Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektromagnetinių bangų sąveika su medžiaga

Šviesos poliarizacija

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Maksvelo lygtys

$$div\vec{D} = \rho,$$
Gauso dėsnio diferencialinė išraiška

$$div\vec{B} = 0,$$
Magnetinis laukas neturi šaltinių

$$rot\vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$
Faradėjaus elektromagnetinės indukcijos dėsnis

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$
Bio-Savaro-Laplaso dėsnis (kintantis elektrinis laukas sukuria kintantį magnetinį lauką)

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}.$$

$\vec{E}$ - Elektrinio lauko stiprio vektorius

$\vec{D}$ - Elektrinio lauko slinkties vektorius

$\vec{H}$ - Magnetinio lauko stiprio vektorius

$\vec{B}$ - Magnetinio lauko srauto vektorius (magnetinės indukcijos vektorius)

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Maksvelo lygtys laisvoje erdvėje

$\vec{E}(\vec{r},t)$ - Elektrinio lauko stiprio vektorius

$\vec{H}(\vec{r},t)$ - Magnetinio lauko stiprio vektorius

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$ *Bio-Savaro-Laplaso dėsnis*

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$ *Faradėjaus dėsnis*

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0,$$ *Kulono dėsnis*

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0,$$

Dekarto koordinatėse:

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right), \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right), \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right),$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z},$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Maksvelo lygtys aplinkoje

$\vec{E}(\vec{r},t)$ - Elektrinio lauko stiprio vektorius

$\vec{H}(\vec{r},t)$ - Magnetinio lauko stiprio vektorius

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad \textit{Bio-Savaro-Laplaso dėsnis}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \textit{Faradėjaus dėsnis}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \qquad \textit{Kulono dėsnis}$$

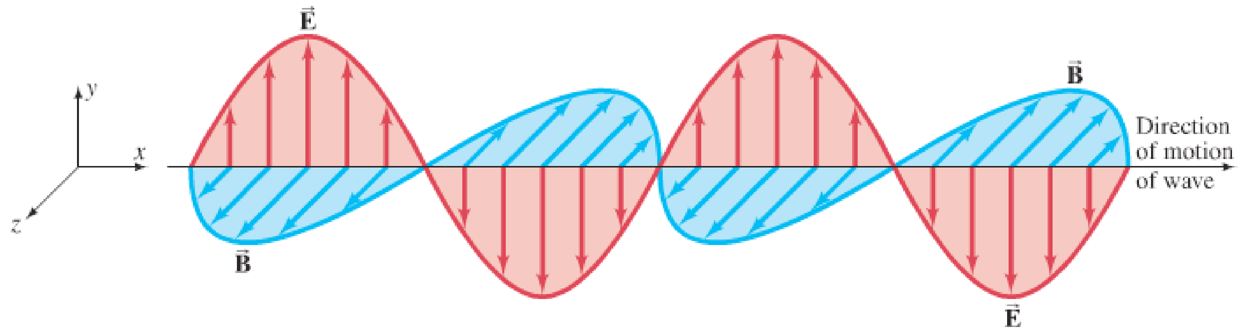
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

Dekarto koordinatėse:

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right), \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right), \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right),$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z},$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika



Bangos lygtis:

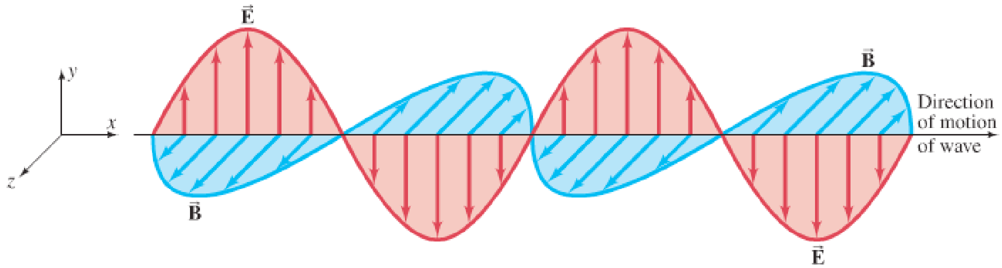
$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299792458\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 300\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Bangos lygties sprendiniai:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \delta_1),$$
$$B_z = B_0 \cos(\omega t - kx + \delta_2).$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\text{n}}$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika



