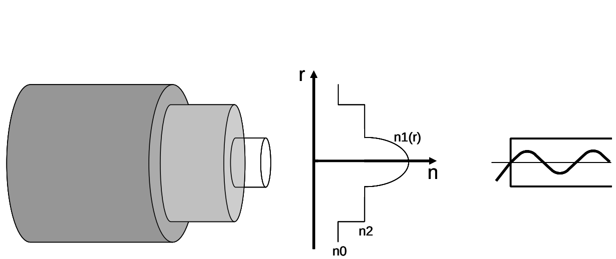
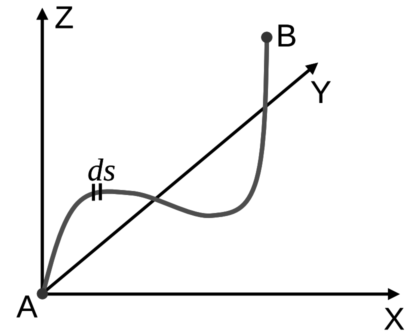
Šviesolaidžių optika

Šviesos sklidimas gradientiniuas šviesolaidžiais

Šviesolaidžių optika III





Spindulių trajektorija nevienalytėje terpėje

$$\delta \int_A^B n(\vec{r})ds = 0$$

Ferma principas

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\vec{r}}{ds}\right) = \nabla n$$

Nevienalytėje pagal lūžio rodiklį terpėje spindulių trajektorijos aprašomos spindulių lygtimi:

∇n - lūžio rodiklio ***n*** gradientas

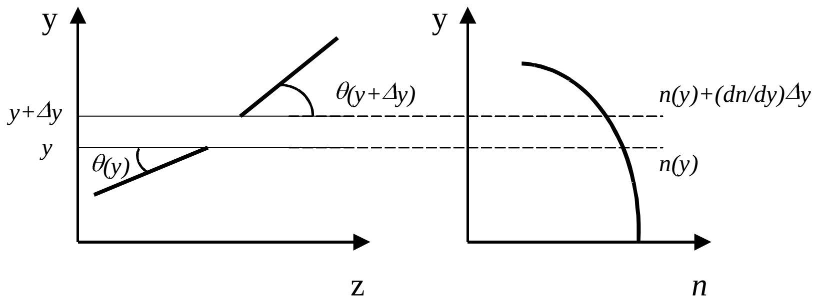
$$\frac{d}{ds}\left(n(x)\frac{dx}{ds}\right) = \frac{\partial n}{\partial x}, \frac{d}{ds}\left(n(y)\frac{dy}{ds}\right) = \frac{\partial n}{\partial y}, \frac{d}{ds}\left(n(z)\frac{dz}{ds}\right) = \frac{\partial n}{\partial z}$$

$$ds = \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]$$

$$\frac{d}{dz}\left(n\frac{dx}{dz}\right) \approx \frac{\partial n}{\partial x} \qquad \frac{d}{dz}\left(n\frac{dy}{dz}\right) \approx \frac{\partial n}{\partial y}$$

Šviesolaidžių optika III

Vienalytėse aplinkose - $\frac{d^2x}{dz^2}=0$, $\frac{d^2y}{dz^2}=0$



Spindulių eiga terpėje su gradientiniu lūžio rodiklio skirstiniu

$$n = n(y)$$

Paraksialiniam atvejui $\frac{d}{dz}\left(n(y)\frac{dy}{dz}\right)=\frac{dn}{dy} \Longrightarrow \frac{d^2y}{dz^2}=\frac{1}{n(y)}\frac{dn}{dy}$

Ši lygtis sprendžiama pasinaudojant Snelijaus dėsniu

$$n(y)\cos\theta(y) = n(y+\Delta y)\cos\theta(y+\Delta y) = \left[n(y)+\frac{dn}{dy}\Delta y\right]\cdot\left[\cos\theta(y)-\frac{d\theta}{dy}\sin\theta(y)\right] \qquad f(y+\Delta y) = f(y)+\frac{df}{dy}\Delta y$$

