

VILNIAUS UNIVERSITETAS

Fizikos fakultetas

Mokomoji atomo ir branduolio fizikos laboratorija

Laboratorinis darbas Nr. 14

**RADIOAKTYVIOSIOS PUSIAUSVYROS TYRIMAS IR
NUKLIDO ^{137m}Ba GYVAVIMO TRUKMĖS MATAVIMAS**

Parengė A. Poškus

2024-01-28

Turinys

DARBO TIKSLAS	2
1. UŽDUOTYS.....	2
2. KONTROLINIAI KLAUSIMAI.....	2
3. BRANDUOLIŲ GAMA SPINDULIAVIMAS.....	3
3.1. Branduolių gama spinduliavimas	3
3.2. Branduolių šuolių atrankos taisyklės. Metastabiliosios būsenos	5
3.3. Radioaktyvioji pusiausvyra dviejų nuklidų sistemoje	6
4. DARBO PRIEMONĖS IR MATAVIMO TVARKA	8
5. MATAVIMO DUOMENŲ ANALIZĖ	10
A priedas. Aproximavimas tiese.....	11
B priedas. Skaičiavimo įrenginio naudojimo instrukcija	14

Darbo tikslas

Ištirti radioaktyviosios pusiausvyros reiškinių, išmatuoti ^{137}Ba branduolio metastabiliosios sužadintosios būsenos vidutinę gyvavimo trukmę.

1. Užduotys

1. Naudojant Cs-137/Ba-137m nuklido generatorių, gauti nuklido Ba-137m tirpalą.
2. Geigerio ir Miulerio skaitikliu išmatuoti gautojo nuklido Ba-137m tirpalo aktyvumo priklausomybę nuo laiko ir Ba-137m kiekio kitimą nuklido generatoriuje.
3. Pagal matavimų duomenis apskaičiuoti Ba-137 branduolio antrosios sužadintosios būsenos vidutinę gyvavimo trukmę.
4. Aptarti išmatuotųjų laikinių priklausomybių bendrąjį pavidalą.

2. Kontroliniai klausimai

1. Branduolių γ spinduliavimo prigimtis.
2. Branduolio energijos lygmens charakteristikos sąvoka.
3. Atrankos taisyklės; draustiniai ir leistiniai kvantiniai šuoliai.
4. Metastabiliosios būsenos sąvoka. Kodėl ^{137}Ba branduolio antrasis sužadintasis lygmuo atitinka metastabiliąją branduolio būseną?
5. Radioaktyviosios pusiausvyros sąvoka. Užrašyti ir paaiškinti lygtį, kuri aprašo radioaktyviosios pusiausvyros atsistatymą dviejų radioaktyviųjų nuklidų sistemoje, pašalinus iš jos trumpaamžį antrinį nuklidą.

Literatūra:

Широков, Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. – М.: Наука, 1980.

3. Branduolių gama spinduliavimas

3.1. Branduolių gama spinduliavimas

Gama (γ) spinduliuotė vadinamos elektromagnetinės bangos, kurių bangos ilgis yra žymiai mažesnis už atstumą tarp kietojo kūno atomų, t.y., žymiai mažesnis už 10^{-8} cm (1 Å). Korpuskuliniu požiūriu, elektromagnetinės bangos yra dalelių – **fotonų** – srautas. Kalbant apie γ spinduliuotę, fotonai dažniausiai vadinami **γ kvantais**. γ spinduliuotės diapazonas dalinai persikloja su rentgeno spinduliuotės diapazonu. Sąvokos „rentgeno spinduliuotė“ ir „ γ spinduliuotė“ nusako ne vien bangos ilgį arba fotono energiją, bet ir spinduliuotės atsiradimo mechanizmą. Jeigu elektromagnetinė spinduliuotė atsiranda, vykstant kvantiniams šuoliams tarp branduolio energijos lygmenų arba anihiliuojant dalelėms, tuomet ji vadinama γ spinduliuote, o jeigu spinduliuotė atsiranda, stabdant greitus elektronus medžiagoje arba vykstant elektronų kvantiniams šuoliams tarp atomo vidinių elektroninių sluoksnių, tuomet ji vadinama rentgeno spinduliuote.