Ryšys tarp elektrinio lauko stiprio ir slinkties, bei magnetinio lauko stiprio ir indukcijos:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}.$$

M - įmagnetinimas

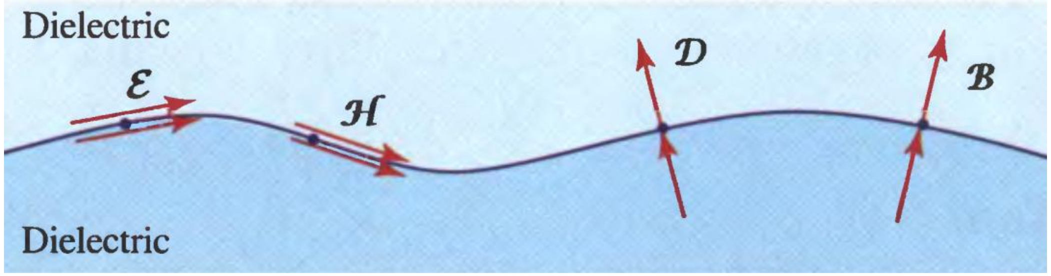
Laisvoje erdvėje:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Nemagnetinėse aplinkose (skaidriuose dielektrikuose) M=0:

Kraštinės sąlygos:
E, H, D ir B negali turėti trūkių
(homogeninė aplinka)



Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

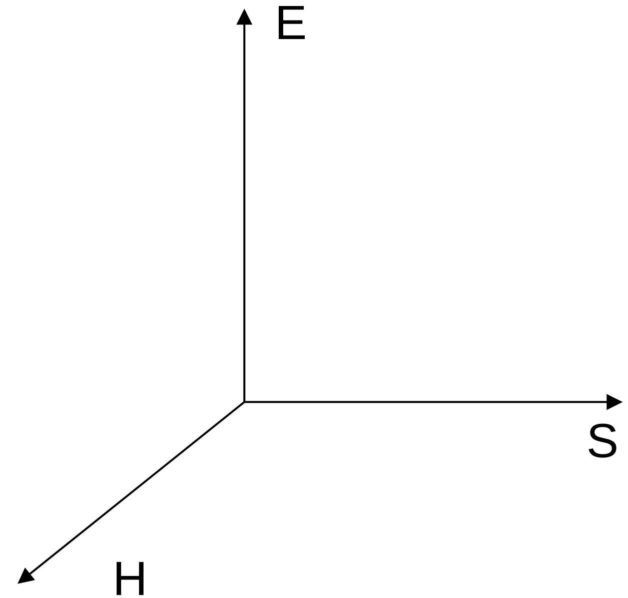
Energija kurią perneša elektromagnetine banga:

$$W = W_E + W_E = \frac{\varepsilon}{8\pi} E^2 + \frac{\mu}{8\pi} H^2,$$

$$W = \frac{\varepsilon}{4\pi} E^2.$$

Energijos srautas (Pointingo vektorius):

$$\vec{S} = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right]$$



Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Tiesinė, nedisperguojanti, homogeninė, izotropinė aplinka

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E},$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E},$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi).$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0,$$ - bangos lygtis

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu_0}},$$

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{1 + \chi}.$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Nevienalytė aplinka

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v(r)^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0,$$ - bangos lygtis $$v(\vec{r}) = \frac{c}{n(\vec{r})}$$

$$\chi = \chi(\vec{r}), \quad \varepsilon = \varepsilon(\vec{r})$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2(\vec{r})}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \nabla\left(\frac{1}{\varepsilon}\nabla\varepsilon \cdot \vec{E}\right) = 0$$