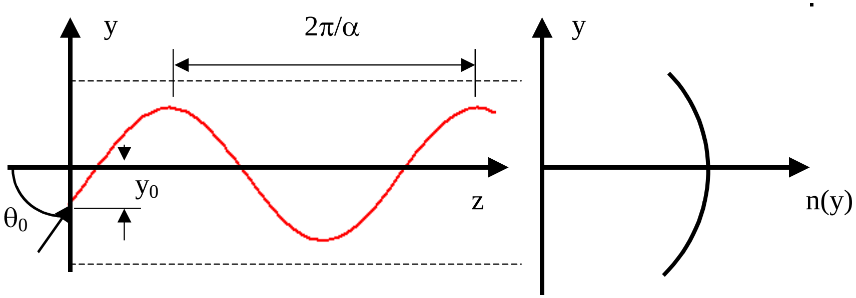
Šviesolaidžių optika III

Kai $\Delta y \to 0$ $\quad \dfrac{dn}{dy} = n\,\mathrm{tg}\theta \dfrac{d\theta}{dy}$ Mažiems kampams $tg\theta \approx \theta$

$$\frac{dn}{dy} = n\theta \frac{d\theta}{dy} \qquad \theta(y) \approx \frac{dy}{dz} \qquad \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{n(y)}\frac{dn}{dy}$$

Terpė su paraboliniu lūžio rodiklio pasiskirstymu: $n^2(y) = n_1^2 (1 - \Delta (y/a)^2)$

Mažoms Δ vertėms, t.y. kai $\Delta y^2 << 1$ ⇨ $\underbrace{n(y) = n_0\sqrt{(1 - \Delta y^2)} \approx n_0\left(1 - \frac{1}{2}\Delta y^2\right)}_{\text{Tai parabolės lygtis}}$



Spindulio trajektorija terpėje su paraboliniu lūžio rodikliu

Šviesolaidžių optika III

$$n(y) = n_0\left(1 - \frac{1}{2}\Delta y^2\right)$$ Šios lygties išvestinė bus $$\frac{1}{n(y)}\frac{dn}{dy} = -\left(\frac{n_0}{n(y)}\right)^2 \Delta y \approx -\Delta y^2$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{n(y)}\frac{dn}{dy}$$

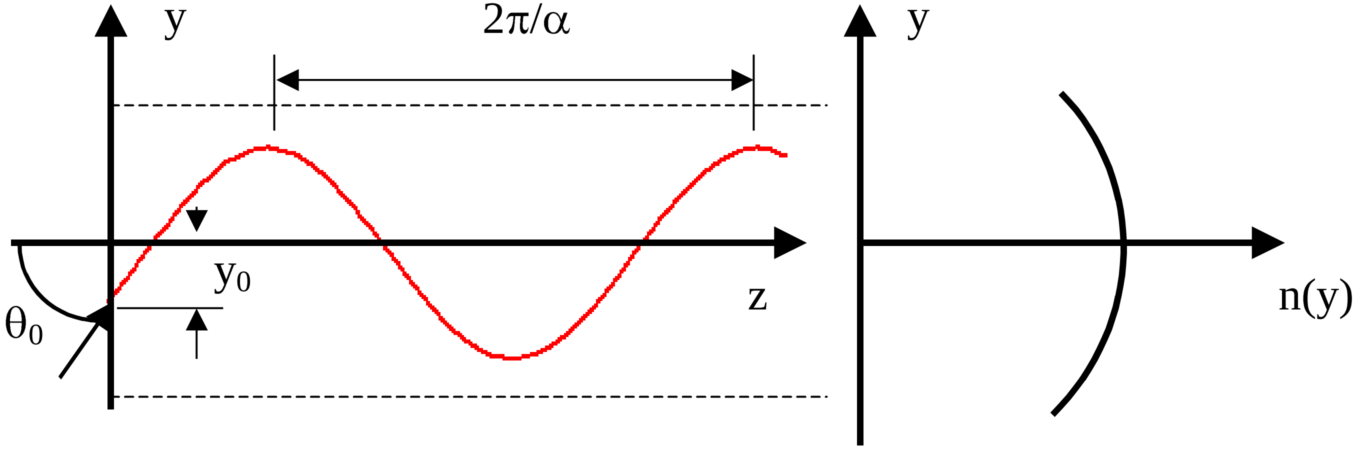
$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\Delta y^2$$

Šios lygties sprendinys yra harmoninė funkcija, kurios periodas yra $T = 2\pi/\alpha$

