VILNIAUS UNIVERSITETAS

Fizikos fakultetas

Andrius Poškus

ATOMO IR BRANDUOLIO FIZIKOS UŽDAVINIAI

2021-06-12

Turinys

Uždavinys Nr. 1

Apskaičiuokite vidutinę mechaninę dviatomės molekulės energiją praretintose dujose, esant termodinaminei pusiausvyrai, kai dujų temperatūra yra 24 °C, o dviejų molekulės atomų harmoninio virpamojo judėjimo išilgai juos jungiančios tiesės dažnis lygus $2 \cdot 10^{13}$ Hz. Atomai yra modeliuojami kaip materialieji taškai. Apskaičiavimą reikia atlikti dviem būdais: 1) naudojant vien tik klasikinės fizikos dėsnius, 2) derinant klasikinės fizikos dėsnius su kvantiniu vienmačio harmoninio osciliatoriaus modeliu. Apskaičiuojant reikia remtis prielaida, kad molekulės sukamąjį judėjimą aplink jos masės centrą galima aprašyti naudojant vien tik klasikinės mechanikos dėsnius (ši prielaida yra tik apytiksliai teisinga ir čia ji reikalinga tam, kad apskaičiavimai būtų paprastesni).

Sprendimas

Apskaičiuojant yra taikomas klasikinės fizikos vienodo energijos pasiskirstymo dėsnis (AEDF[*], 2 p.). Pagal klasikinę mechaniką dviejų materialiųjų taškų sistemos kinetinė energija yra sudaryta iš šešių nepriklausomų dėmenų, kurių kiekvienas atitinka vieną iš šešių sistemos laisvės laipsnių: trys dėmenys, nusakantys sistemos (molekulės) masės centro slenkamąjį judėjimą išilgai trijų Dekarto ašių, du dėmenys, nusakantys molekulės sukimąsi aplink dvi per masės centrą einančias statmenas tieses, ir vienas dėmuo, nusakantis materialiųjų taškų (atomų) virpamąjį judėjimą išilgai juos jungiančios tiesės. Pagal vienodo energijos pasiskirstymo dėsnį kiekvieno iš tų šešių dėmenų vidutinė vertė termodinaminėje pusiausvyroje („TD pusiausvyroje“) yra lygi $kT/2$, čia k yra Bolcmano konstanta ($k = 1{,}38065 \cdot 10^{-23}$ J/K), o T yra absoliutinė temperatūra[†] ($T = (273{,}15 + t)$ K, kur t yra Celsijaus temperatūra)[‡]. Šiuo atveju $T = 297{,}15$ K, $kT = 4{,}1026 \cdot 10^{-21}$ J[§]. Be to, apskaičiuojant mechaninę energiją, reikia pridėti potencinę energiją. Pagal klasikinę mechaniką vidutinė vienmačio harmoninio osciliatoriaus mechaninė energija TD pusiausvyroje yra lygi kT (AEDF, (1.1.5)[**]), t. y. vidutinė potencinė energija yra lygi vidutinei kinetinei energijai ($kT/2$). Tai reiškia, kad pagal klasikinę fiziką vidutinė molekulės energija TD pusiausvyroje yra lygi $7kT/2$ (šeši kinetinės energijos dėmenys ir vienas potencinės energijos dėmuo, kurie visi lygūs $kT/2$). Atitinkama skaitinė vertė yra

$$E_{\mathrm{klas}} = 7kT/2 = 1{,}436 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

Apskaičiuojant vidutinę molekulės energiją pagal kvantinę fiziką (E_{kvant}), pasikeičia tik virpesių mechaninė energija, nes pagal sąlygą visi penki likę dėmenys (atitinkantys tris slenkamojo judėjimo laisvės laipsnius ir du sukamojo judėjimo laisvės laipsnius) lieka tokie patys kaip klasikinėje fizikoje. Tai reiškia, kad vidutinė molekulės energija yra lygi $E_{\mathrm{kvant}} = 5kT/2 + E_{\mathrm{v}}$, čia E_{v} yra molekulės atomų harmoninių virpesių išilgai juos jungiančios tiesės vidutinė energija TD pusiausvyroje. Pagal AEDF (1.2.2) formulę vienmačio harmoninio osciliatoriaus vidutinė energija priklauso tik nuo osciliatoriaus energijos kvanto E_1 ir kT. E_1 vertė apskaičiuojama pagal AEDF (1.2.3) formulę, t. y. dauginant duotąją atomų virpesių dažnio vertę (f) iš Planko konstantos ($h = 6{,}62607 \cdot 10^{-34}$ J*s):

$$E_1 = hf = 1{,}3252 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

Įrašius minėtąsias E_1 ir kT skaitines vertes į AEDF (1.2.2) formulę, apskaičiuojama E_{v} vertė:

$$E_{\mathrm{v}} = 5{,}4571 \cdot 10^{-22} \text{ J}.$$

Naudojant minėtąsias kT ir E_{v} vertes, apskaičiuojama E_{kvant} skaitinė vertė:

$$E_{\mathrm{kvant}} = 5kT/2 + E_{\mathrm{v}} = 1{,}0802 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

---

[*] PDF failus su paskaitų medžiaga galima nurodyti vartojant santrumpas (t. y. „AEDF“, „AF“, „BF“ arba „EDKS“). Nuorodose turi būti ir puslapių numeriai, išskyrus nuorodas į formules, kurios turi unikalius numerius.

[†] Būtina paaiškinti visus žymenis.

[‡] Būtina nurodyti visų į kiekvieną formulę įrašomų fizikinių dydžių vertes (įskaitant ir pagrindines fizikines konstantas), išskyrus vertes, kurios buvo pateiktos anksčiau tame pačiame sprendime. Visos vertės turi būti pateiktos kartu su matavimo vienetais.

[§] Šiuo atveju yra vartojami SI sistemos vienetai, tačiau energijas galima išreikšti ir elektronvoltais.

[**] Jeigu reikalinga formulė yra paskaitų konspekte, tada nebūtina ją perrašinėti, užtenka nurodyti jos numerį ir failą, kuriame ji yra. Formulės numeris sudarytas iš trijų skaičių, kurie atskirti taškais (pvz., „1.3.2“). Pirmieji du skaičiai yra skirsnio numeris, o trečiasis skaičius yra formulės eilės numeris tame skirsnyje.

Uždavinys Nr. 2

Apskaičiuokite 600 ° Celsijaus temperatūros absoliučiai juodo kūno spinduliuotės energijos spektrinį tankį, atitinkantį 5 mikrometrų bangos ilgį. Apskaičiavimą reikia atlikti dviem būdais: pagal tiksliąją formulę ir pagal klasikinę fiziką.

Sprendimas

Tikslioji absoliučiai juodojo kūno spinduliuotės energijos spektrinio tankio (ST) išraiška – tai Planko formulė (AEDF, (1.2.4)). Pagal Planko formulę ST priklauso tik nuo absoliutinės temperatūros T ir bangos ilgio λ, kuris pagal sąlygą lygus $\lambda = 5 * 10^{-6}$ m. Planko formulėje vartojamos šios konstantos:

Planko konstanta $h = 6{,}6260701 * 10^{-34}$ J*s,

šviesos greitis $c = 299792458$ m/s,

Bolcmano konstanta $k = 1{,}380649 * 10^{-23}$ J/K.

Absoliutinė temperatūra yra lygi $T = (273{,}15 + t)$ K, čia t yra Celsijaus temperatūra. Įrašius sąlygoje pateiktą vertę ($t = 600$ K), randama $T = 873{,}15$ K. Todėl $kT = 1{,}20551 * 10^{-20}$ J. Įrašius šią ir kitas skaitines vertes į Planko formulę (AEDF, (1.2.4)), randama tikslioji ST vertė:

$$W = 61{,}461 \text{ J/m}^4.$$

Klasikinė ST išraiška – tai AEDF (1.1.6) formulė. Įrašius į ją kT ir λ skaitines vertes, randama ST vertė pagal klasikinę fiziką:

$$W_{\text{klas}} = 484{,}766 \text{ J/m}^4.$$

Uždavinys Nr. 3

Yra žinoma, kad absoliučiai juodo kūno (AJK) spinduliuotės energijos spektrinis tankis (apskaičiuotas pagal tiksliąją formulę), kuris atitinka bangos ilgį 5 μm ir absoliutinę temperatūrą T, yra penkis kartus mažesnis už jo vertę, apskaičiuotą pagal klasikinę fiziką. Kiek kartų skiriasi tikslusis ir apskaičiuotas pagal klasikinę fiziką AJK spinduliuotės energijos spektriniai tankiai, atitinkantys bangos ilgį 1 μm ir absoliučiąją temperatūrą $5T$?

Sprendimas

Tikslioji absoliučiai juodo kūno spinduliuotės energijos spektrinio tankio (ST) išraiška (W) – tai Planko formulė (AEDF, (1.2.4)). Klasikinė ST išraiška (W_{klas}) – tai AEDF (1.1.6) formulė. Šių dviejų reiškinių santykis yra lygus

$$W_{\text{klas}} / W = (e^x - 1) / x, \qquad (1)$$

čia

$$x = hc / (\lambda\, k\, T). \qquad (2)$$

Šiose formulėse yra vartojamos šios konstantos:

Planko konstanta $h = 6{,}6260701 * 10^{-34}$ J*s,

šviesos greitis $c = 299792458$ m/s,

Bolcmano konstanta $k = 1{,}380649 * 10^{-23}$ J/K.

Iš (1) ir (2) formulių yra akivaizdu, kad santykio W_{klas} / W vertė priklauso tik nuo sandaugos λT, nes visi kiti dydžiai, kurie įeina į x išraišką (2), yra konstantos. Pakeitus bangos ilgį ir temperatūrą taip, kaip nurodyta sąlygoje, sandauga λT nepasikeičia (bangos ilgis λ yra sumažinamas penkis kartus, o temperatūra T yra padidinama penkis kartus). Todėl nepasikeičia ir W_{klas} / W vertė:

$$W_{\text{klas}} / W = 5.$$

Uždavinys Nr. 4

Yra duoti du vandeniliškieji atomai. Pirmojo atomo branduolio krūvio skaičius lygus Z, o antrojo $Z + 9$. Abu atomai yra sužadintos būsenos: jų vienintelis elektronas yra L sluoksnyje ($n = 2$). Pirmasis atomas pereina į žemesnį energijos lygmenį, emituodamas fotoną, o antrasis atomas sugeria tą fotoną ir dėl to yra jonizuojamas. Apskaičiuokite mažiausią galimą Z vertę.

Sprendimas

Vandeniliškojo atomo (t. y. atomo, turinčio tik vieną elektroną) energijos lygmenis nusako AEDF (1.7.26) formulė. Fotono, kuris emituojamas dėl elektrono šuolio iš antrojo lygmens ($n = 2$) į pirmąjį lygmenį ($n = 1$), energija yra lygi tų lygmenų skirtumui:

$$E_f = -Z^2 * ((1/2)^2 - 1) * 13{,}6 \text{ eV} = (3/4)\, Z^2 * 13{,}6 \text{ eV},$$

čia Z yra branduolio krūvio skaičius (t. y. branduolio krūvis, išreikštas elementariaisiais krūviais). Antrojo atomo branduolio krūvio skaičius yra $Z + d$ (pagal sąlygą $d = 9$). Kadangi antrasis atomas yra jonizuojamas, tai reiškia, kad fotono energija yra didesnė už antrojo atomo L sluoksnio elektrono ryšio energiją E_r. Ryšio energija yra priešinga tame sluoksnyje esančio elektrono energijai:

$$E_r = (Z + d)^2 * (1/2)^2 * 13{,}6 \text{ eV} = (1/4) * (Z + d)^2 * 13{,}6 \text{ eV}.$$

Taigi, turime nelygybę $E_f > E_r$, t. y.

$$(3/4)\, Z^2 > (1/4)\, (Z + d)^2,$$
$$3\, Z^2 > (Z + d)^2,$$
$$3\, Z^2 > Z^2 + 2Zd + d^2,$$
$$2\, Z^2 > 2Zd + d^2,$$
$$Z^2 - Zd > d^2 / 2.$$

Pridėjus prie abiejų paskutinės nelygybės pusių $(d / 2)^2$, kairėje pusėje susidaro reiškinio $Z - (d / 2)$ kvadratas:

$$(Z - d/2)^2 > (3/4)\, d^2.$$

Vadinasi,

$$Z > d\, (1 + 3^{1/2}) / 2,$$

t. y.

$$Z > 1{,}366\, d.$$

Kai $d = 9$, tada mažiausias sveikasis skaičius, kuris atitinka šią nelygybę, yra 13:

$$Z_{min} = 13.$$

Uždavinys Nr. 5

(a) Koks turi būti elektrono greitis, kad jo impulsas būtų lygus fotono, kurio bangos ilgis $\lambda = 0,4$ nm, impulsui? (b) Yra žinoma, kad krintant tokio greičio elektronų pluoštui į kristalo paviršių, vyksta veidrodinis atspindys. Koks yra mažiausias galimas atstumas tarp to kristalo gretimų atominių („kristalografinių“) plokštumų, jeigu kristalo paviršius yra lygiagretus toms plokštumoms?

Sprendimas

(a) Iš mechanikos yra žinoma, kad elektrono greitis lygus

$$v = p / m, \quad (1)$$

čia p yra elektrono impulsas, o m yra jo masė. Jeigu greitis v yra daug mažesnis už šviesos greitį, tada m yra rimties masė ($m = 9,10938 * 10^{-31}$ kg). Fotono impulsą išreiškia AEDF (1.3.3) formulė:

$$p_f = h / \lambda,$$

čia h yra Planko konstanta ($h = 6,6260701 * 10^{-34}$ J*s), o λ yra bangos ilgis (pagal sąlygą $\lambda = 4 * 10^{-10}$ m). Įrašius šią p_f išraišką į (1) lygybę vietoj p, randama ši elektrono greičio išraiška:

$$v = h / (m\lambda).$$

Įrašius minėtąsias skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$v = 1,8185 * 10^6 \text{ m/s}.$$

(b) Elektronų pluošto veidrodinis atspindys nuo kristalo yra galimas tik tada, kai spindesio kampas θ (t. y. kampas tarp kristalo paviršiaus ir atsispindėjusio pluošto) atitinka Brego lygtį (AEDF (1.10.2)):

$$2d \sin \theta = n \lambda \qquad (n = 1, 2, 3, ...),$$

čia d yra atstumas tarp gretimų atominių plokštumų, nuo kurių vyksta atspindys, n yra atspindžio eilė, o λ yra elektrono de Broilio bangos ilgis (kuris yra lygus to paties impulso fotono bangos ilgiui). Iš šios lygties išvedama mažiausio galimo atstumo d išraiška:

$$d_{min} = n_{min} \lambda / (2 \sin \theta_{max}),$$

čia n_{min} yra mažiausia galima atspindžio eilė, t. y. vienetas, o θ_{max} yra didžiausias galimas spindesio kampas, t. y. 90 °. Įrašius šias n_{min} ir θ_{max} vertes į d_{min} išraišką:

$$d_{min} = \lambda / 2 = 0,2 \text{ nm}.$$

Uždavinys Nr. 6

40 eV energijos elektronų pluoštas atsispindi nuo kristalo paviršiaus. Kristalo paviršius yra lygiagretus atominėms (kristalografinėms) plokštumoms, tarp kurių yra 0,2 nm atstumas. Koks yra didžiausias galimas spindesio kampas (t. y. kampas tarp kristalo paviršiaus ir atsispindėjusio elektronų pluošto)?