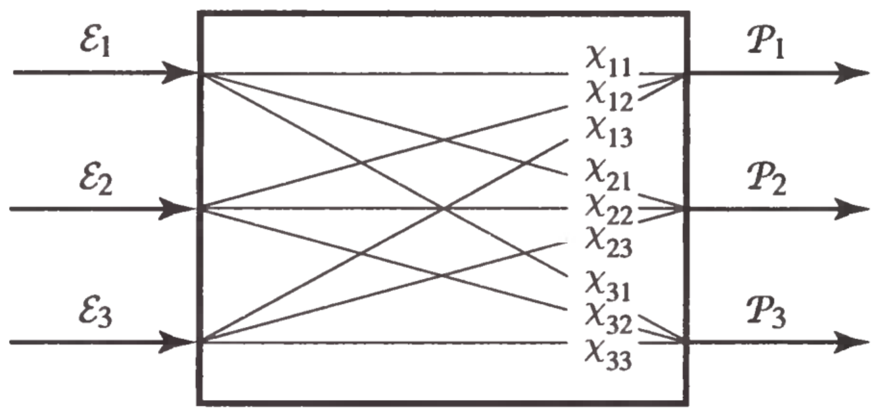
Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Anizotropinė aplinka

Šiuo atveju kiekvienas ***P*** komponentas yra tiesinė ε kombinacija (vektoriai ***P*** ir ***E*** nebūtinai turi būti lygiagretūs)

$$P_i = \sum_j \varepsilon_0 \chi_{ij} \varepsilon_j$$

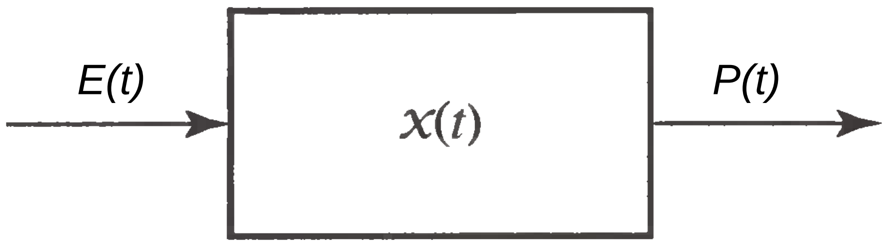
Dielektrinės aplinkos savybės aprašomos poliarizuotumo tenzoriumi (3x3):



Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Disperguojanti aplinka

Ryšys tarp vektorių E ir P vyksta su užlaikymu



$$a_1 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + a_2 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + a_3 \vec{P} = 0$$

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(t-\tau) \vec{E}(\tau) d\tau.$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Netiesinė, disperguojanti, nehomogeninė, anizotropinė aplinka

$$\nabla^2\vec{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}, \quad v = \frac{c}{n(\vec{r})}$$ - nehomogeninė aplinka

$$\vec{P} = a_1\vec{E} + a_2\vec{E}^2 + a_3\vec{E}^3 + \ldots$$

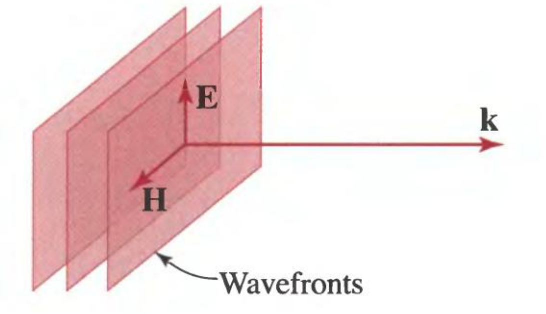
Sutrumpintos netiesinės optikos diferencialinės lygtys trijų sąveikaujančių bangų atveju:

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} + \delta_1 A_1 = -i\sigma_1 A_3 A_2^* \exp(-i\Delta kz),$$
$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} + \delta_2 A_2 = -i\sigma_2 A_3 A_1^* \exp(-i\Delta kz),$$
$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial z^2} + \delta_3 A_3 = -i\sigma_3 A_1 A_2 \exp(-i\Delta kz).$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elementarios elektromagnetinės bangos. Plokščia banga

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \exp(-j\vec{k}\cdot\vec{r}),$$
$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0 \exp(-j\vec{k}\cdot\vec{r}).$$



Maksvelo lygtys bus:

$$\vec{k}\times\vec{H}_0 = -\omega\varepsilon\vec{E}_0,$$
$$\vec{k}\times\vec{E}_0 = -\omega\mu_0\vec{H}_0.$$