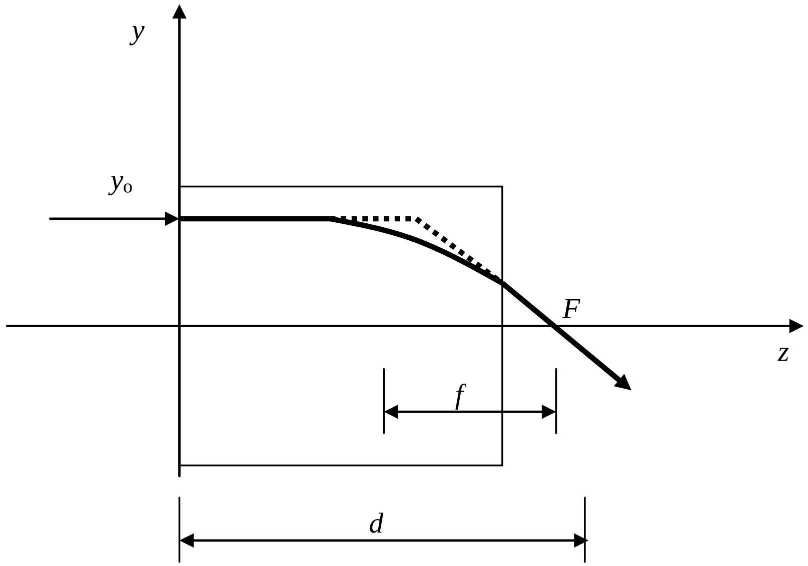
$$y(z) = y_0\cos(\Delta z) + \frac{\theta_0}{\alpha}\sin(\Delta z).$$

Spindulio sklidimo terpėje trajektorijos polinkis bus:

$$\theta(z) = \frac{dy}{dz} = -y_0\alpha\sin(\alpha z) + \theta_0\cos(\alpha z)$$



Šviesolaidžių optika III



$$f = 1/n_0 \Delta \sin(\Delta d)$$

Šviesolaidžių optika III

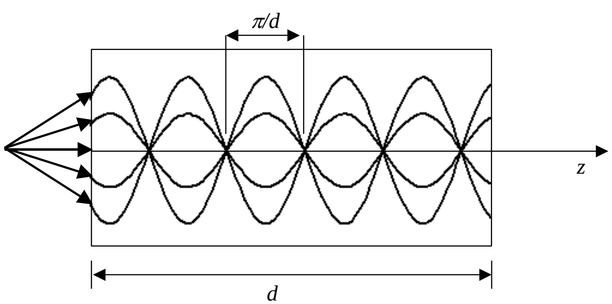
Gradientiniai šviesolaidžiai

$n^2 = n_0^2\left[1 - \Delta(x^2 + y^2)\right]$, kai $\Delta(x^2 + y^2) << 1$ $\Longrightarrow$ $\dfrac{d^2x}{dz^2} \approx -\Delta x,\qquad \dfrac{d^2y}{dz^2} \approx -\Delta y$

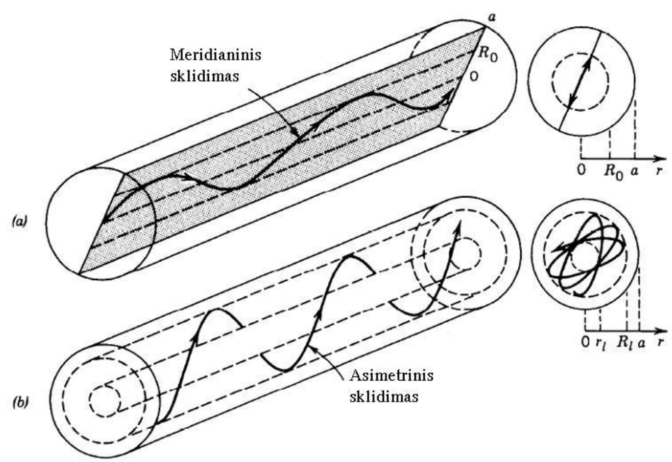
Trajektorijos priklauso nuo to kaip įvedama šviesa: nuo koordinačių bei kampų $\theta_{x0} = dx/dz \quad \theta_{y0} = dy/dz$

Kai $x_0 = 0 \qquad x(z) = \dfrac{\theta_{x0}}{\Delta}\sin(\Delta z) \quad y(z) = \dfrac{\theta_{y0}}{\Delta}\sin(\Delta z)$

Kai $\theta_{x0} = 0$ ir $\theta_{y0} = \Delta y$ $\Longrightarrow$ $x(z) = y_0\sin(\Delta z) \quad y(z) = y_0\cos(\Delta z)$



Spindulių trajektorijos terpėje kurios lūžio rodiklis turi parabolinį profilį



Ašinio ir asimetrinio (neašinio) spindulių sklidimo gradientiniame šviesolaidyje trajektorijos

$$NA_{eff} = \sqrt{\frac{n_1^2(0) - n_2^2}{2}}$$

$$N_m = \frac{1}{4}\left(\frac{\pi d^2}{\lambda}\right)\left(n_1^2 - n_2^2\right)$$

Šviesolaidžių optika III