Branduolių γ spinduliuotė atsiranda šitaip. Radioaktyviojo skilimo arba branduolinės reakcijos metu susidaręs branduolys dažnai būna sužadintosios būsenos (turi energijos perteklių). Tokiu atveju jis savaime pereina į pagrindinę (mažiausios energijos) būseną. Energijos perteklius išspinduliuojamas fotono (γ kvanto) pavidalu. Šio vyksmo metu branduolio sudėtis (masės skaičius A ir krūvio skaičius Z) nepakinta; pakinta tik jo energija. Branduolių γ spinduliuotės spektras yra sudarytas iš atskirų linijų, nes branduolio energijos vertės yra diskrečios. Šis energijos verčių diskretumas išplaukia iš pagrindinių kvantinės mechanikos postulatų (tiksliau, iš Šrėdingerio lygties). Kvantinėje mechanikoje įrodoma, kad tuo atveju, kai sistemą sudarančios dalelės lokalizuotos erdvėje (dėl tarpusavio traukos), sistemos vidinė energija gali įgyti tik diskrečias vertes. Energijos diagramose šios vertės vaizduojamos energijos lygmenimis (pvz., žr. 3.1 pav.). Mažiausios energijos lygmuo vadinamas **pagrindiniu lygmeniu**. Jis atitinka branduolio **pagrindinę būseną**. Visi kiti lygmenys atitinka branduolio **sužadintas būsenas**. Kuo mažesnėje erdvės srityje lokalizuotos dalelės, tuo didesnis atstumas tarp lygmenų. Todėl, pvz., tipiškas atstumas tarp branduolio energijos lygmenų (100 ÷ 1000 keV) yra 10^4 ÷ 10^6 kartų didesnis už tipišką atstumą tarp atomo valentinių elektronų lygmenų, kuris yra elektronvoltų eilės.

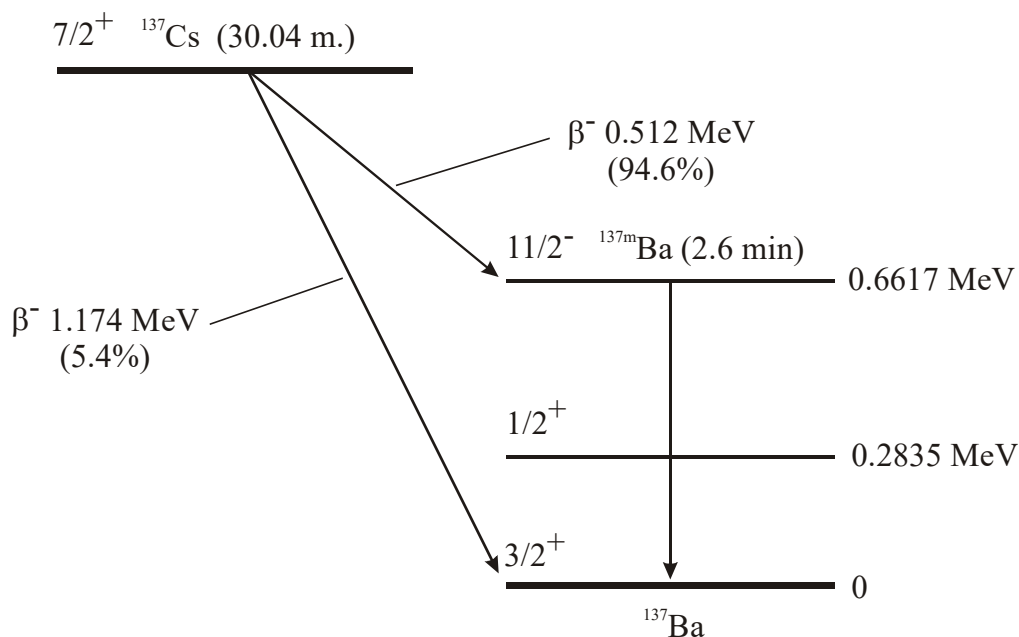
Taigi, **branduolių γ spinduliuotė** – tai elektromagnetinė spinduliuotė, kuri atsiranda, vykstant sužadintojo branduolio kvantiniams šuoliams į žemesnius energijos lygmenis (3.1 pav. toks kvantinis šuolis pavaizduotas vertikale rodykle). Kartais sužadintasis branduolys pereina į pagrindinį energijos lygmenį per tarpinės energijos lygmenį. Iš pagrindinės į sužadintą būseną branduolys gali pereiti, tik sugėręs atitinkamo dažnio fotoną. Vadinasi, kad branduolys galėtų sugerti fotoną, fotono energija branduolio atskaitos sistemoje turi būti lygi kurių nors dviejų branduolio energijos lygmenų skirtumui. Todėl branduolio sugerties spektras taip pat sudarytas iš siaurų linijų.