Ryšys tarp E ir H:

$$H_0 = \frac{\omega\varepsilon}{k}E_0,\ H_0 = \frac{k}{\omega\mu_0}E_0.$$

$$\frac{E_0}{H_0} = \frac{\omega\mu_0}{k} = \frac{\mu_0 c_0}{n} = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \eta.$$

$$\frac{\omega\varepsilon}{k} = \frac{k}{\omega\mu_0},\ k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu_0} = \frac{\omega}{c} = \frac{n\omega}{c_0} = nk_0.$$

$$\eta = \frac{\eta_0}{n}.$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 120\pi \approx 377\,\Omega.$$ (laisvos erdvės impedansas)

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

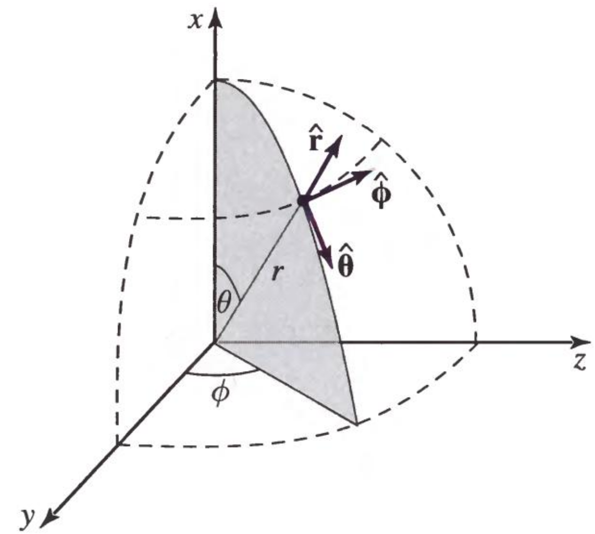
Elementarios elektromagnetinės bangos. Sferinė banga

$$\vec{A}(\vec{r}) = A_0 U(\vec{r}) \vec{X},$$

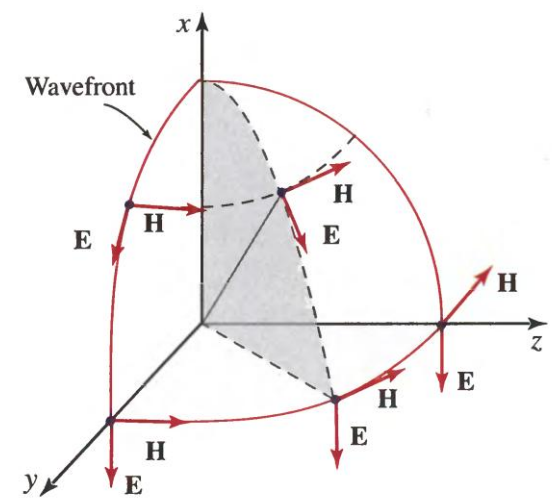
$$U(\vec{r}) = \frac{1}{r} \exp(-jkr),$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A},$$ Magnetiniam laukui

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \nabla \times \vec{H}.$$ Elektriniam laukui



$$\vec{E}(\vec{r}) \approx E_0 \left(-\hat{x} + \frac{x}{z} \hat{z} \right) U(\vec{r}).$$

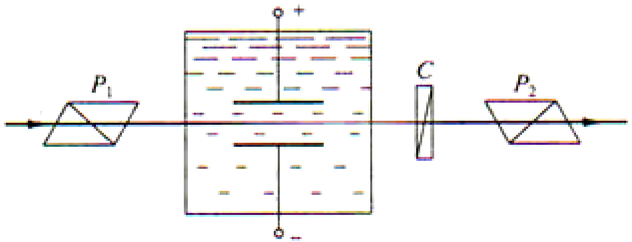


Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Kero reiškinys



$$\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda}\left(n_e - n_o\right) = 2\pi B l E^2,$$

$$B = \frac{K}{\lambda}$$ *- Kero pastovioji*

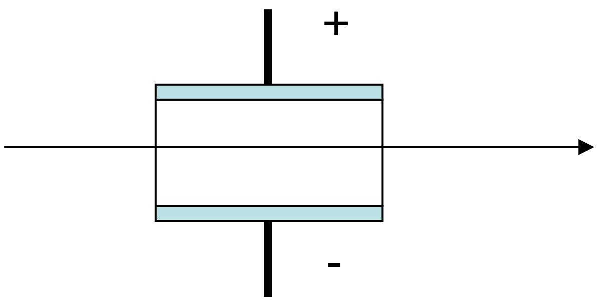
(nitrobenzolui $B=2.2\times10^{-10}$ cm/V^2)

