**§ 1. Vektorių šeimos rangas**

Tarkime, vektorinė erdvė virš kūno .

**Apibrėžimas 1.**

Vektorių šeimos rangu vadinamas didžiausias šeimos tiesiškai nepriklausomų vektorių skaičius . (žymimas ).

Jei , tai .

Tarkime, kad žinomos vektorių šeimos koordinatės, kurioje nors bazėje:

..........................................

Norint surasti koks šios šeimos rangas vektorių koordinates surašome į matricą

Taikydami elementariuosius pertvarkymus randame šios matricos trapecinį pavidalą:

Tuomet, vektorių šeimos rangas bus lygus šios matricos nenulinių eilučių skaičiui.

Tarkime, kad erdvės dimensija yra . Tai reiškia, kad šioje erdvėje gali būti daugiausia tiesiškai nepriklausomų vektorių: . Kad nustatyti ar vektoriai tiesiškai nepriklausomi juos galime surašyti į matricą ir ką tik aprašytu būdu nustatyti vektorių sistemos rangą. Kitas būdas yra sekantis. Kadangi , tai kiekvienas vektorius , turės kordinačių. Iš šių koordinačių sudarome tos eilės kvadratinę matricą ir apskaičiuojame jos determinantą, jei jis nelygus 0, tai šeima tiesiškai nepriklausoma, jei lygus 0, tai tiesiškai priklausoma.

**§ 2. Perėjimo matrica**

Nustatysime, kaip susijusios vektoriaus koordinatės skirtingose bazėse.

Tarkime, kad vektoriaus kordinatės bazėje yra , o bazėje koordinatės yra . Tuomet, vektorių galime užrašyti

ir

Bazės vektorius išreikškime per kitos bazės vektorius

.......................................................

Vektorių koordinates bazėje surašykime į matricą

Matrica vadinama perėjimo matrica iš bazės į bazę .

Taigi perėjimo matrica- tai naujosios bazės koordinatės senojoje bazėje.

Perėjimo matrica yra neišsigimusi, taigi visuomet turi atvirkštinę matricą .

Imkime vektorių stulpelius

ir

Tuomet, (3) sąlygą galime užrašyti matriciniu pavidalu:

Vektoriaus išraiška matriciniu pavidalu skirtingose bazėse, pasiremiant (1) ir (2) formulėmis bus

Pasinaudojus išraiška turėsime, kad

Kadangi, vektoriaus koordinatės duotoje bazėje randamos vienareikšmiškai, tai gauname, kad

Pastaroji formulė atskleidžia ryšį, kaip susijusios duoto vektoriaus koordinatės senojoje ir naujojoje bazėse su perėjimo matrica.

**§ 3. Poerdviai**

**Apibrėžimas 2.**

Tiesinės erdvės virš kūno netuščias poaibis vadinamas šios erdvės tiesiniu poerdviu, jei

1. ,;
2. , .

Tai gali būti užrašyta ir taip:

, ir ,.

Tiesinės erdvės poerdvis yra tiesinė erdvė virš to paties kūno.

Kiekviena tiesinė erdvė turi bent du poerdvius ir . Šie pordviai vadinami trivialiaisiais.

Jei yra t virš kūno , ir , tuomet jos poaibis

taip pat yra šios tiesinės erdvės poerdvis.

Taip pat

bus tiesinės erdvės virš kūno poerdvis.

**Apibrėžimas 3.**

Vektorių šeimos tiesiniu apvalkalu yra vadinamas tiesinis poerdvis

.

Tiesinis apvalkalas yra mažiausias poerdvis, kuriam priklauso vektoriai .

.

**Apibrėžimas 4.**

Tiesinės erdvės virš kūno poerdvių suma vadinamas jos poerdvis

.

**Apibrėžimas 5.**

Tiesinės erdvės virš kūno poerdvių sankirta vadinamas jos poerdvis

.

Yra įrodoma, kad

.

**Apibrėžimas 6.**

Tiesinės erdvės virš kūno poerdvių tiesiogine suma vadinamas jos poerdvis

.

**Teorema.**

Tiesinė erdvė virš kūno yra poerdvių tiesiogine suma tada ir tik tada kai kiekvieną galime vieninteliu būdu išreikšti , kur ir .

**Įrodymas**

**Būtinumas**

Tarkime, kad , tuomet, kiekvieną galime užrašyti

kur ir w.

Tarkime, kad egzistuoja kitas išreiškimo būdas

kur ir .

Iš čia turime, kad

ir

ir . Tačiau, . Todėl,

ir . Iš čia, ir .

**Pakankamumas**

Imkime . Tuomet, . Tai reiškia, kad galime išreikšti dviem būdais, todėl .

Jei

tai

.

**§ 4. Tiesinės erdvės faktorerdvė pagal tiesinį poerdvį**

Tarkime, kad yra tiesinė erdvė virš kūno ir - jos tiesinis poerdvis.

Apibrėžkime tiesinio poerdvio elemento ekvivalentumo klasę

Tuomet, aibė sudaryta iš poerdvio ekvivalentumo klasių t.y.

vadinama tiesinės erdvės faktorerdve pagal tiesinį poerdvį .

Apibrėžkime šioje aibėje dviejų ekvivalentumo klasių sumą, bei daugybą iš kūno elemento , tokiu būdu

ir

Tada galime įrodyti, kad faktorerdvė yra tiesinė erdvė virš to paties kūno .

Šios tiesinės erdvės nulis yra poerdvis .

Be to yra įrodoma, kad

ir jei

,

tai

.