Atskaitos sistemoje, kurioje branduolys nejuda, išspinduliuoto arba sugerto fotono energija lygi energijos lygmenų skirtumui. T.y., jeigu turime du branduolio energijos lygmenis, kurių energijos E_1 ir E_2 , ir jeigu $E_1 > E_2$, tuomet šuolio iš lygmens E_1 į lygmenį E_2 metu branduolys išspinduliuoja fotoną, kurio energija lygi

$$h\nu = E_1 - E_2, \quad (3.1.1)$$

o šuolio iš E_2 į E_1 metu sugeria tos pačios energijos fotoną. Čia ν yra išspinduliuoto arba sugerto fotono dažnis branduolio atskaitos sistemoje, o h yra Planko konstanta ($h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J·s). Vykstant kvantiniams šuoliams tarp branduolio energijos lygmenų, spinduliuojamų fotonų energijos dažniausiai priklauso intervalui 0.01 ÷ 5 MeV.

Laikas, per kurį sužadintasis branduolys praranda energijos perteklių, dažniausiai būna 10^{-14} – 10^{-6} s eilės. Tačiau kai kurių nuklidų branduoliai išlieka sužadintosios būsenos žymiai ilgesnį laiką. Pvz., vykstant ^{137}Cs (cezio-137) branduolio β skilimui (žr. 3.1 pav.), susidaro



3.1 pav. Radioaktyviojo skilimo $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}$ schema. Schemoje pateiktos pusėjimo trukmės, didžiausios β dalelių energijos, β skilimo kanalų tikimybės, ^{137}Ba branduolio mažiausios energijos vertės ir intensyviausias kvantinis šuolis tarp ^{137}Ba energijos lygmenų.

sužadintasis ^{137}Ba (bario-137) branduolys antrajame sužadintajame energijos lygmenyje, kurio vidutinė gyvavimo trukmė lygi 2.6 min. Ypač ilgaamžės sužadintosios būsenos (tokios, kaip ^{137}Ba branduolio būsena, kuri atitinka antrąjį sužadintąjį lygmenį) vadinamos **metastabiliosiom būsenom** (smulkiau apie metastabiliąsias būsenas kalbama 3.2 poskyryje).

Energijos perteklių sužadintasis branduolys gali prarasti trim būdais. Dažniausiai įvyksta aukščiau aprašytieji branduolio kvantiniai šuoliai į žemesnius energijos lygmenis, kurių metu energijos perteklius išspinduliuojamas fotonų pavidalu. Kiti du galima vyksmai aprašyti žemiau.