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

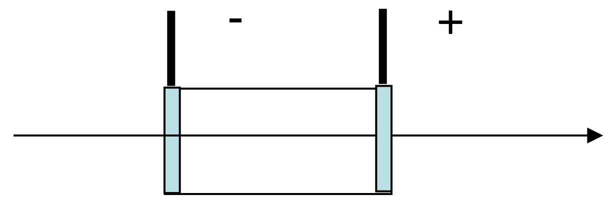
Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Tiesinis elektrooptinis reiškinys (Pokelso) galimas tik kristaluose be inversijos centro.
Tiesinis elektrooptinis reiškinys charakterizuojamas tiesine lūžio rodiklio pokyčio priklausomybe nuo pridėto prie kristalo elektrinio lauko.



Skersinis Pokelso reiškinys



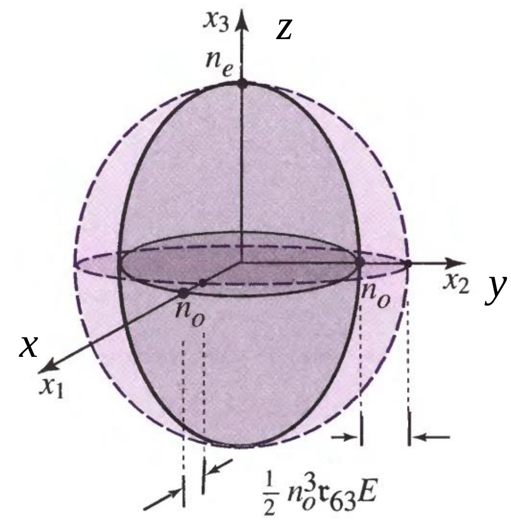
Išilginis Pokelso reiškinys

$$\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda}\left(n_e - n_o\right) = 2\pi B l E^2,$$

$$B = \frac{K}{\lambda}$$ *- Kero pastovioji*

(nitrobenzolui B=2.2x10^{-10} cm/V^2)

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika



Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Vienaašiuose kristaluose lūžio rodiklio priklausomybė nuo šviesos sklidimo krypties kristale aprašomas lūžio rodiklio elipsoidu:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1,$$

čia x,y,z, - pagrindinės kristalo ašys

Elektromagnetinės bangos sklidinas kristaluose pilnai aprašomas lūžio rodiklio elipsoidu. Taigi išorinio elektrinio lauko poveikis pasireikš per konstantų pokyčius:

$$\frac{1}{n_x^2}, \quad \frac{1}{n_y^2}, \quad \frac{1}{n_z^2}.$$

Lūžio rodiklio elipsoido lygtis , kai prie kristalo pridėtas elektrinis laukas bus:

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1$$

čia - $\left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_1\right|_{E=0} = \frac{1}{n_x^2}, \left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_2\right|_{E=0} = \frac{1}{n_y^2}, \left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_3\right|_{E=0} = \frac{1}{n_z^2}, \left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_4\right|_{E=0} = \left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_5\right|_{E=0} = \left.\left(\frac{1}{n^2}\right)_5\right|_{E=0} = 0$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Koeficientų $\left(\frac{1}{n^2}\right)_i$ *kitimas elektriniame lauke gali būti išreikštas kaip:* $\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^{3} r_{ij} E_j$

Matricinėje formoje:

$$
\begin{vmatrix}
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 \\
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2 \\
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3 \\
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 \\
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 \\
\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
r_{11} & r_{12} & r_{13} \\
r_{21} & r_{22} & r_{23} \\
r_{31} & r_{32} & r_{33} \\
r_{41} & r_{42} & r_{43} \\
r_{51} & r_{52} & r_{53} \\
r_{61} & r_{62} & r_{63}
\end{vmatrix}
\cdot
\begin{vmatrix}
E_1 \\
E_2 \\
E_3
\end{vmatrix}
$$