Sprendimas

Kai elektronų pluoštas atsispindi nuo kristalo paviršiaus, spindesio kampas θ atitinka Brego lygtį (AEDF (1.10.2)):

$$2d \sin \theta = n\lambda \qquad (n = 1, 2, 3, ...),$$

čia d yra atstumas tarp gretimų atominių plokštumų, nuo kurių vyksta atspindys, n yra atspindžio eilė, o λ yra elektrono de Broilio bangos ilgis. Iš šios lygties išvedama spindesio kampo θ išraiška:

$$\theta = \arcsin(n\lambda / (2d)), \tag{1}$$

Kadangi d yra duotas sąlygoje (d = 0,2 nm), o λ yra vienareikšmiškai susijęs su elektronų energija, kuri irgi duota sąlygoje, tai vienintelis kintamasis pastarojoje formulėje yra n. Vadinasi, didžiausią kampo θ vertę lemia didžiausia galima atspindžio eilė n_{max}. Ji yra apskaičiuojama remiantis reikalavimu, kad reiškinys skliaustuose po „arcsin“ nebūtų didesnis už vienetą (nes sinusas negali būti didesnis už vienetą):

$$n\lambda / (2\ d) < 1.$$

Vadinasi,

$$n_{max} = [2\ d / \lambda], \tag{2}$$

čia laužtiniai skliaustai žymi sveikąją dalį. Jeigu elektronai yra nereliatyvistiniai, tada jų de Broilio bangos ilgis apskaičiuojamas pagal AEDF (1.9.5) formulę. Toje formulėje E yra elektrono energija (pagal sąlygą E = 40 eV = 6,40871 * 10^{-18} J), h yra Planko konstanta (h = 6,6260701*10^{-34} J*s), o m yra elektrono masė (m = 9,10938*10^{-31} kg). Įrašę minėtas skaitines vertes į AEDF (1.9.5) formulę, randame:

$$\lambda = 0{,}1939 \text{ nm}.$$

Įrašius šią λ vertę ir sąlygoje duotą d vertę į (2) lygybę:

$$n_{max} = 2.$$

Įrašius šią n vertę ir λ bei d skaitines vertes į (1) lygybę, apskaičiuojamas didžiausias spindesio kampas:

$$\theta_{max} = 1{,}3235 \text{ rad} = 75{,}83 \text{ deg}.$$

Uždavinys Nr. 7

1 eV energijos elektronų pluoštas krinta į stačiakampį potencialo barjerą, kurio aukštis 8 eV, o plotis 0,5 nm. Kokia santykinė dalis elektronų pereis šį potencialo barjerą? Pakartokite sprendimą, kai potencialo barjero plotis yra 0,3 nm.

Sprendimas

Elektronai pereina potencialo barjerą dėl tunelinio reiškinio. Santykinė perėjusių aukštą arba platų potencialo barjerą elektronų dalis yra lygi barjero skaidriui S, kurio išraiška yra AEDF (2.2.11) formulė. Stačiakampio barjero skaidrio išraiška yra paprastesnė; ji yra pateikta AEDF 17 p. prieš minėtąją formulę:

$$S \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}\cdot w\right], \tag{1}$$

čia m yra elektrono masė ($m = 9{,}10938 * 10^{-31}$ kg), $\hbar$ yra mažoji Planko konstanta ($\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05457 * 10^{-34}$ J*s), $U_0 - E$ yra barjero aukščio ir elektronų energijos skirtumas (pagal sąlygą $U_0 - E = (8 - 1)$ eV = 7 eV = $1{,}12152 * 10^{-18}$ J), w yra barjero plotis (pagal sąlygą $w = 5 * 10^{-10}$ m arba $w = 3 * 10^{-10}$ m). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$S|_{w = 0{,}5\ \mathrm{nm}} = 1{,}298 * 10^{-6},$$
$$S|_{w = 0{,}3\ \mathrm{nm}} = 2{,}938 * 10^{-4}.$$

(1) formulė tinka tik tada, kai pagal ją apskaičiuotas potencialo barjero skaidris yra daug mažesnis už vienetą (tai yra išreiškiama žodžiais „aukštas arba platus barjeras“). Šiuo atveju taip ir yra, todėl šios skaidrio vertės yra pakankamai tikslios.

Uždavinys Nr. 8

Yra žinoma, kad s būsenos ($l = 0$) nukleonų žemiausieji energijos lygmenys yra apytiksliai tokie patys, kaip lygmenys, kurie apskaičiuoti pagal vienmatės begalinio gylio stačiakampės potencialo duobės modelį, naudojant branduolio spindulį vietoj duobės pločio. s lygmenys yra sunumeruoti energijos didėjimo kryptimi. Tam tikro branduolio 3s ir 2s lygmenų skirtumas yra lygus 30 MeV (skaičius pries „s“ – tai s lygmens eilės numeris). Apskaičiuokite to branduolio spindulį.

Sprendimas

Stačiakampės begalinio gylio potencialo duobės energijos lygmenys yra išreiškiami AEDF (2.2.19) formule. Toje formulėje n yra lygmens eilės numeris, h yra Planko konstanta ($h = 6{,}6260701 * 10^{-34}$ J*s), m yra nukleono masė, t. y. neutrono ir protono masių vidurkis ($m = 1{,}674 * 10^{-27}$ kg), o w yra potencialo duobės plotis, kuris pagal sąlygą yra lygus branduolio spinduliui R. Trečiojo ir antrojo energijos lygmenų skirtumas pagal AEDF (2.2.19) formulę yra lygus

$$\Delta E = (3^2 - 2^2)\, h^2 / (8mR^2) = 5h^2 / (8mR^2).$$

Iš čia išreiškiamas R:

$$R = h\, (5 / (8m\Delta E))^{1/2}.$$

Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$R = 5{,}84 * 10^{-15} \text{ m.}$$

Uždavinys Nr. 9

Apskaičiuokite visus galimus kampus tarp centriniame jėgų lauke judančios dalelės orbitinio impulso momento vektoriaus $\boldsymbol{L}$ ir z ašies, kai šalutinis kvantinis skaičius $l = 3$.

Sprendimas

AEDF (3.1.9) formulė nusako visas galimas vektoriaus $\boldsymbol{L}$ projekcijos į z ašį (kitaip sakant, z komponentės) L_z vertes. Pagal stačiojo trikampio trigonometrijos formules, kampo θ tarp vektoriaus $\boldsymbol{L}$ ir z ašies kosinusas yra lygus

$$\cos\theta = L_z / |\boldsymbol{L}|. \quad (1)$$

Vektoriaus $\boldsymbol{L}$ modulis, kuris yra (1) reiškinio vardiklyje, yra išreiškiamas šalutiniu kvantiniu skaičiumi l pagal AEDF (3.1.7b) formulę. Įrašius AEDF (3.1.9) ir (3.1.7b) reiškinius į (1) formulę, išvedama:

$$\cos\theta = m_l / (l\,(l+1))^{1/2} \quad (m_l = -l, -l+1, ..., l-1, l). \quad (2)$$

Įrašius į (2) sąlygoje duotą l vertę ($l = 3$), išvedama:

$$\theta = \arccos(m_l / 12^{1/2}) = \arccos(m_l / 3{,}464101615) \quad (m_l = -3, -2, ..., 2, 3)$$

Atitinkamos septynios kampo θ reikšmės yra šios:

$\theta\,(m_l = -3) = 150°$,
$\theta\,(m_l = -2) = 125{,}2644°$,
$\theta\,(m_l = -1) = 106{,}7787°$,
$\theta\,(m_l = 0) = 90°$,
$\theta\,(m_l = 1) = 73{,}2213°$,
$\theta\,(m_l = 2) = 54{,}7356°$,
$\theta\,(m_l = 3) = 30°$.

Uždavinys Nr. 10

(a) Kokios yra galimos pilnutinio impulso momento kvantinio skaičiaus j vertės f būsenoms?
(b) Kokios yra atitinkamos pilnutinio impulso momento projekcijos kvantinio skaičiaus m_j vertės?
(c) Kiek iš viso yra skirtingų f būsenų (t. y. f būsenų, kurios skiriasi tik kvantinių skaičių j arba m_j vertėmis)?
(d) Kiek skirtingų f būsenų gautume, jeigu vietoj kvantinių skaičių j ir m_j vartotume m_l ir m_s?

Sprendimas

(a) Raide „f“ yra žymimos centriniame jėgų lauke esančios dalelės orbitinio judėjimo būsenos, atitinkančios šalutinio kvantinio skaičiaus vertę $l = 3$ (žr. AEDF, 26 p.). Pagal AEDF (3.4.9) formulę, atitinkamos pilnutinio impulso momento kvantinio skaičiaus vertės yra $j = l \pm 1/2$, t. y. 5/2 arba 7/2.
(b) Pagal AEDF (3.4.10) formulę, kvantinio skaičiaus m_j, kuris nusako pilnutinio impulso momento projekciją, galimos vertės yra nuo $-j$ iki $+j$ (kas vienetą). Kai $j = 5/2$, tokių verčių yra šešios: $m_j = -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2$. Kai $j = 7/2$, prie to verčių rinkinio reikia pridėti dar dvi vertes $\pm 7/2$.
(c) Pilnutinis f būsenų skaičius gaunamas, sudėjus visas skaičių j ir m_j poras, kurios išvardytos dalyje „b“: $6 + 8 = 14$.
(d) Jeigu vietoj kvantinių skaičių j ir m_j vartotume m_l ir m_s, tada vietoj AEDF (3.4.9) ir (3.4.10) formulių reikėtų naudoti AEDF (3.1.9) ir (3.4.3) formules. Pagal AEDF (3.1.9) formulę, iš viso yra $2l + 1$ galimų kvantinio skaičiaus m_l verčių (nuo $-l$ iki $+l$ kas vienetą), o pagal AEDF (3.4.3) formulę yra dvi galimos kvantinio skaičiaus m_s vertės ($\pm 1/2$). Todėl iš viso yra $2(2l + 1)$ galimų skaičių m_l ir m_s porų. Kai $l = 3$, gauname 14, t. y. tą patį skaičių, kaip „c“ dalyje.

Uždavinys Nr. 11

Didžiausias galimas atomo elektronų skaičius duotajame vienelektroniame energijos lygmenyje yra 8. Šis energijos lygmuo atitinka elektrono būseną, kurios lyginumas yra −1. Apskaičiuokite tos būsenos pilnutinio ir orbitinio impulso momentų kvantinius skaičius j ir l.

Sprendimas

Centriniame jėgų lauke esančio elektrono energijos lygmuo yra nusakomas trimis kvantiniais skaičiais: pagrindiniu kvantiniu skaičiumi n, šalutiniu kvantiniu skaičiumi l (kitaip sakant, orbitinio impulso momento kvantiniu skaičiumi) ir pilnutinio impulso momento kvantiniu skaičiumi j (žr. AEDF, 31 p.). Ketvirtasis kvantinis skaičius – pilnutinio impulso momento projekcijos kvantinis skaičius m_j, kuris reikalingas norint pilnai nusakyti elektrono kvantinę būseną, – neturi įtakos energijai. Vadinasi, didžiausias galimas elektronų skaičius duotajame energijos lygmenyje yra lygus kvantinio skaičiaus m_j galimų verčių skaičiui (nes, pagal Paulio draudimo principą, sistemoje gali būti nedaugiau negu vienas kiekvienos kvantinės būsenos elektronas). Pagal AEDF (3.4.10) formulę kvantinis skaičius m_j gali įgyti visas vertes nuo $-j$ iki j (kas vienetą). Vadinasi, iš viso yra $2j + 1$ galimų verčių. Pagal sąlygą $2j + 1 = 8$. Iš čia apskaičiuojamas kvantinis skaičius j:

$$j = 7/2.$$

Pagal AEDF (3.4.9) formulę yra dvi galimos kvantinio skaičiaus l vertės, kurios atitinka kiekvieną didesnę už 1/2 kvantinio skaičiaus j vertę:

$$l = j \pm 1/2.$$

Vadinasi, kvantinio skaičiaus j vertę 7/2 atitinka dvi galimos l vertės: 3 arba 4. Kadangi pagal sąlygą duotoji būsena yra nelyginė, tai l vertė yra pasirenkama remiantis tuo, kad būsenos lyginumas yra toks pats, kaip skaičiaus l lyginumas (žr. AEDF (3.2.7) formulę):

$$l = 3.$$

Uždavinys Nr. 12

Apskaičiuokite visas galimas pilnutinio judesio kiekio momento kvantinio skaičiaus J vertes, kai atomas yra būsenos, kurią atitinka šios sukinio kvantinio skaičiaus S ir orbitinio judesio kiekio momento kvantinio skaičiaus L vertės:

(a) $S = 2$, $L = 3$;
(b) $S = 3$, $L = 3$;
(c) $S = 5/2$, $L = 2$.

Sprendimas

Atomo pilnutinio impulso momento kvantinio skaičiaus J galimas vertes išreiškia AEDF (4.2.6) formulė. Pagal tą formulę apskaičiuojami atsakymai:

(a) $J = 1, 2, 3, 4, 5$.
(b) $J = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.
(c) $J = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2$.

Uždavinys Nr. 13

Apskaičiuokite pagrindinės būsenos atomo su vienu valentiniu elektronu Landė g faktoriaus vertes, jeigu tos būsenos atomo kvantinio skaičiaus L vertė yra: (a) $L = 0$; (b) $L = 1$; (c) $L = 2$. Apskaičiuojant reikia remtis prielaida, kad visi atomo elektronų posluoksniai (n, l) išskyrus vieną yra pilnai užpildyti, ir kad iš dalies užpildytame posluoksnyje yra tik vienas elektronas.

Sprendimas

Landė g faktoriaus išraiška yra AEDF (4.2.11) formulė. Kadangi atomo elektronų pilnutinį orbitinį ir sukininį momentus sudaro tik iš dalies užpildytų posluoksnių elektronų momentai (žr. AEDF, 44 p.), o šiuo atveju yra tik vienas iš dalies užpildytas posluoksnis, kuriame yra tik vienas elektronas, tai atomo kvantiniai skaičiai L, S ir J yra lygūs to elektrono atitinkamiems skaičiams j, s (= 1/2) ir l. Galimos skaičiaus j vertės yra $|l \pm 1/2|$ (žr. AEDF (3.4.9) formulę). Pagal sąlygą atomo būsena atitinka mažiausią energiją. Yra žinoma, kad elektrono sukinio ir orbitos sąveikos energija yra teigiama, kai elektrono orbitinis ir sukininis impulso momentai yra vienodų krypčių, ir neigiama, kai jie yra priešingų krypčių (žr. AEDF, 33 p.). Vadinasi, kai $l > 0$, tada mažiausios energijos būsenos elektrono orbitinis ir sukininis impulso momentai yra priešingų krypčių, t. y.

$$J = L - 1/2. \tag{1}$$

Tą patį teigia ir trečioji Hundo taisyklė (žr. AEDF, 44 p.). Kadangi l vertė yra lygi L vertei, kuri duota sąlygoje, tai visų trijų skaičių L, S ir J vertės yra žinomos. Kai $L = 0$, Landė g faktoriaus (AEDF (4.2.11)) vertė yra tokia pati, kaip vieno elektrono g faktoriaus:

(a) $g_J = 2$.

Kai $L > 0$, tada g faktoriaus išraiškoje (AEDF (4.2.11)) galima eliminuoti S ir J, įrašius į ją $S = 1/2$ ir J išraišką (1). Šitaip išvedama:

$$g_J = 2L \,/\, (2L + 1).$$

Paeiliui įrašius į šią formulę $L = 1$ ir $L = 2$, apskaičiuojama:

(b) $g_J = 2/3$,

(c) $g_J = 4/5$.

Uždavinys Nr. 14

Apskaičiuokite sužadintųjų atomų vidutinę gyvavimo trukmę, jeigu yra žinoma, kad spektro linijos, kurią sąlygoja kvantiniai šuoliai į pagrindinę būseną, intensyvumas sumažėja $\eta = 25$ kartus $l = 2{,}5$ mm atstumu išilgai atomų pluošto, kurio greitis $v = 600$ m/s.

Sprendimas

„Išjungus" išorinius poveikius, dėl kurių atomai yra sužadinami, atomų, esančių sužadintame energijos lygmenyje, kurio gyvavimo trukmė τ, spinduliuotės intensyvumas I mažėja laike pagal AEDF (5.2.6) formulę. Santykio η vertė, kuri yra duota sąlygoje, yra lygi

$$\eta = I_0 / I(t) = \exp(t / \tau), \tag{1}$$

čia t yra laikas, per kurį atomai nueina atstumą $l = 2{,}5$ mm = 0,0025 m. Tas laikas yra lygus

$$t = l / v, \tag{2}$$

čia v yra atomų greitis (pagal sąlygą $v = 600$ m/s). Įrašius skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama:

$$t = 4{,}167 * 10^{-6} \text{ s.}$$

Iš (1) formulės išvedama gyvavimo trukmės τ išraiška:

$$\tau = t / \ln(\eta). \tag{3}$$

Pagal sąlygą $\eta = 25$. Įrašius skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama:

$$\tau = 1{,}29 * 10^{-6} \text{ s.}$$

Uždavinys Nr. 15

Praretintieji gyvsidabrio garai, kurių visi atomai yra pagrindinės būsenos, yra apšviesti gyvsidabrio lempos šviesa, kurios bangos ilgis $\lambda = 253{,}65$ nm. Šitaip sužadintų garų atomų spinduliuotės galia $P = 0{,}035$ W. Apskaičiuokite sužadintųjų atomų skaičių, jeigu yra žinoma, kad sužadintosios būsenos vidutinė gyvavimo trukmė lygi $\tau = 0{,}15$ μs.

