 taškai)

7.2 Gautą sprendinį (ar sprendinius) pavaizduokite kompleksinėje plokštumoje. (1 taškas)

8. Duotas polinomas  $f(x) = 12x^3 - 16x^2 + 7x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

8.1 Raskite polinomo šaknis. (2 taškai)

8.2 Nustatykite šaknų kartotinumus. (2 taškai)

## Atsakymai

1.1  $x/7 = (y + 2)/3 = (z - 1)/5$ .

1.2  $a = 6/7, b = 10/7$ .

2.1  $x/1 = (y - 5)/2 = (z - 2)/1$ .

2.2  $x + 2y - 5z = 0$ .

3.1 Hiperbolė.

3.2 Židiniai:  $(\pm 7; 0)$ . Asimptotės:  $y = \pm 2\sqrt{6}/5x$ . Direktrisės:  $x = \pm 25/7$ .

3.3  $\lambda = \pm 8\sqrt{3}$ .

4.1 Hiperbolė:  $-(x - 2)^2/9 + (y + 1)^2/16 = 1$ . Pabandykite nusipiešti jos grafiką.

5 Sprendinys:  $(1, 2, -1)$ .

6.1 Sistema

$$\begin{cases} 2a + 3b + c = 0 \\ a + 2b - c = 0 \\ -3a - 5b + c = 0 \end{cases}$$

turi tik vienintelį sprendinį.

6.2  $(1; 1; 1)$

7.1  $z_1 = -1 + 2i, z_2 = -2 + 2i$ .

7.2 Du skaičiai kompleksinėje plokštumoje,  $Re(z_1) = -1, Re(z_2) = -2,$   
 $Im(z_1) = Im(z_2) = 2$ .

8.1  $f(1/2) = f(1/3) = 0$ .

8.2  $1/2$  - kartotinumasis 2,  $1/3$  - kartotinumasis 1,  $f(x) = 12(x - 1/2)^2(x - 1/3)$ .