Elektrooptinių koeficientų matrica

KDP kristalui (K_2HPO_4, simetrijos klasė 42m)
nelygūs 0 koeficientai r_{41}, r_{52}, r_{63} :

$$
r_{ij} =
\begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
r_{41} & 0 & 0 \\
0 & r_{52} & 0 \\
0 & 0 & r_{63}
\end{vmatrix}
$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai
Pokelso reiškinys

Pereinant prie paprastos ir nepaprastos bangų poliarizacijų gaunama:

$$\underbrace{\frac{x^2}{n_o^2}+\frac{y^2}{n_o^2}+\frac{z^2}{n_e^2}}_{\text{Nepriklauso nuo elektrinio lauko}}+2r_{41}E_x yz+2r_{52}E_y xz+2r_{63}E_z xy=1$$

Kai elektrinis laukas pridedamas išilgai z ašies, E_x, E_y=0:

$$\frac{x^2}{n_o^2}+\frac{y^2}{n_o^2}+\frac{z^2}{n_e^2}+2r_{63}E_z xy=1$$

Naujoj koordinačių sistemoje x', y', z' lūžio rodiklio elipsoido lygtis bus

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2}+\frac{y'^2}{n_{y'}^2}+\frac{z'^2}{n_{z'}^2}=1,$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Lygtis yra simetriška perstatymui xy, yx, tai x'y' koordinatės transformuojasi į xy atliekant jų pasukimą 45º kampu.

$$\frac{x^2}{n_o^2}+\frac{y^2}{n_o^2}+\frac{z^2}{n_e^2}+2r_{63}E_z xy=1$$

Senos ir naujos koordinatės bus surištos tarpusavyje:

$$x = x'\cos 45^o - y'\sin 45^o,$$

$$y = x'\sin 45^o + y'\cos 45^o.$$

Tada lygtį $\frac{x^2}{n_o^2}+\frac{y^2}{n_o^2}+\frac{z^2}{n_e^2}+2r_{63}E_z xy=1$ *galima pertvarkyti į :*

$$\left(\frac{1}{n_o^2}+r_{63}E_z\right)x'^2+\left(\frac{1}{n_o^2}-r_{63}E_z\right)y'^2+\frac{z^2}{n_e^2}=1.$$

Tada:

$$n_{x'} = n_o - \frac{n_o^3 r_{63}E_z}{2},$$

$$n_{y'} = n_o + \frac{n_o^3 r_{63}E_z}{2},$$

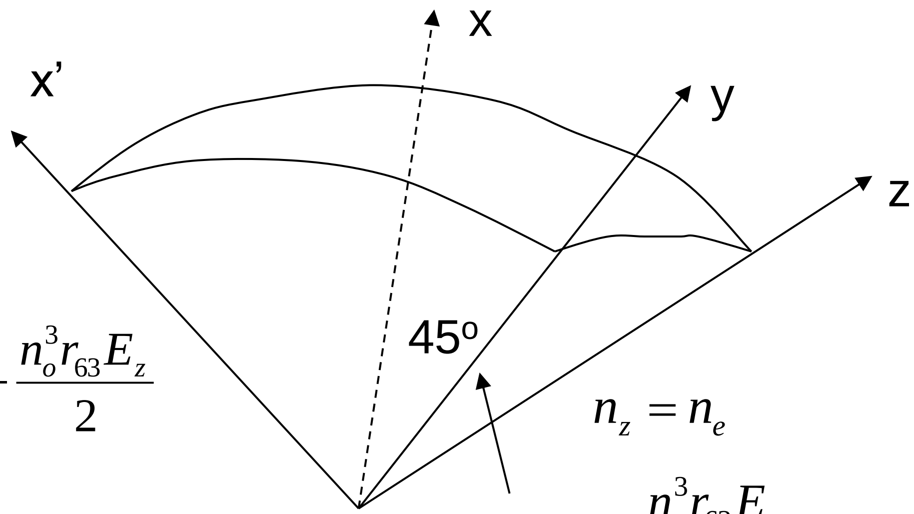
$$n_z = n_e.$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Elektrooptinis eigos skirtumas



$$n_{x'} = n_o - \frac{n_o^3 r_{63} E_z}{2}$$

$$n_z = n_e$$

$$n_{y'} = n_o + \frac{n_o^3 r_{63} E_z}{2}$$

Eigos skirtumą apsprendžia lūžio rodikliai dviem ortogonaliom kryptim, t.y. elipsė kai z=0.