Sprendimas

Spinduliuotės galią lemia savaiminių kvantinių šuolių skaičius per laiko vienetą (fotonų „emisijos sparta“). „Išjungus“ sužadinimo procesą (šiuo atveju – apšvietimą), sužadintųjų atomų skaičius N pradėtų eksponentiškai mažėti laike pagal AEDF (5.2.5) formulę, o fotonų emisijos sparta Φ (pagal jos apibrėžtį) būtų priešinga skaičiaus N išvestinei laiko atžvilgiu:

$$\Phi = -\mathrm{d}N/\mathrm{d}t = N_0 \exp(-t / \tau) / \tau = N / \tau.$$

Kadangi Φ vertė iš karto po minėtojo išjungimo yra lygi Φ vertei prieš pat išjungimą, tai aišku, kad paskutinioji lygybė galioja visomis sąlygomis (t. y. ir vykstant atomų sužadinimui):

$$\Phi = N / \tau.$$

Vadinasi, sužadintųjų atomų skaičius yra lygus

$$N = \Phi\tau. \tag{1}$$

Φ yra lygi sužadintųjų atomų spinduliuotės galios P ir vieno emituoto fotono energijos E santykiui:

$$\Phi = P / E. \tag{2}$$

Įrašius (2) į (1):

$$N = P\tau / E. \tag{3}$$

Fotono energija yra išreiškiama AEDF (1.3.1) formule:

$$E = hc / \lambda, \tag{4}$$

čia h yra Planko konstanta ($h = 6{,}6260701 * 10^{-34}$ J*s), c yra šviesos greitis ($c = 299792458$ m/s), o λ yra emituoto fotono bangos ilgis, kuris yra lygus sugertojo fotono bangos ilgiui. Įrašius (4) į (3):

$$N = P\tau\lambda / hc. \tag{5}$$

Įrašius skaitines vertes, kurios duotos sąlygoje ($P = 0{,}035$ W, $\tau = 1{,}5 * 10^{-7}$ s, $\lambda = 2{,}5365 * 10^{-7}$ m), apskaičiuojama:

$$N = 6{,}704 * 10^{9}.$$

Uždavinys Nr. 16

Esant tam tikrai rentgeno vamzdžio su aliuminio anodu įtampai, ištisinio rentgeno spektro trumpabangio krašto bangos ilgis lygus 0,5 nm. Ar tomis sąlygomis bus matoma būdingosios spinduliuotės K serija, kurios sužadinimo įtampa lygi 1,56 kV?

Sprendimas

Ištisinis spektras atsiranda dėl stabdomosios rentgeno spinduliuotės (žr. AEDF, 6.2 skirsnis). To spektro trumpabangio krašto bangos ilgio ir rentgeno vamzdžio (t. y. elektronų greitinimo) įtampos sąryšis yra AEDF (6.2.2) formulė. Iš tos formulės galima išreikšti greitinimo įtampą:

$$U = ch \, / \, e\lambda_k, \quad (1)$$

čia c yra šviesos greitis (c = 299792458 m/s), h yra Planko konstanta (h = 6,6260701 * 10^{-34} J*s), e yra elementarusis krūvis (e = 1,602177*10^{-19} C), o λ_k yra ištisinio spektro trumpabangio krašto bangos ilgis (pagal sąlygą λ_k = 5 * 10^{-10} m). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$U = 2{,}48 \text{ kV}.$$

Kadangi ši vertė yra didesnė už sąlygoje duotą slenkstinę įtampą, kurią reikia viršyti, kad atsirastų K serijos būdingoji spinduliuotė, tai šiuo atveju bus matoma būdingosios spinduliuotės K serija.

Uždavinys Nr. 17

Apskaičiuokite rentgeno vamzdžio su nikelio ($_{28}$Ni) anodu įtampą, jeigu K-L linijos ir ištisinio rentgeno spektro trumpabangio krašto bangų ilgių skirtumas yra lygus $8{,}4 \cdot 10^{-11}$ m.

Sprendimas

Būdingosios rentgeno spinduliuotės spektro linijų bangos ilgius išreiškia Mozlio dėsnis (AEDF (6.4.2) formulė), kurį galima užrašyti šitaip:

$$\lambda = A^2 / (Z - \sigma)^2, \quad (1)$$

čia λ yra bangos ilgis, Z yra branduolio krūvio skaičius (cheminio elemento atominis numeris), o σ yra ekranavimo konstanta. K-L linijos atveju

$$A^2 = 4 / (3R), \quad (2)$$

čia R yra Rydbergo konstanta ($R = 1{,}097 * 10^7$ m^{-1}). K-L linijos atveju ekranavimo konstanta σ yra lygi 1 (žr. AEDF, 6.4 skirsnis). Įrašius (2) reiškinį ir $\sigma = 1$ į (1) formulę, išvedama K-L linijos bangos ilgio išraiška:

$$\lambda_{\text{K-L}} = 4 / (3R\,(Z - 1)^2). \quad (3)$$

Nikelio atveju $Z = 28$. Įrašius R ir Z skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama:

$$\lambda_{\text{K-L}} = 1{,}667 * 10^{-10} \text{ m}.$$

Atėmus iš šios vertės sąlygoje pateiktą bangų ilgių skirtumą, apskaičiuojamas trumpabangį spektro kraštą atitinkantis bangos ilgis:

$$\lambda_{\text{k}} = 8{,}27 * 10^{-11} \text{ m}.$$

λ_{k} išraiška yra AEDF (6.2.2) formulė. Pagal tą formulę išreiškiama rentgeno vamzdžio įtampa:

$$U = ch / (e\lambda_{\text{k}}), \quad (4)$$

čia c yra šviesos greitis (c = 299792458 m/s), h yra Planko konstanta ($h = 6{,}6260701*10^{-34}$ J*s), o e yra elementarusis krūvis ($e = 1{,}602177*10^{-19}$ C). Įrašius skaitines vertes į (4) formulę, apskaičiuojama:

$$U = 15{,}0 \text{ kV}.$$

Uždavinys Nr. 18

Pagal Veiczekerio formulę apskaičiuokite energijos kiekį, kuris išsiskiria, kai urano izotopo ^{236}U branduolys ($Z = 92$) pasidalija į dvi vienodas skeveldras. Naudokite šias Veiczekerio formulės koeficientų reikšmes: $\alpha = 15{,}5$ MeV, $\beta = 16{,}8$ MeV, $\gamma = 0{,}72$ MeV, $\eta = 23$ MeV, $C = 34/A^{3/4}$ (MeV).

Sprendimas

Branduolio dalijimosi metu išsiskyręs energijos kiekis yra išreiškiamas AEDF (7.3.9) formule:

$$Q = Mc^2 - (M_1 + M_2)c^2 = (M - 2M_1)c^2,$$

čia M yra pirminio branduolio rimties masė, M_1 ir M_2 abiejų antrinių branduolių („skeveldrų") rimties masės, o c yra šviesos greitis (užrašant paskutiniąją lygybę, pasinaudota tuo, kad skeveldros yra vienodos, t. y. $M_2 = M_1$). Branduolio rimties masę išreiškia AEDF (7.3.1) formulė. Atimant abiejų dalijimosi skeveldrų suminę rimties masę iš pirminio branduolio rimties masės, protonų ir neutronų masės (m_p ir m_n) susiprastina, todėl lieka tik abiejų skeveldrų suminio masės defekto ir pirminio branduolio masės defekto (Δm) skirtumas, padaugintas iš c^2. Pagal AEDF (7.3.2) formulę, branduolio masės defekto ir c^2 sandauga yra lygi branduolio ryšio energijai (E_R). Vadinasi,

$$Q = 2E_{R1} - E_{R0}, \tag{1}$$

čia E_{R0} yra pirminio branduolio ryšio energija, o E_{R1} yra vienos skeveldros ryšio energija. Bet kurio branduolio ryšio energiją galima apskaičiuoti pagal Veiczekerio formulę (AEDF (7.3.7)). Toje formulėje A yra branduolio masės skaičius, Z yra krūvio skaičius (t. y. protonų skaičius), o N yra neutronų skaičius:

$$N = A - Z. \tag{2}$$

Pagal sąlygą pirminio branduolio

$$A = A_0 = 236,\ \ Z = Z_0 = 92,\ N = N_0 = 236 - 92 = 144, \tag{3a}$$

o skeveldrų

$$A = A_1 = 118,\ \ Z = Z_1 = 46,\ N = N_1 = 118 - 46 = 72. \tag{3b}$$

Paskutinysis Veiczekerio formulės dėmuo (C) ypatingas tuo, kad jis nėra glodi kintamųjų A ir Z funkcija ir jo ženklas priklauso nuo protonų ir neutronų skaičių lyginumo (žr. to dėmens išraišką AEDF 59 p.). Tačiau, kadangi šiuo atveju pirminis branduolys ir abi skeveldros yra lyginiai-lyginiai branduoliai (su lyginiais Z ir N), tai dėmens C išraiška, kuri užrašyta uždavinio sąlygoje, tinka ir pirminiam branduoliui, ir skeveldroms. Įrašius visų koeficientų ir kintamųjų A, Z, N vertes į Veiczekerio formulę (AEDF (7.3.7)), apskaičiuojama:

$$E_{R0} = 1778{,}041 \text{ MeV},$$
$$E_{R1} = 990{,}156 \text{ MeV}.$$

Įrašius šias vertes į (1) formulę, apskaičiuojama:

$$Q = 202{,}27 \text{ MeV}.$$

Uždavinys Nr. 19

Taikydami Veiczekerio formulę, išveskite duotojo masės skaičiaus A izobaro, kurio branduolio masė yra mažiausia, krūvio skaičiaus Z išraišką, kai A yra nelyginis skaičius. Apskaičiuokite atitinkamą Z vertę, kai $A = 101$. Naudokite šias Veiczekerio formulės koeficientų reikšmes: $\alpha = 15{,}5$ MeV, $\beta = 16{,}8$ MeV, $\gamma = 0{,}72$ MeV, $\eta = 23$ MeV. Protono masė yra $1{,}6726219 \cdot 10^{-27}$ kg, o neutrono masė yra $1{,}6749275 \cdot 10^{-27}$ kg.

Sprendimas

Branduolio masės išraiška yra AEDF (7.3.1) formulė. Toje formulėje Z yra branduolio krūvio skaičius (t. y. protonų skaičius branduolyje), A yra branduolio masės skaičius, m_p yra protono masė, m_n yra neutrono masė, o Δm yra branduolio masės defektas, kuris lygus

$$\Delta m = E_\mathrm{R} / c^2, \tag{1}$$

(žr. AEDF (7.3.2)), čia E_R yra branduolio ryšio energija, o c yra šviesos greitis ($c = 299792458$ m/s). Ryšio energijos E_R išraiška yra Veiczekerio formulė (AEDF (7.3.7)). Toje formulėje N yra neutronų skaičius branduolyje ($N = A - Z$). Kai A yra nelyginis, paskutinis Veiczekerio formulės dėmuo (C) yra lygus nuliui (žr. AEDF (7.3.8)). Įrašius E_R išraišką į Δm išraišką (1), o paskui gautąją išraišką įrašius į AEDF (7.3.1) formulę, išvedama branduolio masės išraiška:

$$M = Zm_\mathrm{p} + (A - Z)m_\mathrm{n} - [\alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z(Z - 1)A^{-1/3} - \eta(A - 2Z)^2 A^{-1}]c^{-2}. \tag{2}$$

Pagal sąlygą reikia nagrinėti izobarų rinkinį. Tai reiškia, kad A yra konstanta, o Z kinta. Kadangi ekstremumo taške funkcijos išvestinė lygi nuliui, tai Z vertę, kuri atitinka mažiausią M, galima apskaičiuoti išdiferencijavus (2) reiškinį Z atžvilgiu ir prilyginus nuliui gautąją išvestinės išraišką. Šitaip išvedame lygtį Z atžvilgiu:

$$m_\mathrm{p} - m_\mathrm{n} + [\gamma(2Z - 1)A^{-1/3} - 4\eta(A - 2Z)A^{-1}]c^{-2} = 0.$$

Šios lygties sprendinys yra

$$Z = [(m_\mathrm{n} - m_\mathrm{p})c^2 + \gamma A^{-1/3} + 4\eta] / (2\gamma A^{-1/3} + 8\eta A^{-1}).$$

Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$Z = 43{,}85.$$

Uždavinys Nr. 20

Yra žinoma, kad dėl sukinio ir orbitos sąveikos nukleono energijos lygmuo skyla į du polygmenius. Įrodykite, kad visų tuose polygmeniuose esančių nukleonų energijų suma yra lygi pradiniame (neskilusiame) lygmenyje esančių nukleonų pilnutinei energijai (t. y. to energijos lygmens ir jame esančių nukleonų skaičiaus sandaugai), jeigu tas energijos lygmuo ir tie du polygmeniai yra pilnai užpildyti.

Sprendimas

Kiekvieno iš dviejų polygmenių, į kuriuos skyla nukleono energijos lygmuo dėl sukinio ir orbitos sąveikos, vertė, atskaityta pradinio (neskilusio) lygmens atžvilgiu, yra išreiškiama AEDF (7.5.6) formule. Kiekvienas iš tų polygmenių atitinka apibrėžtą kvantinių skaičių n, l ir j trejetą (žr. dešiniąją energijos lygmenų diagramą AEDF 7.5.4 pav.). Norint vienareikšmiškai nusakyti kvantinę būseną, reikia dar vieno kvantinio skaičiaus – m_j (žr. kvantinių skaičių ketvertą, kuris pateiktas AEDF (3.4.11)). Vadinasi, kiekvienas polygmenis atitinka kelias kvantines būsenas, kurios skiriasi tik kvantinio skaičiaus m_j vertėmis. Pagal AEDF (3.4.10) formulę, m_j gali būti lygus bet kuriai iš šių verčių: $m_j = -j, -j + 1, ..., j$. Šių verčių skaičius yra

$$n = 2j + 1. \tag{1}$$

Pagal Paulio draudimo principą (AEDF, 36 p.), toks pats yra ir tame polygmenyje esančių nukleonų skaičius, kai tas polygmenis yra pilnai užpildytas. Didžiausias galimas nukleonų skaičius polygmenyje, atitinkančiame $j = l + 1/2$, pagal (1) formulę yra lygus

$$n_+ = 2 * (l + 1/2) + 1 = 2l + 2.$$

Energijos atskaitos tašku pasirinkus pradinį (neskilusį) energijos lygmenį, šių nukleonų suminė energija pagal AEDF (7.5.6) formulę yra lygi

$$E_+ = n_+ * const * l = (2l + 2) * const * l, \tag{2}$$

čia „*const*“ reiškia pastovų daugiklį, kuris užrašytas prieš riestinį skliaustą AEDF (7.5.6) formulėje. Didžiausias galimas nukleonų skaičius polygmenyje, atitinkančiame $j = l - 1/2$, pagal (1) formulę yra lygus

$$n_- = 2 * (l - 1/2) + 1 = 2l.$$

Šių nukleonų suminė energija pagal AEDF (7.5.6) formulę yra lygi

$$E_- = n_- * const * (-l - 1) = 2l * const * (-l - 1). \tag{3}$$

Palyginus (2) ir (3) reiškinius, akivaizdu, kad

$$E_+ + E_- = 0,$$

ką ir reikėjo įrodyti.