Energijos perteklių sužadintasis branduolys gali prarasti ne vien fotono pavidalu, bet ir tiesiogiai perduoti jį vienam iš savo atomo elektronų. Kadangi elektrono gautoji energija yra žymiai didesnė už jo ryšio energiją atome, tai elektronas išlekia iš atomo. Toks vyksmas vadinamas **vidine konversija**. Vidinė konversija visuomet lydi γ spinduliuotę. T.y., dalis sužadintųjų branduolių praranda energiją, išspinduliuodami γ kvantą, o kita dalis praranda energiją vidinės konversijos būdu. Pvz., tik 90% ^{137}Ba branduolių antrajame sužadintajame energijos lygmenyje pereina į pagrindinį lygmenį, išspinduliuodami γ kvantą; likusieji praranda energiją vidinės konversijos būdu.

Jeigu sužadintojo branduolio energijos perteklius yra didesnis už dvigubą elektrono rimties energiją, t.y., už $2mc^2 = 1.02\text{MeV}$, tuomet energijos perteklius gali virsti elektrono ir pozitrono pora. Šios dvi dalelės išlekia iš atomo. Toks vyksmas vadinamas **vidiniu porų kūrimu**.

Iš aukščiau minėtųjų trijų vyksmų (γ kvanto išspinduliavimas, vidinė konversija ir vidinis porų kūrimas) tikimiausias yra pirmasis vyksmas, t.y., kvantinis šuolis, išspinduliuojant fotoną.

γ spinduliuotė gali atsirasti, ne tik vykstant kvantiniams šuoliams tarp branduolio energijos lygmenų, bet ir anihiliuojant elementariajai daliai ir jos antidalelei. **Anihiliacijos** metu dalelė ir jos antidalelė susiduria ir išnyksta, išspinduliuodamos energijos kiekį, kuris lygus abiejų dalelių pilnutinei reliatyvistinei energijai prieš pat susidūrimą:

$$E = Mc^2; \quad (3.1.2)$$

čia c yra šviesos greitis, o M yra abiejų dalelių pilnutinė reliatyvistinė masė (t.y., rimties masė + reliatyvistinis masės padidėjimas dėl dalelių judėjimo). Žemės sąlygomis dažniausiai stebima elektrono ir jo antidalelės – pozitrono – anihiliacija. Pozitronai praktikoje gaunami,

panaudojant β^+ radioaktyvius nuklidus (pvz., ^{22}Na). Greitieji pozitronai, kuriuos spinduliuoja tokie nuklidai, sulėtėja, praeidami pro medžiagą, ir anihiliuoja su medžiagos elektronais. Šios anihiliacijos metu priešingom kryptim išspinduliuojami du fotonai, kurių kiekvieno energija lygi elektrono rimties energijai $m_e c^2 = 511 \text{ keV}$, t.y., priklauso γ spinduliuotės diapazonui.

3.2. Branduolių šuolių atrankos taisyklės. Metastabiliosios būsenos

Dažnai kai kurių šuolių tikimybės yra tokios mažos, kad jas galima laikyti lygiomis nuliui, lyginant su kitų galimų šuolių tikimybėmis. Taisyklės, kurios nusako, kurie šuoliai yra galimi, o kurie – ne, vadinamos **atrankos taisyklėmis**. Formuluojuot atrankos taisykles, be branduolio energijos, naudojamos dar dvi branduolio būsenos charakteristikos – branduolio judesio kiekio momentas (sukinys) ir branduolio būsenos lyginumas.