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63} E_z\right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63} E_z\right) y'^2 = 1.$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys
Elektrooptinis eigos skirtumas

Tegul elektromagnetinė banga sklinda statmenai kristalo briaunai (z=0). Elektrinioi lauko stiprio vektorius svyruoja išilgai x krypties. Tada jo projekcijos 5 ašis x' ir y' bus:

$$E_{x'} = A\exp\{i[\omega t - (\omega/c)n_{x'}z]\},$$
$$E_{y'} = A\exp\{i[\omega t - (\omega/c)n_{y'}z]\}.$$

Arba

$$E_{x'} = A\exp\left\{i\left[\omega t - \frac{\omega z}{c}\left(n_o - \frac{n_o^3 r_{63} E_z}{2}\right)\right]\right\},$$

$$E_{y'} = A\exp\left\{i\left[\omega t - \frac{\omega z}{c}\left(n_o + \frac{n_o^3 r_{63} E_z}{2}\right)\right]\right\}.$$

Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys
Elektrooptinis eigos skirtumas

Fazių skirtumas susidarantis dėl skirtingų optinių kelių vadinamas eigos skirtumu:

$$\Gamma = \varphi_{x'} - \varphi_{y'} = \left(\frac{\omega}{c}\right) n_o^3 r_{63} E_z$$

$$V_\pi = \frac{\lambda}{2 n_o^3 r_{63}},$$ *- įtampa kuri įneša eigos skirtumą lygų* π *.*

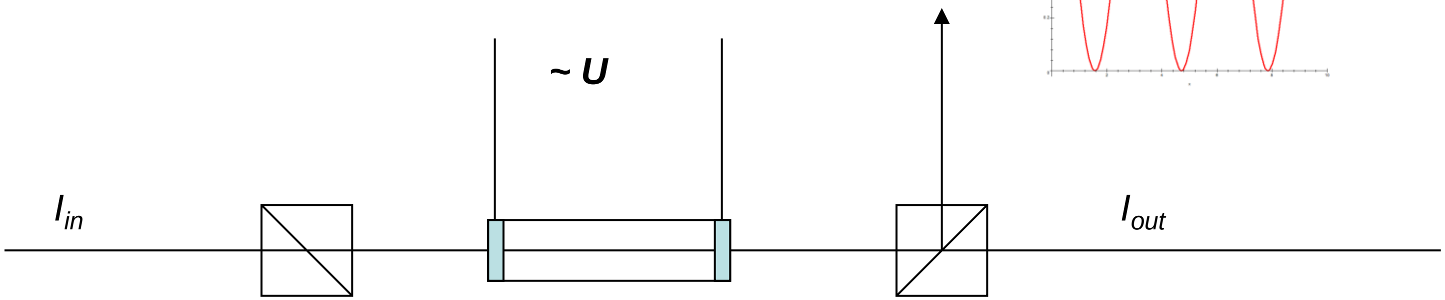
ADP kristalui, kai bangos ilgis 500 nm, $r_{63} = 8.5 \times 10^{-12}$ *m/V,* $V_\pi = 10^4$ *V.*

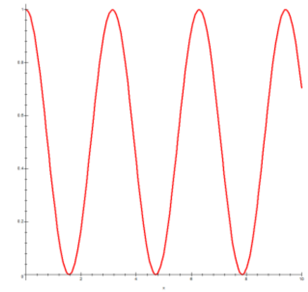
Šviesos poliarizacija ir kristalų optika

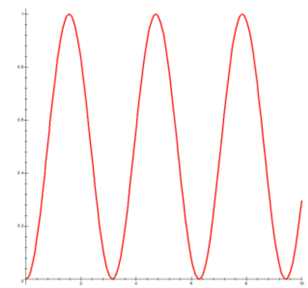
Elektrooptiniai reiškiniai

Pokelso reiškinys

Elektrooptinis eigos skirtumas







$$I_{out} = I_{in} \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$