Uždavinys Nr. 21

Anglies izotopo ^{13}C ($Z = 6$) branduolio nukleonų konfigūracijos (t. y. protonų ir neutronų energijos lygmenų užpildos), atitinkančios tris žemiausius sužadintuosius branduolio energijos lygmenis, skiriasi nuo pagrindinės būsenos konfigūracijos tik tuo, kad vienas neutronas yra perkeltas į aukštesnį energijos lygmenį. Visi žemiausi neutronų arba protonų energijos lygmenys yra pavaizduoti AEDF 7.5.4 pav. (trečioji diagrama, skaičiuojant iš kairės į dešinę). Nustatykite šių ^{13}C branduolio būsenų sukinius (J) ir lyginumus pagal sluoksninį branduolio modelį:

(a) pagrindinė būsena,
(b) sužadintoji būsena, kuri gauta perkėlus neutroną iš $1s_{1/2}$ lygmens į $1p_{1/2}$ lygmenį,
(c) sužadintoji būsena, kuri gauta perkėlus neutroną iš $1p_{3/2}$ lygmens į $1p_{1/2}$ lygmenį,
(d) sužadintoji būsena, kuri gauta perkėlus neutroną iš $1p_{1/2}$ lygmens į $1d_{5/2}$ lygmenį.

Nustatant sužadintųjų būsenų sukinius ir lyginumus, reikia taikyti tą pačią taisyklę, kaip ir pagrindinės būsenos atveju.

Sprendimas

^{13}C branduolys turi šešis protonus ir septynis neutronus, todėl pilnutinį branduolio sukinį lemia vienintelis „nesuporuotas“ neutronas (žr. AEDF, 7.6 skirsnis). Tas pats teiginys galioja ir lyginumui, nes šiomis sąlygomis visuose užimtuose energijos lygmenyse išskyrus vieną yra lyginis nukleonų skaičius. Kadangi kiekvienas nukleono energijos lygmuo atitinka apibrėžtą šalutinio kvantinio skaičiaus l vertę, tai, apskaičiuojant viso branduolio būsenos lyginumą, kiekvienas lygmuo pasireiškia daugikliu $(-1)^{nl}$, čia n yra tame lygmenyje esančių nukleonų skaičius (žr. AEDF, 66 p., pirmoji pastraipa). Vadinasi, jeigu n yra lyginis, tada atitinkamas energijos lygmuo pasireiškia daugikliu 1, t. y. neturi įtakos lyginumui, o jeigu n yra nelyginis, tada atitinkamas daugiklis yra lygus $(-1)^l$, t. y. branduolio būsenos lyginumas yra toks pats, kaip vienintelio „nesuporuoto“ nukleono būsenos lyginumas (žr. AEDF (3.2.7) formulę).

(a) Pagrindinės būsenos ^{13}C branduolio neutronų konfigūracija gaunama užpildžius žemiausius neutronų energijos lygmenis, kurie pavaizduoti AEDF 7.5.4 pav., trečiojoje diagramoje. Ši konfigūracija yra tokia:

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1. \tag{1}$$

Todėl pagrindinės būsenos sukinį ir lyginumą lemia $1p_{1/2}$ būsenos neutronas. Branduolio sukinys ir būsenos lyginumas įprastai yra nurodomi vartojant žymėjimą „$J^{\pm}$“, čia J yra branduolio sukinio kvantinis skaičius, o viršutinis indeksas „+“ arba „–“ nusako būsenos lyginumą (toks žymėjimas vadinamas „būsenos charakteristika“). Kadangi „p“ būsenos atitinka $l = 1$, tai pagrindinės būsenos ^{13}C branduolio charakteristika yra $1/2^-$.

(b) Perkėlus neutroną iš $1s_{1/2}$ lygmens į $1p_{1/2}$ lygmenį, vietoj (1) susidaro tokia konfigūracija:

$$(1s_{1/2})^1(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2.$$

Šiuo atveju būsenos sukinį ir lyginumą lemia $1s_{1/2}$ būsenos neutronas. Kadangi „s“ būsenos atitinka $l = 0$, tai šios sužadintosios ^{13}C branduolio būsenos charakteristika yra $1/2^+$.

(c) Perkėlus neutroną iš $1p_{3/2}$ lygmens į $1p_{1/2}$ lygmenį, vietoj (1) susidaro tokia konfigūracija:

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^3(1p_{1/2})^2.$$

Šiuo atveju būsenos sukinį ir lyginumą lemia $1p_{3/2}$ būsenos neutronas (kitaip sakant, „vakansija“, kuri yra $1p_{3/2}$ lygmenyje). Kadangi „p“ būsenos atitinka $l = 1$, tai šios sužadintosios ^{13}C branduolio būsenos charakteristika yra $3/2^-$.

(d) Perkėlus neutroną iš $1p_{1/2}$ lygmens į $1d_{5/2}$ lygmenį, vietoj (1) susidaro tokia konfigūracija:

$$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1d_{5/2})^1.$$

Šiuo atveju būsenos sukinį ir lyginumą lemia $1d_{5/2}$ būsenos neutronas. Kadangi „d“ būsenos atitinka $l = 2$, tai šios sužadintosios ^{13}C branduolio būsenos charakteristika yra $5/2^+$.

Uždavinys Nr. 22

Nustatykite šių branduolių pagrindinių būsenų sukinius (J) ir lyginumus, kuriuos numato sluoksninis branduolio modelis:

(a) ličio (atominis numeris $Z = 3$) izotopas ^{7}Li,
(b) boro ($Z = 5$) izotopas ^{11}B,
(c) anglies ($Z = 6$) izotopas ^{15}C,
(d) fluoro ($Z = 9$) izotopas ^{17}F,
(e) fosforo ($Z = 15$) izotopas ^{31}P,
(f) titano ($Z = 22$) izotopas ^{49}Ti.

Sprendžiant šį uždavinį, reikia naudotis vieno nukleono energijos lygmenų diagrama, kuri pateikta AEDF 7.5.4 pav. (trečioji diagrama, skaičiuojant iš kairės į dešinę). Kiekvienu atveju reikia nurodyti protono arba neutrono kvantinę būseną (energijos lygmens žymėjimą), kuri lemia atsakymą.

Sprendimas

[Šio uždavinio sprendimas nebūtinai turi būti toks detalus, kaip toliau. Užtenka nurodyti sukinius, lyginumus, protonų arba neutronų energijos lygmens žymėjimus ir šalutinius kvantinius skaičius (l) kiekvienu atveju.]

Visi nuklidai, kurie nurodyti sąlygoje, turi nelyginį masės skaičių. Tai reiškia, kad vienos rūšies nukleonų (protonų arba neutronų) skaičius branduolyje yra lyginis, o kitos rūšies – nelyginis. Tokiu atveju pagrindinėje būsenoje visi vienarūšiai nukleonai išskyrus vieną yra „suporuoti“ vienas su kitu taip, kad jų impulso momentai kompensuoja vienas kitą, todėl pilnutinį branduolio sukinį lemia vienintelis „nesuporuotas“ nukleonas (žr. AEDF, 7.6 skirsnis). Tas pats teiginys galioja ir lyginumui, nes šiomis sąlygomis visuose užimtuose energijos lygmenyse išskyrus vieną yra lyginis nukleonų skaičius. Kadangi kiekvienas nukleono energijos lygmuo atitinka apibrėžtą šalutinio kvantinio skaičiaus l vertę, tai, apskaičiuojant viso branduolio būsenos lyginumą, kiekvienas lygmuo pasireiškia daugikliu $(-1)^{nl}$, čia n yra tame lygmenyje esančių nukleonų skaičius (žr. AEDF, 66 p., pirmoji pastraipa). Vadinasi, jeigu n yra lyginis, tada atitinkamas energijos lygmuo pasireiškia daugikliu 1, t. y. neturi įtakos lyginumui, o jeigu n yra nelyginis, tada atitinkamas daugiklis yra lygus $(-1)^{l}$, t. y. branduolio būsenos lyginumas yra toks pats, kaip vienintelio „nesuporuoto“ nukleono būsenos lyginumas (žr. AEDF (3.2.7) formulę).

Iš to, kas parašyta aukščiau, išplaukia, kad visais sąlygoje nurodytais atvejais branduolio sukinio ir lyginumo nustatymo metodika yra tokia:

1. Nustatoma nukleonų, kurių skaičius yra nelyginis, rūšis (protonai ar neutronai). Nustatomas tos rūšies nukleonų skaičius.
2. Nustatomas aukščiausias tos rūšies nukleonų energijos lygmuo, kuris nėra „tuščias“. Tuo tikslu reikia užpildyti visus žemiausius energijos lygmenis, kurie pavaizduoti AEDF 7.5.4 pav., trečiojoje diagramoje, taip, kad visi lygmenys, kurie yra žemiau minėtojo lygmens, būtų pilnai užpildyti, o visuose aukščiau esančiuose lygmenyse nebūtų nė vieno nukleono. Nukleonų skaičius kiekviename energijos lygmenyje, kai tas lygmuo yra pilnai užpildytas, yra nurodytas tarp skliaustų AEDF 7.5.4 pav. diagramos dešiniajame krašte (apskritimais apibraukti skaičiai yra lygūs visuose žemesniuose lygmenyse esančių nukleonų skaičiui, kai tie lygmenys yra pilnai užpildyti).
3. „Nesuporuotojo“ nukleono impulso momento (tuo pačiu – ir viso branduolio sukinio) kvantinis skaičius J nustatomas pagal apatinį indeksą minėtojo energijos lygmens žymėjime (AEDF 7.5.4 pav. trečiojoje diagramoje lygmenų žymėjimai yra užrašyti kiekvieno lygmens dešiniojoje pusėje)
4. Pagal mažąją raidę, kuri vartojama lygmens žymėjime, nustatomas „nesuporuotojo“ nukleono šalutinis kvantinis skaičius l ir apskaičiuojamas branduolio būsenos lyginumas $(-1)^{l}$.

Kaip įprasta, branduolio sukinys ir būsenos lyginumas yra nurodomi vartojant žymėjimą „$J^{\pm}$“, čia J yra branduolio sukinio kvantinis skaičius, o viršutinis indeksas „+“ arba „–“ nusako būsenos lyginumą:

(a) ir (b) $\mathbf{3/2^{-}}$ (protonų lygmuo $1p_{3/2}$, $l = 1$),
(c) $\mathbf{5/2^{+}}$ (neutronų lygmuo $1d_{5/2}$, $l = 2$),
(d) $\mathbf{5/2^{+}}$ (protonų lygmuo $1d_{5/2}$, $l = 2$),
(e) $\mathbf{1/2^{+}}$ (protonų lygmuo $2s_{1/2}$, $l = 0$),
(f) $\mathbf{7/2^{-}}$ (neutronų lygmuo $1f_{7/2}$, $l = 3$).

Uždavinys Nr. 23

Apskaičiuokite būsenų $s_{1/2}$, $p_{1/2}$ ir $p_{3/2}$ neutrono ir protono magnetinius momentus (juos reikia išreikšti branduoliniais magnetonais, t. y. reikia apskaičiuoti magnetinio momento ir branduolinio magnetono μ_N santykį).

Sprendimas

Nukleono (t. y. neutrono arba protono) magnetinio momento išraiška yra AEDF (7.8.7) formulė. Toje formulėje g_j yra nukleono pilnutinis g faktorius, j yra pilnutinio impulso momento kvantinis skaičius, o μ_N yra branduolinis magnetonas ($\mu_N = 5{,}050784 * 10^{27}$ J/T). Iš minėtosios formulės išplaukia ši magnetinio momento μ ir branduolinio magnetono santykio išraiška:

$$\mu / \mu_N = g_j\, j. \tag{1}$$

g_j išraiška yra AEDF (7.8.8) formulė. Iš tos formulės akivaizdu, kad g_j priklauso nuo kvantinio skaičiaus j, orbitinio g faktoriaus (g_l) ir sukininio g faktoriaus (g_s). Pastarųjų dviejų g faktorių vertės yra duotos AEDF 67 p.: protono $g_l = 1$, $g_s = 5{,}5856912$, o neutrono $g_l = 0$, $g_s = -3{,}8260837$. Būsenų žymėjimuose (žr. uždavinio sąlygą) j vertė yra užrašyta apatinio indekso pavidalu. AEDF (7.8.8) formulės yra du variantai, priklausomai nuo to, ar $j = l + 1/2$, ar $j = l - 1/2$, čia l yra šalutinis (orbitinis) kvantinis skaičius. l vertę nusako mažoji raidė būsenos žymėjime: „s“ reiškia $l = 0$, o „p“ reiškia $l = 1$. Vadinasi, $s_{1/2}$ ir $p_{3/2}$ būsenų atveju reikia naudoti pirmąjį AEDF (7.8.8) formulės variantą, o $p_{1/2}$ būsenos atveju reikia naudoti antrąjį tos formulės variantą. Įrašius j, g_l ir g_s vertes į g_j išraišką (AEDF (7.8.8)), o paskui padauginus apskaičiuotą g_j vertę iš j (žr. (1) formulę), apskaičiuojami atsakymai:

$s_{1/2}$ būsenos neutrono $\mu / \mu_N = -1{,}913$,
$s_{1/2}$ būsenos protono $\mu / \mu_N = 2{,}793$,
$p_{1/2}$ būsenos neutrono $\mu / \mu_N = 1{,}275$,
$p_{1/2}$ būsenos protono $\mu / \mu_N = -1{,}195$,
$p_{3/2}$ būsenos neutrono $\mu / \mu_N = -1{,}913$,
$p_{3/2}$ būsenos protono $\mu / \mu_N = 3{,}793$.

Uždavinys Nr. 24

Apskaičiuokite f būsenos protono kvantinį skaičių j, jeigu yra žinoma, kad šios būsenos protono magnetinis momentas lygus $\mu = 5{,}79\ \mu_N$, čia μ_N yra branduolinis magnetonas.

Sprendimas

„f" būsena atitinka šalutinį (orbitinį) kvantinį skaičių $l = 3$. Pilnutinio impulso momento kvantinis skaičius j gali būti lygus dviem vertėms:

$$j = l \pm 1/2$$

(žr. AEDF (3.4.9)), t. y. 7/2 arba 5/2. Norint nustatyti, kuri iš jų yra teisinga, reikia pasinaudoti bendrąja nukleono magnetinio momento išraiška (AEDF (7.8.7) formulė) ir protono pilnutinio g faktoriaus (g_j) išraiška (AEDF (7.8.8) formulė). Iš g faktoriaus išraiškos akivaizdu, kad jis priklauso nuo kvantinio skaičiaus j, protono orbitinio g faktoriaus (g_l) ir protono sukininio g faktoriaus (g_s). Pastarųjų dviejų g faktorių vertės yra duotos AEDF 67 p.: $g_l = 1$, $g_s = 5{,}5856912$. Paeiliui įrašius į g_j išraišką abi minėtas j vertes, apskaičiuojama:

$$g_{7/2} = 1{,}6550987,$$
$$g_{5/2} = 0{,}8236748.$$

Pagal magnetinio momento išraišką (AEDF (7.8.7) formulė), daugiklis prieš branduolinį magnetoną μ_N, kuris nurodytas sąlygoje (t. y. 5,79) yra lygus $g_j * j$. Padauginus minėtas dvi g_j vertes iš atitinkamų j verčių, apskaičiuojama:

$$g_{7/2} * 7/2 = 5{,}7928456,$$
$$g_{5/2} * 5/2 = 2{,}059187.$$

Pirmoji iš šių verčių atitinką tą, kuri nurodyta sąlygoje. Tai reiškia, kad

$$j = 7/2.$$

Uždavinys Nr. 25

Energija, kuri išsiskiria urano ^{238}U (atominis numeris 92) branduolio α skilimo metu, yra $E = 4{,}268$ MeV. (a) Apskaičiuokite potencialo barjero, kuris skiria α dalelę ir antrinį branduolį, aukštį, laikydami, kad atstumas iki branduolio centro, atitinkantis trūkį potencinės energijos U priklausomybėje nuo to atstumo, yra $d = 1{,}4A^{1/3} \cdot 10^{-15}$ m, čia A yra antrinio branduolio masės skaičius. (b) Apskaičiuokite atstumą iki antrinio branduolio centro, kurį viršijus, α dalelės kinetinė energija tampa teigiama.

