**§3. Bankroto tikimybės išraiška**

Praėjusią paskaitą gavome bankroto tikimybių rekurenčiąją lygtį.

Šioje išraiškoje kairėje pusėje sumuokime bankroto tikimybės reikšmes nuo 0 iki

Dviguboje sumoje pakeitę sumavimo tvarką turėsime



Tuomet,

Grįždami prie praėjusios paskaitos formulės, paėmę ir iš sumos atskyrę pirmąjį dėmenį turėsime

Tuomet,

Iš (1) ir (2) formulių gauname,

Suprastinę turėsime

Supaprastinsime pirmosios sumos skliaustuose esančius narius

Tokiu būdu gavome dar vieną išraišką bankroto tikimybei.

**§ 4. Bankroto tikimybės asimptotika, kai žalos vidurkis mažesnis už 1.**

Kadangi, kiekvienu laiko momentu draudikas gauna premiją lygią 1 piniginiam vienetui, tai iš formulės (1)

intuityviai turėtų būti aišku, kad draudiko valdomas turtas gali nukristi iki 0 ir įvykti bankrotas, jei įgyjamos žalos vidurkis didesnis už 1 ir žalą kompensuos gauta piniginė premija, jei žalos vidurkis didesnis už 1.

Tolimesniam nagrinėjimui bus reikalingos žinios iš tikimybių teorijos.

Įrodysime teoremą apie bankroto tikimybės asimptotiką, kai

**Teorema 2.**

Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis , tai .

**Įrodymas**

Pagal apibrėžimą

Pažymėkime sekos

 sumų seką

Kadangi,

Taip pat pažymėkime

Tuomet, bankroto tikimybė

Parodysime, kad

Pagal Kolmogorovo teoremą (Didžiųjų skaičių dėsnį) turime, kad

Todėl,

Kadangi,

tai

Pastaroji sąlyga reiškia, kad kiekvienam egzistuoja

Tuomet,

Kadangi,

Tuomet iš (3) turime,

Turime, kad

Tuomet iš (4) gauname, kad

su visais . Iš čia, kadangi tai teisinga kiekvienam gauname

Teorema įrodyta.

**§ 5. Bankroto tikimybė, kai žalos vidurkis didesnis už 1.**

**Teorema 3.**

Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis, tuomet visoms pradinio kapitalo reikšmėms.

**Įrodymas**

Kadangi,

Tuomet, pagal Kolmogorovo teoremą (Didžiųjų skaičių dėsnį)

Teorema įrodyta.

**Pastaba:** Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis, tuomet visoms pradinio kapitalo reikšmėms.

**§ 6. Formulė vidurkiui.**

Norint išvesti bankroto tikimybės formulę nulinei pradinio kapitalo reikšmei, bus reikalinga formulė sveikareikšmio atsitiktinio dydžio vidurkiui apskaičiuoti.

**Lema**

Jei - sveikareikšmis neneigiamas atsitiktinis dydis, tai jo vidurkis gali būti surastas pagal tokią formulę

**Įrodymas**

Pagal apibrėžimą

Turime, kad

Tuomet,

Taigi,

1. Tarkime, kad , taigi eilutė

Tuomet,

0

Tada, pagal (1) formulę

1. Jei

Tuomet, iš (1)

 **§ 7. Bankroto tikimybė nulinei pradinio kapitalo reikšmei.**

Sekanti teorema suteikia galimybę surasti bankroto tikimybę nulinei pradinio kapitalo reikšmei, kai vidurkis .

**Teorema 4.**

Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis , tai

**Įrodymas**

Turime, kad

Nagrinėkime antrąją sumą

Jei , tai todėl,

Iš (1)

Įrodysime, kad

Fiksuokime skaičių

Nagrinėkime sumą

.

Šioje sumoje ir .

Jei turime baigtinę sumą

Pastaroji suma yra baigtinė ir jos kiekvienas narys artėja prie 0.

Teorema įrodyta.

**Išvada1.**

Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis , tai

**Įrodymas**

Kai , tai bankroto tikimybė

Aišku, kad

**Išvada 2**

 Jei žalas generuojančio atsitiktinio dydžio vidurkis , tai

**Įrodymas**

Pagal (4)

Ir (5) teoremas

Turime, kad

**Užduotys**

**1.**

Tarkime žala turi skirstinį

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Z | 0 | 2 |
|  | 2/3 | 1/3 |

Rasti bankroto tikimybę visoms pradinio kapitalo reikšmėms.

**2.**

Tarkime žala turi skirstinį

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Z | 0 | 1 | 2 |
|  | 2/3 | 1/6 | 1/6 |

Rasti bankroto tikimybę visoms pradinio kapitalo reikšmėms.

**3.**

Apskaičiuokite bankroto tikimybę visoms pradinio kapitalo reikšmėms, kai žala turi skirstinį

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Z | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 5/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 |

**4.**

Tarkime, žala pasiskirsčiusi pagal geometrinį dėsnį

,

Rasti bankroto tikimybės išraišką visoms pradinio kapitalo reikšmėms.

**5.**

Tarkime, žala pasiskirsčiusi pagal apibendrintą geometrinį dėsnį

; , ,

Rasti bankroto tikimybę visoms pradinio kapitalo reikšmėms;

**6.**

Naudodamiesi įrodyta lema apskaičiuokite atsitiktinio dydžio vidurkį, kai jis pasiskirstęs pagal apibendrintą geometrinį dėsnį.