Sprendimas

Potencialo barjeras, pro kurį „tuneliuoja" alfa dalelė vykstant α skilimui, yra pavaizduotas AEDF 8.2.3 pav., o to potencialo barjero matematinė išraiška yra AEDF (8.2.3) formulė. Akivaizdu, kad barjero viršūnė atitinka potencinės energijos trūkį. Barjero aukščio išraiška yra AEDF (8.2.4) formulė. Toje formulėje Z yra antrinio branduolio krūvio skaičius (pagal sąlygą $Z = 92 - 2 = 90$), e yra elementarusis krūvis ($e = 1{,}602177 * 10^{-19}$ C), ε_0 yra elektrinė konstanta ($\varepsilon_0 = 8{,}854188 * 10^{-12}$ F/m), o d yra apskaičiuojamas pagal sąlygoje duotą formulę, naudojant žinomą masės skaičių A (pagal sąlygą $A = 238 - 4 = 234$):

$$d = 8{,}62714 * 10^{-15} \text{ m.}$$

Įrašius visas minėtas skaitines vertes į AEDF (8.2.4) formulę, apskaičiuojamas potencialo barjero aukštis:

$$U_{max} = 4{,}81358 * 10^{-12} \text{ J} = 30{,}044 \text{ MeV.}$$

Potencialo barjero viduje alfa dalelės mechaninė energija E yra mažesnė už potencinę energiją U (žr. AEDF 8.2.3 pav.). Kadangi mechaninė energija yra lygi potencinės ir kinetinės energijos sumai, tai barjero viduje kinetinė energija yra neigiama. Ji tampa teigiama, kai alfa dalelė pereina visą barjero plotį, t. y. taške $x = x_2$. Atstumo x_2 išraiška yra AEDF (8.2.6) formulė. Įrašius į tą formulę alfa dalelės energiją (pagal sąlygą $E = 4{,}268 \text{ MeV} = 6{,}83809 * 10^{-13}$ J) ir kitas skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$x_2 = 6{,}07295 * 10^{-14} \text{ m.}$$

Uždavinys Nr. 26

Rimties būsenos polonio izotopo ^{212}Po branduolys savaime emituoja 8,784 MeV energijos alfa dalelę, virsdamas švino izotopo ^{208}Pb branduoliu. Apskaičiuokite ^{208}Pb branduolio atatrankos energiją ir ^{212}Po branduolio masę, jeigu ^{208}Pb branduolio masė lygi $3,45279 \cdot 10^{-25}$ kg, o alfa dalelės (^{4}He branduolio) masė lygi $6,64466 \cdot 10^{-27}$ kg.

Sprendimas

Sprendžiant šį uždavinį, reikia naudoti energijos ir impulso tvermės dėsnius (jie sudaro dviejų lygčių sistemą, kurios sprendinys yra dviejų nežinomų dydžių vertės). Alfa skilimo metu išsiskyręs energijos kiekis Q yra išreiškiamas AEDF (7.3.9) formule:

$$Q = (M_{Po} - M_{Pb} - M_{\alpha})c^2, \tag{1}$$

čia M_{Po} yra pirminio ^{212}Po branduolio masė, kurią reikia apskaičiuoti, M_{Pb} ir M_{α} yra atitinkamai ^{208}Pb branduolio ir α dalelės masės, kurios duotos sąlygoje, o c yra šviesos greitis (c = 299792458 m/s). Iš (1) formulės išplaukia ši M_{Po} išraiška:

$$M_{Po} = M_{Pb} + M_{\alpha} + (Q / c^2). \tag{2}$$

Q yra lygus

$$Q = E_{Pb} + E_{\alpha}, \tag{3}$$

čia E_{Pb} ir E_{α} yra atitinkamai ^{208}Pb branduolio ir α dalelės kinetinės energijos (^{208}Pb branduolio kinetinė energija sąlygoje yra vadinama „atatrankos energija“). Sąlygoje yra duota tik E_{α} vertė. E_{Pb} vertę galima apskaičiuoti pasinaudojus impulso tvermės dėsniu. Pagal sąlygą pilnutinis sistemos impulsas yra lygus nuliui (nes pirminis branduolys nejuda). Tai reiškia, kad ^{208}Pb branduolio ir α dalelės impulso vektoriai yra priešingi, t. y. jų moduliai sutampa:

$$p_{Pb} = p_{\alpha}, \tag{4}$$

čia p_{Pb} yra ^{208}Pb branduolio impulsas, o p_{α} yra α dalelės impulsas. Kadangi dalelės yra nereliatyvistinės, tai impulsas p ir kinetinė energija E yra susiję sąryšiu $p^2 = 2ME$, čia M yra dalelės masė. Todėl (4) lygybę galima užrašyti šitaip:

$$M_{Pb}E_{Pb} = M_{\alpha}E_{\alpha}$$

arba

$$E_{Pb} = E_{\alpha}\, M_{\alpha} / M_{Pb}. \tag{5}$$

Įrašius į (5) formulę skaitines vertes, kurios duotos sąlygoje (E_{α} = 8,784 MeV, $M_{\alpha} = 6,64466 * 10^{-27}$ kg, $M_{Pb} = 3,45279 * 10^{-25}$ kg), apskaičiuojama ^{208}Pb branduolio atatrankos energija:

$$E_{Pb} = 0,16904 \text{ MeV}.$$

Įrašius skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama išsiskyrusi energija:

$$Q = 8,953 \text{ MeV} = 1,43444 * 10^{-12} \text{ J}.$$

Įrašius skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama ^{212}Po branduolio masė:

$$M_{Po} = 3,51939 * 10^{-25} \text{ kg}.$$

Uždavinys Nr. 27

Apskaičiuokite ^{16}O branduolio sužadintosios būsenos energiją (atskaitytą nuo pagrindinės būsenos energijos), jeigu yra žinoma, kad, įvykus kvantiniam šuoliui iš tos būsenos į pagrindinę būseną, emituojamas fotonas, kurio energija yra lygi 6128,63 keV (sprendžiant šį uždavinį, reikia atsižvelgti į branduolio atatrankos energiją). ^{16}O branduolio masė lygi $2{,}65529 \cdot 10^{-26}$ kg.

Sprendimas

Kadangi branduolio impulsas prieš fotono emisiją yra lygus nuliui, tai, pagal impulso tvermės dėsnį, fotono ir branduolio impulso vektoriai po fotono emisijos yra priešingi. Tai reiškia, kad jų moduliai yra lygūs vienas kitam:

$$p_{\mathrm{br}} = p_\gamma, \tag{1}$$

čia p_{br} yra branduolio impulsas, o p_γ yra fotono impulsas, kurį galima išreikšti fotono energija pagal AEDF (1.3.3) formulę:

$$p_\gamma = E_\gamma / c, \tag{2}$$

čia E_γ yra fotono energija, o c yra šviesos greitis. Kadangi branduolys įgyja impulsą (1), tai tuo pačiu jis įgyja ir kinetinę energiją. Pažymėjus branduolio masę m_{br}, ši „atatrankos“ energija yra lygi

$$E_{\mathrm{br}} = (p_{\mathrm{br}})^2 / (2m_{\mathrm{br}}) = (p_\gamma)^2 / (2m_{\mathrm{br}}) = (E_\gamma)^2 / (2m_{\mathrm{br}}c^2). \tag{3}$$

Vadinasi, ne visa branduolio sužadinimo energija (E^*) virsta fotono energija: sužadinimo energijos dalis virsta branduolio atatrankos energija E_{br}. Tai reiškia, kad sužadintosios būsenos energija yra lygi

$$E^* = E_\gamma + E_{\mathrm{br}} = E_\gamma + (E_\gamma)^2 / (2m_{\mathrm{br}}c^2). \tag{4}$$

Įrašius sąlygoje duotas skaitines vertes (E_γ = 6128,63 keV = 9,81915 * 10^{-13} J, m_{br} = 2,65529 * 10^{-26} kg) ir šviesos greičio vertę (c = 299792458 m/s), apskaičiuojama:

$$E^* = 6129{,}89\ \mathrm{keV} = 9{,}82117 * 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

Uždavinys Nr. 28

Išvardykite visas galimas šių kvantinių šuolių daugiapoliškumo eiles ir šuolių tipus (E ar M): (a) $3^- \rightarrow 2^+$; (b) $5/2^- \rightarrow 9/2^+$; (c) $1/2^+ \rightarrow 1/2^-$; (d) $3/2^+ \rightarrow 7/2^+$. Kiekvienu atveju nurodykite intensyviausiojo daugiapolio šuolio eilę ir tipą.

Sprendimas

Šis uždavinys yra analogiškas pavyzdžiui, kuris pateiktas AEDF 78 p. Galimų šuolių tipų nustatymas susideda iš trijų žingsnių:

1) didžiausios ir mažiausios daugiapoliškumo eilės l nustatymas pagal AEDF (8.3.3b) formulę,
2) spinduliuotės lyginumo Π (t. y. jos magnetinio lauko lyginumo) nustatymas pagal „lyginumo atrankos taisyklę“ (AEDF (8.3.10)),
3) kiekvienos eilės spinduliuotės tipo (E arba M) nustatymas pagal apibrėžtį (AEDF (8.3.9)). Jeigu skaičiaus l lyginumas sutampa su spinduliuotės lyginumu, tada spinduliuotė yra elektrinė (tipas E), o priešingu atveju spinduliuotė yra magnetinė (tipas M).

Visais atvejais intensyviausias yra mažiausios eilės šuolis (toliau jo žymėjimas yra užrašytas storesniu šriftu).

(a) $l_{\min} = 3 - 2 = 1$, $l_{\max} = 3 + 2 = 5$, $\Pi = -1$. Šuolių tipai: **E1**, M2, E3, M4, E5.
(b) $l_{\min} = |5/2 - 9/2| = 2$, $l_{\max} = 5/2 + 9/2 = 7$, $\Pi = -1$. Šuolių tipai: **M2**, E3, M4, E5, M6, E7.
(c) $l_{\min} = l_{\max} = 1/2 + 1/2 = 1$ (vertė $l = 0$ yra negalima), $\Pi = -1$. Šuolio tipas: **E1**.
(d) $l_{\min} = |3/2 - 7/2| = 2$, $l_{\max} = 3/2 + 7/2 = 5$, $\Pi = +1$. Šuolių tipai: **E2**, M3, E4, M5.

Uždavinys Nr. 29

Laisvas neutronas yra nestabilus. Jo skilimo tipas yra β^- („beta minus“) Apskaičiuokite kinetinės energijos kiekį, kuris išsiskiria to skilimo metu.

Sprendimas

Skilimo metu išsiskirianti kinetinė energija – tai pirminės dalelės rimties energijos ir visų antrinių dalelių suminės rimties energijos skirtumas (žr. AEDF 8.4 skirsnis, antroji pastraipa). Dalelės, kurios rimties masė m, rimties energija yra lygi

$$E = mc^2,$$

čia c yra šviesos greitis. Pagal AEDF (8.4.1a) lygtį, neutrono β^- skilimo atveju antrinės dalelės yra protonas, elektronas ir antineutrinas. Antineutrino masė yra praktiškai lygi nuliui (žr. AEDF, 82 p., priešpaskutinė pastraipa). Vadinasi, išsiskyrusi kinetinė energija yra lygi

$$Q = (m_n - m_p - m_e)\, c^2, \qquad (1)$$

čia m_n yra neutrono masė, m_p yra protono masė, o m_e yra elektrono masė. Šių trijų masių skaitinės vertės yra pateiktos, pvz., AEDF 58 p.: neutrono masė $m_n = 1{,}67493 * 10^{-27}$ kg, protono masė $m_p = 1{,}67262 * 10^{-27}$ kg, elektrono masė $m_e = 9{,}10938 * 10^{-31}$ kg. Įrašius šias vertes ir šviesos greičio skaitinę vertę ($c = 299792458$ m/s) į (1) formulę, apskaičiuojama:

$$Q = 1{,}25344 * 10^{-13} \text{ J} = 0{,}78233 \text{ MeV}.$$

Uždavinys Nr. 30

Laisvas neutronas yra nestabilus. Jo skilimo tipas yra β^{-}. Skilimo metu išsiskiria energijos kiekis 0,782 MeV. Apskaičiuokite didžiausią galimą šio skilimo metu atsiradusio protono kinetinę energiją, jeigu neutronas iki skilimo buvo rimties būsenos. Apskaičiuojant reikia tarti, kad protonas yra nereliatyvistinis, o elektronas yra reliatyvistinis, t. y. elektrono impulsas p_e ir kinetinė energija E yra susiję šitaip: $(p_e c)^2 = E^2 + 2mc^2 E$, čia m yra elektrono rimties masė, o c yra šviesos greitis.

Sprendimas

β^{-} skilimo metu atsiranda trys dalelės: protonas, elektronas ir antineutrinas (žr. AEDF, (8.4.1a)). Skilimo energija Q, kuri nurodyta sąlygoje, virsta jų kinetine energija. Didžioji jos dalis atitenka dviem lengvosioms dalelėms (elektronui ir antineutrinui). Protono kinetinė energija – tai vadinamoji „atatrankos energija“, kuri yra daug mažesnė už Q. Protono kinetinė energija yra lygi

$$E_p = (p_p)^2 / (2m_p), \qquad (1)$$

čia p_p yra protono impulsas, o m_p yra protono masė. Kadangi pagal sąlygą pilnutinis sistemos impulsas yra lygus nuliui (neutronas nejuda), tai pagal impulso tvermės dėsnį protono impulso modulis p_p yra lygus kitų dviejų antrinių dalelių (elektrono ir antineutrino) suminio impulso moduliui. Elektrono ir antineutrino suminis impulsas priklauso nuo energijos „pasidalijimo“ tarp jų. Kinetinės energijos „pasidalijimas“ tarp elektrono ir antineutrino yra atsitiktinis (žr. AEDF, 8.4 skirsnis). Todėl protono atatrankos energija irgi yra atsitiktinė. Kadangi antineutrino rimties masė yra praktiškai nulinė, tai jo impulsas yra daug mažesnis už panašios energijos elektrono impulsą (tai išplaukia iš reliatyvistinio impulso ir energijos sąryšio, kuris pateiktas sąlygoje). Todėl protono impulsas bus didžiausias tada, kai elektronui atitenka didžiausia galima energija, t. y. kai antineutrino energija lygi nuliui. Tada impulso tvermės dėsnis yra toks:

$$p_p = p_e, \qquad (2)$$

čia p_e yra elektrono impulso modulis. Nors ir šiomis sąlygomis elektrono kinetinė energija yra šiek tiek mažesnė už Q (nes dalis pilnutinės išsiskyrusios energijos Q virsta protono kinetine energija), tačiau, kadangi protono atatrankos energija yra labai maža, elektrono impulsą p_e galima skaičiuoti taip, lyg jo energija E būtų lygi Q. Tada, naudojant sąlygoje duotą reliatyvistinį impulso ir energijos sąryšį, elektrono impulso kvadratas yra lygus

$$(p_e)^2 = (Q^2 + 2mc^2 Q) / c^2. \qquad (3)$$

Pagal (2), tokia pati yra ir protono impulso kvadrato $(p_p)^2$ vertė. Įrašius (3) reiškinį į (1) formulę vietoj $(p_p)^2$, išvedama protono atatrankos energijos išraiška:

$$E_p = (Q^2 + 2mc^2 Q) / (2m_p c^2). \qquad (4)$$

Elektrono rimties masė $m = 9{,}10938{*}10^{-31}$ kg, protono masė $m_p = 1{,}6726219 * 10^{-27}$ kg, šviesos greitis $c = 299792458$ m/s. Įrašius šias skaitines vertes ir sąlygoje duotą Q vertę ($Q = 0{,}782$ MeV $= 1{,}2529{*}10^{-13}$ J) į (4) formulę, apskaičiuojama:

$$E_p = 7{,}518{*}10^{-4}\ \text{MeV} = 1{,}204{*}10^{-16}\ \text{J}.$$

Uždavinys Nr. 31

Plonas kalcio izotopo ^{48}Ca sluoksnis, kurio masinis storis lygus 1 mg/cm^2, yra apšaudomas alfa dalelių pluoštu, kurio elektros srovė lygi 10 nA. Sluoksnyje vyksta branduolinė reakcija ^{48}Ca(α,p). Protonų skaičiavimo sparta yra lygi 15 s^{-1}. Erdvinis kampas, kuriuo matomas detektoriaus langelis, žiūrint iš reakcijos vietos, yra lygus 0,002 sr. Apskaičiuokite reakcijos ^{48}Ca(α,p) skerspjūvį, jeigu protonų kampinis pasiskirstymas yra izotropinis. ^{48}Ca atomo masė lygi $7.9627 \cdot 10^{-26}$ kg.

Sprendimas

Branduolinės reakcijos spartą išreiškia AEDF (9.2.9) formulė:

$$R = \sigma n_S \Phi, \tag{1}$$

čia R yra reakcijos sparta (reakcijos įvykių skaičius per laiko vienetą), σ yra reakcijos skerspjūvis, n_S yra ^{48}Ca atomų skaičius ploto vienetui, o Φ yra pilnutinis alfa dalelių srautas, t. y. jų skaičius per laiko vienetą. Iš (1) formulės išplaukia reakcijos skerspjūvio išraiška:

$$\sigma = R / (n_S \Phi). \tag{2}$$

Kadangi protonų kampinis pasiskirstymas yra izotropinis, tai reakcijos sparta R yra lygi

$$R = 4\pi\, r / \Omega,$$

čia r yra protonų skaičiavimo sparta (pagal sąlygą $r = 15$ s^{-1}), o Ω yra erdvinis kampas (pagal sąlygą $\Omega = 0{,}002$ sr). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$R = 94248 \text{ s}^{-1}.$$

Taikinio atomų skaičius ploto vienetui n_S yra lygus

$$n_S = m_S / M,$$

čia m_S yra ploto vieneto masė (pagal sąlygą $m_S = 10^{-6}$ kg/cm^2), o M yra ^{48}Ca atomo masė ($M = 7{,}9627 * 10^{-26}$ kg). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$n_S = 1{,}25585 * 10^{19} \text{ cm}^{-2}.$$

Kadangi alfa dalelės elektros krūvis yra lygus dviem elementariesiems krūviams, tai alfa dalelių skaičius per laiko vienetą yra lygus

$$\Phi = I / (2e),$$

čia I yra alfa dalelių pluošto elektros srovė (pagal sąlygą $I = 10^{-8}$ A), o e yra elementarusis krūvis ($e = 1{,}602177*10^{-19}$ C). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$\Phi = 3{,}12075 * 10^{10} \text{ s}^{-1}.$$

Įrašius apskaičiuotąsias R, n_S ir Φ vertes į (2) formulę, apskaičiuojamas reakcijos skerspjūvis:

$$\sigma = 2{,}40476 * 10^{-25} \text{ cm}^2 = 240{,}5 \text{ mb}.$$

Uždavinys Nr. 32

Užbaikite šių branduolinių reakcijų lygtis (t. y. įrašykite trūkstamą dalelės arba branduolio žymėjimą):

$$\begin{array}{lcccccl} {}^{27}\mathrm{Al} & + & \mathrm{p} & \rightarrow & & + & \mathrm{n}, \\ {}^{32}\mathrm{S} & + & \alpha & \rightarrow & & + & \gamma, \\ {}^{197}\mathrm{Au} & + & {}^{12}\mathrm{C} & \rightarrow & {}^{208}\mathrm{At} & + & \ , \\ {}^{116}\mathrm{Sn} & + & & \rightarrow & {}^{117}\mathrm{Sn} & + & \mathrm{p}. \end{array}$$

Reikia naudotis masės ir elektros krūvio tvermės dėsniais. Šiose lygtyse vartojami tokie žymėjimai: „p“ – protonas, „n“ – neutronas, „α“ – alfa dalelė, „γ“ – gama kvantas (fotonas). Branduolių žymėjimuose vartojami šie cheminių elementų simboliai: Al (aliuminis, atominis numeris $Z = 13$), S (siera, $Z = 16$), Au (auksas, $Z = 79$), C (anglis, $Z = 6$), At (astatinas, $Z = 85$), Sn (alavas, $Z = 50$).

Sprendimas

I lygtis

Kadangi protono ir neutrono krūvio skaičiai lygūs atitinkamai 1 ir 0, o masės skaičiai vienodi ir lygūs 1, tai pagal masės tvermės dėsnį antrinio branduolio masės skaičius turi būti toks pats kaip pirminio (t. y. 27), o pagal krūvio tvermės dėsnį krūvio skaičius turi būti vienetu didesnis. Periodinėje elementų sistemoje (AEDF, 46 p.) po aliuminio yra silicis (Si, $Z = 14$). Vadinasi, I lygtis yra tokia:

$$^{27}\mathrm{Al} + \mathrm{p} \rightarrow \mathbf{^{27}Si} + \mathrm{n}.$$

II lygtis

Kadangi alfa dalelės ir fotono krūvio skaičiai lygūs atitinkamai 2 ir 0, o masės skaičiai lygūs atitinkamai 4 ir 0, tai antrinio branduolio masės skaičius turi būti keturiais vienetais didesnis negu pirminio (32 + 4 = 36), o krūvio skaičius turi būti dviem vienetais didesnis negu pirminio (16 + 2 = 18). Elementas, kurio atominis numeris lygus 18, yra argonas (Ar). Vadinasi, II lygtis yra tokia:

$$^{32}\mathrm{S} + \alpha \rightarrow \mathbf{^{36}Ar} + \gamma.$$

III lygtis

Kadangi astatino (At) krūvio skaičius ($Z = 85$) yra lygus aukso ($Z = 79$) ir anglies ($Z = 6$) krūvio skaičių sumai, tai trūkstama dalelė turi būti neutrali. Kadangi astatino masės skaičius (208) yra vienetu mažesnis už aukso ir anglies masių skaičių sumą (197 + 12 = 209), tai trūkstamos dalelės masės skaičius turi būti 1. Ta dalelė yra neutronas („n“). Vadinasi, III lygtis yra tokia:

$$^{197}\mathrm{Au} + {}^{12}\mathrm{C} \rightarrow {}^{208}\mathrm{At} + \mathbf{n}.$$

IV lygtis

Kadangi pirminio branduolio (^{116}Sn) masės skaičius yra dviem vienetais mažesnis už antrinio branduolio ir protono masės skaičių sumą (117 + 1 = 118), tai krintančiojo branduolio masės skaičius turi būti lygus 2. Kadangi pirminio ir antrinio branduolių krūvio skaičiai vienodi (tai yra du alavo izotopai), o protono krūvio skaičius lygus 1, tai krintančiojo branduolio krūvio skaičius taip pat turi būti 1. Vadinasi, tai yra deutonas – vandenilio izotopo ^{2}H (deuterio) branduolys, kurį sudaro vienas protonas ir vienas neutronas:

$$^{116}\mathrm{Sn} + \mathbf{^{2}H} \rightarrow {}^{117}\mathrm{Sn} + \mathrm{p}.$$

Uždavinys Nr. 33

8 MeV energijos α dalelės krinta į aukso (^{197}Au, $Z = 79$, atomo masė $3{,}27071 \cdot 10^{-25}$ kg) foliją, kurios masinis storis lygus 8 mg/cm^2. Dalelių srautas yra $3 \cdot 10^7$ s^{-1}. Žiedinis detektorius, kurio ašis sutampa su krintančiųjų dalelių pluoštu, yra 3 cm atstumu nuo folijos (toje pačioje folijos pusėje kaip ir dalelių šaltinis). Detektoriaus vidinis spindulys yra 0,5 cm, o išorinis spindulys yra 0,7 cm. Koks yra išsklaidytųjų dalelių pataikymo į detektorių vidutinis dažnis? [Galima pasirinkti vieną iš dviejų sprendimo būdų: tikslų arba apytikslį. Tiksliai sprendžiant, reikia apskaičiuoti integralą, kuris yra AEDF (9.2.12) formulėje, tačiau su kitokiais integravimo rėžiais. Integruojant galima pasinaudoti šia trigonometrine tapatybe: $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$. Apytiksliai sprendžiant, integravimas nereikalingas.]

Sprendimas

Alfa dalelės sąveikauja su aukso atomų branduoliais ir yra išsklaidomos dėl tampriosios Kulono sklaidos (AEDF, 9.3 skyrius). Tampriosios sklaidos, kaip ir bet kurio kito tipo sąveikos, spartą išreiškia AEDF (9.2.9) formulė:

$$R = \sigma n_S \Phi, \tag{1}$$

čia R yra sklaidos sparta (sklaidos įvykių skaičius per laiko vienetą), σ yra sklaidos skerspjūvis, n_S yra aukso atomų skaičius ploto vienetui, o Φ yra pilnutinis alfa dalelių srautas, t. y. jų skaičius per laiko vienetą (pagal sąlygą $\Phi = 3 * 10^7$ s^{-1}). Tampriosios Kulono sklaidos diferencialinis skerspjūvis išreiškiamas AEDF (9.3.2) formule. Pilnutinio sklaidos skerspjūvio (atitinkančio visus galimus sklaidos kampus) bendroji išraiška yra AEDF (9.2.12) formulė. Tačiau, kadangi yra detektuojamos ne visos išsklaidytos alfa dalelės, o tik tos iš jų, kurios pataiko į žiedą, tai AEDF (9.2.12) formulėje reikia pakeisti integravimo rėžius: integruoti reikia nuo mažiausiojo sklaidos kampo $\theta_{\min}$ iki didžiausiojo sklaidos kampo $\theta_{\max}$. Diferencialinio sklaidos skerspjūvio išraiškoje (AEDF (9.3.2)) nuo kampo θ priklauso tik paskutinysis daugiklis ($\sin^{-4}(\theta/2)$). Jo integralas apskaičiuojamas šitaip:

$$I = 2\pi\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\sin\theta}{\sin^4(\theta/2)}\mathrm{d}\theta = 4\pi\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)}\mathrm{d}\theta = 8\pi\int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\mathrm{d}[\sin(\theta/2)]}{\sin^3(\theta/2)} = 4\pi\left(\frac{1}{\sin^2(\theta_{\min}/2)} - \frac{1}{\sin^2(\theta_{\max}/2)}\right), \tag{2}$$

čia pasinaudota tuo, kad reiškinio $\sin(\theta/2)$ išvestinė kampo θ atžvilgiu yra lygi $\cos(\theta/2)\,/\,2$, ir pakeistas integravimo kintamasis. Pagal stačiojo trikampio trigonometrijos formules

$$\theta_{\min} = 180° - \mathrm{arctg}(r_{\max} / d),$$
$$\theta_{\max} = 180° - \mathrm{arctg}(r_{\min} / d),$$

čia d yra atstumas nuo folijos iki žiedinio detektoriaus, o $r_{\max}$ ir $r_{\min}$ yra išorinis ir vidinis detektoriaus spinduliai (pagal sąlygą $d = 3$ cm, $r_{\max} = 0{,}7$ cm, $r_{\min} = 0{,}5$ cm). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$\theta_{\min} = 166{,}866\ °, \tag{3a}$$
$$\theta_{\max} = 170{,}538\ °. \tag{3b}$$

Įrašius šias skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama integralo reikšmė:

$$I = 0{,}0804637.$$

Sklaidos skerspjūvis, atitinkantis sklaidą į žiedą, apskaičiuojamas pagal AEDF (9.3.2) formulę, naudojant pastarąją integralo I reikšmę vietoj paskutiniojo daugiklio ($\sin^{-4}(\theta/2)$). Kiti dydžiai, kuriuos reikia žinoti, yra šie: alfa dalelės krūvio skaičius ($z = 2$), taikinio atomo branduolio krūvio skaičius ($Z = 79$), elementarusis krūvis ($e = 1{,}602177*10^{-19}$ C), elektrinė konstanta ($\varepsilon_0 = 8{,}854188 * 10^{-12}$ F/m), alfa dalelių energija (pagal sąlygą $E = 8$ MeV $= 1{,}28174 * 10^{-12}$ J). Įrašius visas šias vertes, apskaičiuojama:

$$\sigma = 4{,}06741 * 10^{-26}\ \mathrm{cm}^2.$$

Taikinio atomų skaičius ploto vienetui n_S yra lygus

$$n_S = m_S / M,$$

čia m_S yra ploto vieneto masė (pagal sąlygą $m_S = 8*10^{-6}$ kg/cm^2), o M yra aukso atomo masė ($M = 3{,}27071 * 10^{-25}$ kg). Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$n_S = 2{,}44595 * 10^{19}\ \mathrm{cm}^{-2}.$$

Įrašius skaitines vertes į (1) formulę, apskaičiuojama skaičiavimo sparta:

$$R = 29{,}85\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Apytikslis sprendimas:

Apytiksliai sprendžiant, yra naudojamos dvi apytikslės prielaidos, kurios palengvina sklaidos skerspjūvio σ apskaičiavimą:

1) visame sklaidos kampų intervale (nuo θ_{min} iki θ_{max}) diferencialinis sklaidos skerspjūvis yra apytiksliai pastovus ir lygus jo vertei, atitinkančiai vidutinį kampą $\theta_{\mathrm{vid}} = (\theta_{\mathrm{min}} + \theta_{\mathrm{max}}) / 2$,
2) plokščiojo žiedo, į kurį sklaidomos alfa dalelės, plotas yra lygus žiedinio sferos segmento, atitinkančio tą patį sklaidos kampo θ intervalą, plotui, o tos sferos spindulys (a) yra apytiksliai lygus stačiojo trikampio, kurio statiniai yra d ir $r_{\mathrm{vid}} = (r_{\mathrm{max}} + r_{\mathrm{min}}) / 2$, įžambinės ilgiui.

Iš pirmosios prielaidos ir iš diferencialinio skerspjūvio apibrėžimo (AEDF (9.2.10) formulė) išplaukia, kad

$$\sigma = \sigma_\Omega \Delta\Omega, \tag{4}$$

čia σ_Ω yra diferencialinio tampriosios sklaidos skerspjūvio vertė (AEDF (9.3.2) formulė), atitinkanti minėtąjį vidutinį sklaidos kampą θ_{vid}, o $\Delta\Omega$ yra apskaičiuojamas pagal erdvinio kampo apibrėžtį, t. y. žiedinio sferos segmento ploto ir sferos spindulio kvadrato a^2 santykis:

$$\Delta\Omega = \pi((r_{\mathrm{max}})^2 - (r_{\mathrm{min}})^2) / a^2 = \pi((r_{\mathrm{max}})^2 - (r_{\mathrm{min}})^2) / (d^2 + (r_{\mathrm{vid}})^2), \tag{5}$$

čia pasinaudota antrąja prielaida ir tuo, kad stačiojo trikampio įžambinės ilgio kvadratas yra lygus to trikampio statinių ilgių kvadratų sumai. Įrašius skaitines vertes ($d = 3$ cm, $r_{\mathrm{min}} = 0{,}5$ cm, $r_{\mathrm{max}} = 0{,}7$ cm, $r_{\mathrm{vid}} = 0{,}6$ cm) į (5) formulę, apskaičiuojamas apytikslis erdvinis kampas:

$$\Delta\Omega = 0{,}080554\ \mathrm{sr}.$$

Naudojant θ_{min} ir θ_{max} vertes (3a) ir (3b), apskaičiuojama:

$$\theta_{\mathrm{vid}} = 168{,}702\ °.$$

Įrašius šią kampo vertę ir kitas skaitines vertes į diferencialinio tampriosios sklaidos skerspjūvio išraišką (AEDF (9.3.2) formulė), apskaičiuojama:

$$\sigma_\Omega = 5{,}15436 * 10^{-25}\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{sr}.$$

Įrašius apskaičiuotąsias σ_Ω ir $\Delta\Omega$ vertes į (4) formulę, apskaičiuojamas apytikslis sklaidos skerspjūvis:

$$\sigma = 4{,}15203 * 10^{-26}\ \mathrm{cm}^2.$$

Įrašius skaitines vertes į (1) formulę, apskaičiuojama apytikslė skaičiavimo sparta:

$$R = 30{,}47\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Uždavinys Nr. 34

Alfa dalelė tampriai susiduria su nejudančiu elektronu. Smūgis yra centrinis. (a) Išveskite elektrono greičio po susidūrimo išraišką. Išvedant, galima tarti, kad alfa dalelės masė yra be galo didelė, ir naudotis tuo, kad masių centro sistemoje tampriojo susidūrimo atveju nesikeičia abiejų dalelių greičių moduliai. (b) Pagal formulę, kuri išvesta „a“ dalyje, apskaičiuokite didžiausią energiją, kurią gali perduoti elektronui 5 MeV energijos alfa dalelė. Alfa dalelės masė 6,645 * 10^{-27} kg, elektrono masė 9,109 * 10^{-31} kg.

Sprendimas

(a) Iš prielaidos, kad alfa dalelės masė yra be galo didelė, išplaukia, kad sistemos masių centras sutampa su alfa dalele. Iš mechanikos yra žinoma, kad masių centras juda pastoviu greičiu. Sujungus šiuos du teiginius, gauname, kad alfa dalelės greitis susidūrimo metu nepasikeičia: masių centro sistemoje jis visą laiką lygus nuliui, o laboratorinėje atskaitos sistemoje (kurioje elektronas prieš susidūrimą nejudėjo) jis visą laiką lygus v_α. Dalelių greičių modulių pastovumas masių centro sistemoje (žr. uždavinio sąlygą) reiškia, kad masių centro sistemoje elektronas po susidūrimo tolsta nuo masių centro (alfa dalelės) tuo pačiu greičiu, kuriuo jis artėjo link alfa dalelės prieš susidūrimą. Tas greitis yra lygus v_α. Elektrono greitis laboratorinėje atskaitos sistemoje po susidūrimo yra lygus

$$v_e = v_{mc} + v_{e,mc},$$

čia v_{mc} yra masių centro greitis, o $v_{e,mc}$ yra elektrono greitis masių centro sistemoje po susidūrimo. Kaip minėta, abu šie greičiai yra lygūs alfa dalelės greičiui v_α, todėl

$$v_e = 2v_\alpha. \tag{1}$$

(b) Didžiausia energijos perdava atitinka centrinį smūgį, todėl galima naudotis „a“ dalies rezultatu. Iš nereliatyvistinės klasikinės mechanikos yra žinoma, kad elektrono kinetinė energija lygi

$$E_e = m_e(v_e)^2 / 2, \tag{2}$$

čia m_e yra elektrono masė. Įrašius į šią formulę elektrono galutinio greičio išraišką (1), išvedama:

$$E_e = 2m_e(v_\alpha)^2. \tag{3}$$

Kadangi alfa dalelės kinetinės energijos (E_α) išraiška yra analogiška elektrono kinetinės energijos išraiškai (2), tai

$$(v_\alpha)^2 = 2E_\alpha / m_\alpha,$$

čia m_α yra alfa dalelės masė. Įrašius šią išraišką į (3) formulę, išvedama:

$$E_e = (4m_e / m_\alpha)\, E_\alpha.$$

Įrašius sąlygoje duotas skaitines vertes (m_e = 9,109 * 10^{-31} kg, m_α = 6,645 * 10^{-27} kg, E_α = 5 MeV), apskaičiuojama:

$$E_e = 2{,}742 \text{ keV} = 4{,}393 * 10^{-16} \text{ J}.$$

Uždavinys Nr. 35

5 MeV energijos protonų masinė stabdymo geba silicyje yra 59 keV mg^{-1} cm^2, o jų masinis siekis R_m = 50 mg cm^{-2}. Apskaičiuokite šių dalelių masinę stabdymo gebą ir masinį siekį: (a) deutonų (^{2}H), (b) tritonų (^{3}H), (c) ^{3}He branduolių, (d) α dalelių, laikydami, kad visais atvejais dalelių greitis yra toks pat, kaip 5 MeV energijos protonų. Apskaičiuojant protono ir kitų minėtų branduolių masių santykius, galima tarti, kad protono masė lygi neutrono masei, ir nepaisyti branduolio masės sumažėjimo dėl ryšio energijos.

Sprendimas

Pagal AEDF (10.2.29) pirmąją formulę, vienodo greičio sunkiųjų elektringųjų dalelių stabdymo gebų santykis yra lygus jų elektros krūvio kvadratų santykiui, o pagal AEDF (10.2.29) antrąją formulę atitinkamų siekių santykis yra lygus dydžio M / z^2 verčių santykiui, čia M yra dalelės masė, o z yra jos krūvio skaičius. Toliau yra pateiktos minėtų dalelio krūvio skaičiaus z ir santykio M / m_p vertės (čia m_p yra protono masė) bei iš jų išplaukiančios masinės stabdymo gebos ir masinio siekio vertės:

(a) ^{2}H: $z = 1$, $M / m_p = 2$, $-dE/(\rho dx)$ = 59 keV mg^{-1} cm^2, R_m = 100 mg cm^{-2}.
(b) ^{3}H: $z = 1$, $M / m_p = 3$, $-dE/(\rho dx)$ = 59 keV mg^{-1} cm^2, R_m = 150 mg cm^{-2}.
(c) ^{3}He: $z = 2$, $M / m_p = 3$, $-dE/(\rho dx)$ = 236 keV mg^{-1} cm^2, R_m = 37,5 mg cm^{-2}.
(d) ^{4}He: $z = 2$, $M / m_p = 4$, $-dE/(\rho dx)$ = 236 keV mg^{-1} cm^2, R_m = 50 mg cm^{-2}.

Uždavinys Nr. 36

Kokio storio betono sluoksnis reikalingas norint sumažinti 1 MeV energijos kolimuotą γ spindulių pluošto intensyvumą 10^6 kartų? Betono tankis 2200 kg/m^3, o masinis silpimo koeficientas $\mu_m = 0{,}064$ cm^2/g.

Sprendimas

Pagal eksponentinį silpimo dėsnį (AEDF (10.4.10) formulė), kritusios į medžiagos sluoksnį gama spinduliuotės intensyvumo I_0 ir jį perėjusios gama spinduliuotės intensyvumo I santykis yra lygus

$$I_0 / I = \exp(\mu d),$$

čia μ yra ilginis silpimo koeficientas, o d yra sluoksnio storis. Tą pačią formulę galima užrašyti, naudojant masinį silpimo koeficientą μ_m (jis apibrėžiamas AEDF (10.4.12) formule) ir masinį storį d_m:

$$I_0 / I = \exp(\mu_\mathrm{m} d_\mathrm{m}), \qquad (1)$$

čia

$$d_\mathrm{m} = \rho d, \qquad (2)$$

o ρ yra medžiagos tankis. Iš (1) lygybės išplaukia ši masinio storio išraiška:

$$d_\mathrm{m} = \ln(I_0 / I) / \mu_\mathrm{m}.$$

Atsižvelgus į (2) formulę, išvedama storio d išraiška:

$$d = d_\mathrm{m} / \rho = \ln(I_0 / I) / (\mu_\mathrm{m}\rho).$$

Įrašius sąlygoje duotas skaitines vertes ($I_0 / I = 10^6$, $\mu_\mathrm{m} = 0{,}064$ cm^2/g, $\rho = 2200$ kg/m^3 = 2,2 g/cm^3), apskaičiuojama:

$$d = 98 \text{ cm}.$$

Uždavinys Nr. 37

100 keV energijos fotonų impulsas, kurį sudaro 10^{18} fotonų / m^2, krinta į 5 mm storio geležies sluoksnį. Apskaičiuokite geležies sluoksnio temperatūros padidėjimą. Geležies tankis 7870 kg m^{-3}; 100 keV fotonų masinis silpimo koeficientas geležyje 0,04 m^2 / kg; geležies savitoji šiluminė talpa 106 J kg^{-1} K^{-1}.

Sprendimas

Pagal šiluminės talpos apibrėžtį, temperatūros padidėjimas yra lygus

$$\Delta T = \Delta E / C, \tag{1}$$

čia ΔE yra vienetinėje masėje sugertas energijos kiekis, o C yra savitoji šiluminė talpa (pagal sąlygą $C = 106$ J kg^{-1} K^{-1}). Kadangi visų krintančių fotonų energija yra vienoda, tai ΔE yra lygus

$$\Delta E = \Delta N * E_f, \tag{2}$$

čia ΔN yra vienetinėje masėje sugertas fotonų skaičius, o E_f yra vieno fotono energija. ΔN yra lygus

$$\Delta N = \Delta n / (\rho d), \tag{3}$$

čia Δn yra sluoksnio ploto vienetą atitinkantis sugertų fotonų skaičius, o vardiklyje yra sluoksnio masė ploto vienetui (masinis storis), t. y. tankio ρ ir sluoksnio storio d sandauga (pagal sąlygą $\rho = 7870$ kg m^{-3}, $d = 0{,}005$ m, todėl $\rho d = 39{,}35$ kg/m^2). Kadangi sąlygoje yra duotas fotonų skaičius, krintantis į sluoksnio ploto vienetą, tai Δn galima apskaičiuoti pagal eksponentinį silpimo dėsnį (AEDF (10.4.10) formulė). Sugertų fotonų skaičius yra lygus kritusių į sluoksnį ir jį perėjusių (nesugertų) fotonų skaičių skirtumui, t. y.

$$\Delta n = \Delta n_0 - \Delta n_0 \exp(-\mu d) = \Delta n_0 (1 - \exp(-\mu d)) = \Delta n_0 (1 - \exp(-\mu_m \rho d)), \tag{4}$$

čia Δn_0 yra kritusių į ploto vienetą fotonų skaičius (pagal sąlygą $\Delta n_0 = 10^{18}$ m^{-2}), o μ ir μ_m yra atitinkamai ilginis ir masinis silpimo koeficientai (pagal sąlygą $\mu_m = 0{,}04$ m^2/kg). Įrašius skaitines vertes į (4) formulę, apskaičiuojama:

$$\Delta n = 7{,}928 * 10^{17}\ m^{-2}.$$

Įrašius skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama:

$$\Delta N = 2{,}015 * 10^{16}\ kg^{-1}.$$

Įrašius skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama:

$$\Delta E = 322{,}8\ J/kg.$$

Įrašius skaitines vertes į (1) formulę, apskaičiuojama:

$$\Delta T = 3{,}045\ K.$$

Uždavinys Nr. 38

Apskaičiuokite kadmio (tankis 8650 kg/m^3, atomo masė 1,86645 * 10^{-25} kg) sluoksnio storį, kuris sumažintų kolimuoto šiluminių neutronų pluošto intensyvumą (srauto tankį) 1000 kartų. Šiluminių neutronų vidutinis sugerties skerspjūvis kadmyje yra 3000 b. Neutronų sklaidos galima nepaisyti.

Sprendimas

Pagal eksponentinį silpimo dėsnį (AEDF (10.5.1) formulė), kritusių į medžiagos sluoksnį neutronų pluošto intensyvumo I_0 ir jį perėjusių neutronų pluošto intensyvumo I santykis yra lygus

$$I_0 / I = \exp(n\sigma d), \quad (1)$$

čia n yra medžiagos atomų koncentracija, σ yra sugerties skerspjūvis, o d yra sluoksnio storis. Iš (1) lygybės išplaukia ši storio išraiška:

$$d = \ln(I_0 / I) / (n\sigma). \quad (2)$$

Pagal sąlygą $I_0 / I = 1000$, $\sigma = 3000$ b $= 3 * 10^{-25}$ m^2. Atomų koncentracija n yra lygi

$$n = \rho / m, \quad (3)$$

čia ρ yra medžiagos tankis (pagal sąlygą $\rho = 8650$ kg/m^3), o m yra atomo masė (pagal sąlygą $m = 1{,}86645 * 10^{-25}$ kg). Įrašius skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama:

$$n = 4{,}63448 * 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

Įrašius šią ir kitas minėtas skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama:

$$d = 0{,}50 \text{ mm}.$$

Uždavinys Nr. 39

Apskaičiuokite radioaktyviojo chloro izotopo ^{36}Cl bandinio, kurio aktyvumas $3{,}7 \cdot 10^{6}$ Bq, gamybos trukmę, jeigu tas bandinys gaminamas patalpinus 1 g natūralaus nikelio chlorido ($NiCl_2$, molinė masė 129,6 g/mol.) į neutronų srautą, kurio tankis 10^{14} cm^{-2} s^{-1}. Spinduliuojamojo neutrono pagavimo reakcijos $^{35}Cl(n,\gamma)^{36}Cl$ skerspjūvis yra 43 b, o ^{35}Cl kiekio santykinė dalis natūraliajame chlore yra 75,8 %. ^{36}Cl pusėjimo trukmė yra didelė ($3 \cdot 10^{5}$ metų), todėl, sprendžiant šį uždavinį, galima nepaisyti ^{36}Cl skilimo bandinio gamybos metu.

Sprendimas

Vykdant spinduliuojamojo neutrono pagavimo reakciją, kurios metu susidaro radioaktyvusis nuklidas, jo aktyvumas kinta laike pagal AEDF (10.5.36) formulę. Jeigu antrinio nuklido (šiuo atveju – ^{36}Cl) pusėjimo trukmė yra daug didesnė už laiką t, praėjusį nuo aktyvinimo pradžios, tada ta formulė virsta AEDF (10.5.37) formule. Šiuo atveju antrinio nuklido aktyvumas yra tiesiog proporcingas laikui. Pagal AEDF (10.5.37) formulę laikas t yra lygus

$$t = \Phi / (R\lambda), \qquad (1)$$

čia Φ yra ^{36}Cl aktyvumas laiko momentu t (pagal sąlygą $\Phi = 3{,}7 * 10^{6}$ Bq), R yra reakcijos sparta (per sekundę pagaunamų neutronų skaičius), o λ yra ^{36}Cl skilimo konstanta, kuri išsireiškia pusėjimo trukme $T_{1/2}$ pagal AEDF (8.1.4) formulę:

$$\lambda = (\ln 2) / T_{1/2}. \qquad (2)$$

Išreiškus $T_{1/2}$ sekundėmis ($T_{1/2} = 3 * 10^{5}$ m. $= 3 * 10^{5} * 365 * 24 * 3600$ s $= 9.4608 * 10^{12}$ s) ir įrašius į (2) formulę, apskaičiuojama:

$$\lambda = 7.32652 * 10^{-14}\ \text{s}^{-1}.$$

Neutrono pagavimo reakcijos sparta R išreiškiama AEDF (9.2.8) formule:

$$R = \sigma N j, \qquad (3)$$

čia σ yra reakcijos skerspjūvis (pagal sąlygą $\sigma = 43$ b $= 4{,}3 * 10^{-23}$ cm^{2}), N yra taikinio branduolių (šiuo atveju – ^{35}Cl branduolių) skaičius neutronų sraute, o j yra neutronų srauto tankis (pagal sąlygą $j = 10^{14}$ cm^{-2} s^{-1}). N yra lygus

$$N = f * n * (m / M) * N_A, \qquad (4)$$

čia m yra bandinio masė (pagal sąlygą $m = 1$ g), M yra medžiagos molinė masė (pagal sąlygą $M = 129{,}6$ g/mol), f yra ^{35}Cl santykinė dalis tarp visų chloro atomų (pagal sąlygą $f = 0{,}758$), n yra chloro atomų skaičius vienoje nikelio chlorido molekulėje ($n = 2$), o N_A yra Avogadro skaičius ($N_A = 6{,}02214 * 10^{23}$ mol^{-1}). Įrašius skaitines vertes į (4) formulę, apskaičiuojama:

$$N = 7{,}044 * 10^{21}.$$

Įrašius skaitines vertes į (3) formulę, apskaičiuojama:

$$R = 3{,}029 * 10^{13}\ \text{s}^{-1}.$$

Įrašius skaitines vertes į (1) formulę, apskaičiuojama:

$$t = 1{,}667 * 10^{6}\ \text{s} = 19{,}3\ \text{paros}.$$

Uždavinys Nr. 40

Šiluminių neutronų branduolinio reaktoriaus, kurio branduolinis kuras yra gamtinis uranas, šiluminė galia lygi 2 GW. Apskaičiuokite urano izotopo ^{235}U sąnaudas per metus (kg/m.). Energijos kiekis, kuris išsiskiria pasidalijus vienam ^{235}U branduoliui, yra lygus 200 MeV. ^{235}U atomo masė yra lygi 3,903 * 10^{-25} kg. Be to, sprendžiant šį uždavinį, reikia atsižvelgti į tai, kad šiluminis neutronas gali reaguoti su ^{235}U branduoliu dvejopai: jis gali sukelti branduolio dalijimąsi (šios reakcijos skerspjūvis lygus 579 b) arba gali būti „pagautas“ į branduolį be dalijimosi (šios reakcijos skerspjūvis lygus 101 b).

Sprendimas

Kadangi šiluminių neutronų branduoliniame reaktoriuje šiluma išsiskiria tik dėl ^{235}U branduolių dalijimosi reakcijos, tai per laiko vienetą pasidalijančių ^{235}U branduolių skaičius (dalijimosi reakcijos sparta) yra lygus

$$R_d = P / E, \quad (1)$$

čia P yra šiluminė galia (pagal sąlygą P = 2 GW = 2 GJ/s = 6,307 * 10^{16} J/m.), o E yra energijos kiekis, kuris išsiskiria pasidalijus vienam ^{235}U branduoliui (pagal sąlygą E = 200 MeV = 3,204 * 10^{-11} J). Tačiau, kaip nurodyta sąlygoje, dalijimasis yra tik vienas iš dviejų būdų, kuriais yra „sunaudojami“ ^{235}U branduoliai. Kitas būdas yra neutrono pagavimas, susidarant ^{236}U branduoliui. Pilnutinis neutrono reakcijos su ^{235}U branduoliu (absorbcijos) skerspjūvis yra lygus

$$\sigma_a = \sigma_d + \sigma_p, \quad (2)$$

čia σ_d yra dalijimosi reakcijos skerspjūvis (pagal sąlygą σ_d = 579 b), o σ_p yra pagavimo reakcijos skerspjūvis (pagal sąlygą σ_p = 101 b). Kadangi reakcijos sparta yra proporcinga reakcijos skerspjūviui (žr. AEDF (9.2.8) formulę), tai

$$R / R_d = \sigma_a / \sigma_d, \quad (3)$$

čia R yra pilnutinė reakcijos sparta, t. y. pilnutinis per laiko vienetą reaguojančių ^{235}U branduolių skaičius. Įrašius (2) reiškinį į (3) formulę, išvedama:

$$R = R_d\,(1 + (\sigma_p/\sigma_d)). \quad (4)$$

Per laiko vienetą sunaudojama ^{235}U masė yra lygi

$$M = mR, \quad (5)$$

čia m yra vieno ^{235}U atomo masė (pagal sąlygą m = 3,903 * 10^{-25} kg). Įrašius (4) reiškinį į (5) formulę ir atsižvelgus į (1) formulę, išvedama:

$$M = (mP / E)\,(1 + (\sigma_p/\sigma_d)).$$

Įrašius minėtąsias skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$M = 902 \text{ kg/m.}$$

Uždavinys Nr. 41

Branduolinis reaktorius naudoja prisodrintą iki 1,5 % uraną (t. y. iš 1000 atomų vidutiniškai 15 yra ^{235}U, o kiti yra ^{238}U). Reaktoriaus veika yra tokia, kad vieną urano izotopų mišinio toną atitinkanti šiluminė galia yra 4 MW. Apskaičiuokite neutronų srauto tankį. Remkitės prielaida, kad vieno branduolio dalijimosi metu išsiskiria 200 MeV energija. ^{235}U branduolio dalijimosi reakcijos skerspjūvis yra lygus 579 b. ^{235}U ir ^{238}U atomų masės yra atitinkamai 3,9030 * 10^{-25} kg ir 3,9529 * 10^{-25} kg.

Sprendimas

Šiluminė galia yra lygi

$$P = R\,E, \tag{1}$$

čia R yra dalijimosi reakcijos sparta (t. y. per laiko vienetą pasidalijančių branduolių skaičius), o E yra branduolio dalijimosi reakcijos metu išsiskiriantis energijos kiekis. Iš (1) išplaukia ši reakcijos spartos išraiška:

$$R = P\,/\,E.$$

Įrašius sąlygoje duotas skaitines vertes ($P = 4 * 10^6$ MW/t, $E = 200$ MeV = 3,204 * 10^{-11} J), apskaičiuojama:

$$R = 1.248 * 10^{17}\ \mathrm{s^{-1}t^{-1}}.$$

Tą pačią reakcijos spartą išreiškia AEDF (9.2.8) formulė:

$$R = \sigma N j,$$

Čia σ yra ^{235}U yra dalijimosi reakcijos skerspjūvis (σ = 579 b = 5,79 * 10^{-22} cm^2), N yra ^{235}U branduolių skaičius, o j yra neutronų srauto tankis. Iš čia išplaukia j išraiška:

$$j = R\,/\,(\sigma N). \tag{2}$$

Kadangi reakcijos sparta R yra apskaičiuota vienai branduolinio kuro tonai, tai ^{235}U branduolių skaičius N pastarojoje formulėje taip pat turi atitikti vieną branduolinio kuro toną. Kuro masė m yra lygi

$$m = sN_{\mathrm{piln}}M_{235} + (1 - s)N_{\mathrm{piln}}M_{238}, \tag{3}$$

čia s yra sodrinimo laipsnis (pagal sąlygą $s = 0{,}015$), N_{piln} yra pilnutinis abiejų urano izotopų atomų skaičius kure, M_{235} yra ^{235}U atomo masė (M_{235} = 3,9030 * 10^{-25} kg), o M_{238} yra ^{238}U atomo masė (M_{238} = 3,9529 * 10^{-25} kg). Iš (3) formulės išreiškiamas N_{piln}:

$$N_{\mathrm{piln}} = m\,/\,(sM_{235} + (1 - s)M_{238}), \tag{4}$$

Įrašius m = 1 t = 1000 kg ir kitas minėtas skaitines vertes į (4) formulę, apskaičiuojama:

$$N_{\mathrm{piln}} = 2{,}5303 * 10^{27}\ \mathrm{t^{-1}}.$$

^{235}U atomų skaičius vienoje branduolinio kuro tonoje yra lygus

$$N = sN_{\mathrm{piln}}.$$

Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$N = 3{,}795 * 10^{25}\ \mathrm{t^{-1}}.$$

Įrašius skaitines vertes į (2) formulę, apskaičiuojama:

$$j = 5{,}68 * 10^{12}\ \mathrm{cm^{-2}s^{-1}}.$$

Uždavinys Nr. 42

Apskaičiuokite ^{3}He branduolio ir neutrono, kurie susidaro branduolinėje reakcijoje d(d,n)^{3}He, kinetines energijas, jeigu pirminių deutonų kinetinė energija yra labai maža (praktiškai nulinė), o šios reakcijos metu išsiskiria energijos kiekis $Q = 3{,}27$ MeV. ^{3}He branduolio ir neutrono masės yra atitinkamai $5{,}00641 * 10^{-27}$ kg ir $1{,}67493 * 10^{-27}$ kg.

Sprendimas

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$E_n + E_{He} = Q, \qquad (1)$$

čia E_n yra neutrono kinetinė energija, E_{He} yra ^{3}He branduolio kinetinė energija, o Q yra reakcijos šiluma (pagal sąlygą $Q = 3{,}27$ MeV). Be to, kadangi ^{3}He branduolys ir neutronas yra nereliatyvistiniai, tai galioja AEDF (11.3.8) formulė, iš kurios išplaukia, kad neutrono ir ^{3}He branduolio kinetinių energijų santykis yra atvirkštinis atitinkamų masių santykiui:

$$E_n / E_{He} = m_{He} / m_n, \qquad (2)$$

čia m_{He} yra ^{3}He branduolio masė, o m_n yra neutrono masė (pagal sąlygą $m_{He} = 5{,}00641 * 10^{-27}$ kg, $m_n = 1{,}67493 * 10^{-27}$ kg). Išreiškus E_n iš (2) formulės ir įrašius tą E_n išraišką į (1) formulę, išvedama:

$$E_{He} = Q\,[1 + (m_{He} / m_n)]^{-1}.$$

Įrašius skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$E_{He} = 0{,}82 \text{ MeV}.$$

Pagal (1) formulę

$$E_n = Q - E_{He}.$$

Įrašius minėtąsias skaitines vertes, apskaičiuojama:

$$E_n = 2{,}45 \text{ MeV}.$$

Uždavinys Nr. 43

Apskaičiuokite ^3He branduolio, kuris susidaro įvykus branduolinei reakcijai d(p, γ)^3He, kinetinę energiją, jeigu yra žinoma, kad pirminių dalelių (deutono ir protono) kinetinė energija yra labai maža (praktiškai nulinė), o šios reakcijos metu išsiskiria energijos kiekis $Q = 5{,}49$ MeV. ^3He branduolio masė yra 5,00641 * 10^{-27} kg. Šios reakcijos metu deuterio branduolys („d“) reaguoja su protonu („p“), susidarant helio izotopo ^3He branduoliui ir gama fotonui („γ“).

Sprendimas

Energijos tvermės dėsnis:

$$Q = E_{He} + E_f, \tag{1}$$

čia E_f yra fotono energija, o E_{He} yra helio branduolio energija:

$$E_{He} = mv^2 / 2, \tag{2}$$

čia m yra helio branduolio masė, o v yra jo greitis. Impulso tvermės dėsnis:

$$mv = E_f / c, \tag{3}$$

čia kairiojoje lygybės pusėje yra helio branduolio impulso modulis, o dešiniojoje – fotono impulso modulis (c yra šviesos greitis). Ši fotono impulso išraiška atitinka AEDF (1.3.3) formulę. Naudojantis (2) ir (3) lygybėmis, helio branduolio energiją galima išreikšti fotono energija:

$$E_{He} = mv^2 / 2 = (mv)^2 / (2m) = E_f^2 / (2mc^2). \tag{4}$$

Įrašius (4) į (1), gaunama ši lygtis:

$$Q = E_f^2 / (2mc^2) + E_f$$

arba

$$E_f^2 + 2mc^2 E_f - 2mc^2 Q = 0.$$

Tai yra kvadratinė lygtis energijos E_f atžvilgiu. Ji turi du sprendinius, iš kurių vienas yra teigiamas, o kitas yra neigiamas. Fizikinę prasmę turi tik teigiamasis sprendinys, kurio išraiška yra

$$E_f = -mc^2 + ((mc^2)^2 + 2mc^2 Q)^{1/2}.$$

Įrašius skaitines vertes ($c = 299792458$ m/s, $m = 5{,}00641 * 10^{-27}$ kg $= 2808{,}39$ MeV / c^2, $Q = 5{,}49$ MeV), apskaičiuojama:

$$E_f = 5{,}4846 \text{ MeV}.$$

Pagal (1) lygybę

$$E_{He} = Q - E_f = 5{,}3556 \text{ keV}.$$

Uždavinys Nr. 44

Paaiškinkite, kodėl nė viena iš šių dalelių negali egzistuoti:

(a) barionas, kurio sukinys $J = 1$,
(b) antibarionas, kurio elektros krūvis $q = +2$,
(c) mezonas, kurio $q = +1$ ir $S = -1$,
(d) mezonas, kurio kvantinių skaičių C ir S ženklai yra priešingi.

Sprendimas

(a) Kiekvieną barioną sudaro trys kvarkai (žr. AEDF 12.3 skirsnis). Kiekvieno kvarko sukinys lygus 1/2 (žr. AEDF 12.6 lentelė). Pagal bendrąją impulso momento sudėties taisyklę (AEDF (3.4.6) formulė), bet kurių dviejų kvarkų suminis sukinys gali būti lygus tik $1/2 \pm 1/2$, t. y. 0 arba 1. Viso bariono sukinys gaunamas, pridėjus trečiojo kvarko sukinį (1/2) prie vienos iš minėtųjų dviejų verčių. Pridėjus 1/2 prie 0, rezultatas yra 1/2. Pridėjus 1/2 prie 1, pagal tą pačią sudėties taisyklę rezultatas bus $1 \pm 1/2$, t. y. 1/2 arba 3/2. Taigi, bariono sukinio vertė $J = 1$ yra negalima.

(b) Pagal visų šešių rūšių kvarkų elektros krūvio (q) vertes, kurios pateiktos AEDF 12.6 lentelėje, elektros krūvio vertę $q = +2$ galima gauti tik vienu būdu: sujungus tris kvarkus, tarp kurių gali būti tik u, c, ir t kvarkai. Tačiau tai būtų barionas, o ne antibarionas. Antibarionas turėtų būti sudarytas iš antikvarkų, kurių elektros krūviai yra priešingi atitinkamų kvarkų elektros krūviams (žr. AEDF 138 p., pirmoji pastraipa).

(c) Kiekvieną mezoną sudaro kvarkas ir antikvarkas (žr. AEDF 12.3 skirsnis). Kadangi $S = -1$, tai pagal AEDF 12.6 lentelę mezono sudėtyje yra s kvarkas ir bet kurio kito tipo antikvarkas. Kadangi s kvarko elektros krūvis yra lygis $-1/3$ (žr. AEDF 12.6 lentelė), tai, norint gauti pilnutinį krūvį +1, reikėtų antikvarko, kurio elektros krūvis lygus +4/3. Toks antikvarkas neegzistuoja.

(d) Kiekvieną mezoną sudaro kvarkas ir antikvarkas (žr. AEDF 12.3 skirsnis). Jeigu kvantinių skaičių C ir S ženklai yra priešingi, tai reiškia, kad abu tie skaičiais nelygūs nuliui. Pagal AEDF 12.6 lentelę yra tik du mezonai, kurių C ir S vienu metu nelygūs nuliui: $c\bar{s}$ ir $s\bar{c}$. Turint omenyje, kad antikvarko visi „aromato“ kvantiniai skaičiai yra priešingi atitinkamo kvarko atitinkamiems kvantiniams skaičiams (žr. AEDF 138 p., pirmoji pastraipa), galima teigti, kad mezono $c\bar{s}$ abu kvantiniai skaičiai C ir S yra teigiami, o mezono $s\bar{c}$ jie abu yra neigiami. Taigi, mezono kvantinių skaičių C ir S ženklai negali būti priešingi.

Uždavinys Nr. 45

Nurodykite, kuriuos iš šių reakcijų ir skilimų draudžia tikslieji tvermės dėsniai:

(a) $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$;

(b) $\nu_e + p \rightarrow n + e^- + \pi^+$;

(c) $\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$;

(d) $K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$.

Kiekvienu atveju reikia nurodyti konkretų tvermės dėsnį, kuris draudžia atitinkamą reakciją arba skilimą, su paaiškinimu. Dalelių žymėjimai ir parametrai yra pateikti paskaitų konspekte („AEDF“, nuoroda: http://web.vu.lt/ff/a.poskus/files/2020/02/Atomo_fizika_pav.pdf), šiose lentelėse: 12.5, 12.7, 12.8. Antidalelių žymėjimai sudaromi taip, kaip paaiškinta faile su paskaitų apie elementariąsias daleles medžiaga („EDKS“, 9 p., nuoroda: http://web.vu.lt/ff/a.poskus/files/2018/11/Elementariosios-daleles-ir-kosminiai-spinduliai.pdf#page=9).

Sprendimas

Tikslieji tvermės dėsniai atitinka pirmąsias dvi tvermės dėsnių grupes, kurios išvardytos AEDF 12.5 skirsnyje. Visais atvejais galima patikrinti atitikimą trims antrosios grupės tvermės dėsniams (elektros, barioninio ir leptoninio krūvių), nes visų sąlygoje nurodytų dalelių elektros, barioninis ir leptoninis krūviai yra pateikti lentelėse, kurios išvardytos uždavinio sąlygoje (tie krūviai yra žymimi atitinkamai q, B ir L). Atitikimo pirmosios grupės tvermės dėsniams – energijos, impulso ir impulso momento – neįmanoma patikrinti, nes visi trys minėtieji dydžiai yra susiję su dalelių judėjimo būsena, kuri nėra duota sąlygoje. Vienintelė išimtis – atvejai, kai egzistuoja tik viena pirminė dalelė (skilimas), nes yra žinoma, kad tais atvejais gali atsirasti tik dalelės, kurių suminė rimties masė mažesnė už pirminės dalelės rimties masę (žr. AEDF, 140 p. apačioje). Taigi, skilimo atveju galima patikrinti ir atitikimą energijos (masės) tvermės dėsniui, nes visų sąlygoje nurodytų dalelių rimties masės yra pateiktos tose pačiose lentelėse.

Toliau yra tikrinami tikslieji krūvio tvermės dėsniai, sudedant dalelių krūvius ta pačia tvarka, kuria dalelės yra surašytos sąlygoje. Patikrinimas baigiamas tada, kai randamas pirmasis tvermės dėsnis, kuris draudžia užrašytąjį vyksmą.

(a) Elektros krūvis (q): $0 + 1 = 1 + 0$. Barioninis krūvis (B): $0 + 1 = 0 + 1$. Leptoninis krūvis (L): $1 + 0 \neq -1 + 0$: prieštaravimas leptoninio krūvio tvermės dėsniui.

(b) Elektros krūvis: $0 + 1 \neq 0 - 1 + 1$: prieštaravimas elektros krūvio tvermės dėsniui.

(c) Elektros krūvis: $0 = 1 - 1 + 0$. Barioninis krūvis: $1 \neq 0 + 0 + 0$: prieštaravimas barioninio krūvio tvermės dėsniui.

(d) Elektros krūvis: $1 = 0 + 1 + 0$. Barioninis krūvis: $0 = 0 + 0 + 0$. Leptoninis krūvis: $0 = 0 - 1 + 1$. Rimties masių (MeV/c^2) palyginimas: $493{,}7 > 135{,}0 + 105{,}7 + 0$. Šis skilimas neprieštarauja jokiems tiksliesiems tvermės dėsniams.