Branduolio pilnutinis judesio kiekio momentas – tai vektorinė suma nukleonų orbitinio judesio kiekio momentų ir nukleonų sukinių (vidinių judesio kiekio momentų). Pagal bendrąją judesio kiekio momentų sudėties taisyklę, branduolio pilnutinio judesio kiekio momento \mathbf{J} modulis $|\mathbf{J}|$ gali būti lygus tik $\sqrt{J(J+1)} \cdot \hbar$, kur $J = 0, 1, 2, \dots$ branduoliams su lyginiu masės skaičiumi A ir $J = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ branduoliams su nelyginiu A . Skaičius J vadinamas branduolio **pilnutinio judesio kiekio momento kvantiniu skaičiumi** arba tiesiog **branduolio sukiniu**. Kiekvieną branduolio būseną (lygmenį) atitinka apibrėžta sukinių J vertė. Branduolio sukinių vertė energijos diagramose nurodoma šalia lygmens žymens (žr. 3.1 pav.). Branduolio judesio kiekio momentas yra vektorinis dydis. Kvantinis skaičius J nusako tik šio vektoriaus modulį, tačiau nieko nesako apie jo kryptį. Jeigu yra žinoma, kad kvantinio šuolio metu branduolys pereina iš būsenos su $J = J_1$ į būseną su $J = J_2$, tai bendruoju atveju neįmanoma vienareikšmiškai pasakyti, kokia yra judesio kiekio momento pokyčio vektoriaus modulis $|\Delta\mathbf{J}|$, nes nėra žinomas judesio kiekio momento krypties pokytis. Tačiau, pagal bendrąją judesio kiekio momentų sudėties taisyklę, yra žinoma, kad $|\Delta\mathbf{J}|$ gali įgyti tik šias vertes:

$$|\Delta\mathbf{J}| = \Delta J \cdot \hbar \quad (\Delta J = |J_1 - J_2|, |J_1 - J_2| + 1, \dots, |J_1 + J_2|); \quad (3.2.1)$$

čia J_1 ir J_2 yra pradinės ir galutinės branduolio būsenų sukiniai.

Būsenos lyginumas nusako, ar šios būsenos funkcija (branduolio banginė funkcija) yra lyginė nukleonų spindulių vektorių atžvilgiu, ar ne. Energijos lygmenyje E esančio branduolio **banginė funkcija** – tai nukleonų spindulių vektorių ($\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$) ir laiko (t) kompleksinė funkcija

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, t) = \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right),$$

kurių modulio kvadratas $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)|^2$ nusako sistemos pasiskirstymo konfigūracinėje erdvėje tikimybės tankį. T.y., dydis $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)|^2 dV_1 dV_2 \dots dV_N$ nusako tikimybę, kad pirmasis nukleonas bus tūrio elemente dV_1 , esančiame taško \mathbf{r}_1 aplinkoje, antrasis nukleonas bus tūrio elemente dV_2 , esančiam taško \mathbf{r}_2 aplinkoje, ir t.t. Taigi, lyginės būsenos atveju, pakeitus bet kurio nukleono spindulio vektoriaus vertę į priešingą, banginės funkcijos vertė nepasikeičia:

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{i-1}, -\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}, \dots, \mathbf{r}_N) = \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{i-1}, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}, \dots, \mathbf{r}_N) \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

o nelyginės būsenos atveju ši vertė pasikeičia į priešingą:

$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{i-1}, -\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}, \dots, \mathbf{r}_N) = -\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{i-1}, \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i+1}, \dots, \mathbf{r}_N) \quad (i = 1, 2, \dots, N).$$

Energijos diagramose būsenos lyginumas žymimas ženklų „+“ arba „-“ šalia branduolio sukinių vertės (žr. 3.1 pav.): „+“ atitinka lyginę būseną, o „-“ – nelyginę. Sukinių vertė kartu su būsenos lyginiu vadinami **būsenos charakteristika** arba **lygmens charakteristika**. Pvz., ^{137}Cs branduolio pagrindinės būsenos charakteristika yra $7/2^+$ (žr. 3.1 pav.).

Supaprastintai atrankos taisyklės galima suformuluoti taip: tikimiausi yra tie kvantiniai šuoliai, kurių metu branduolio sukinių pokyčio modulis ΔJ yra mažiausias (žr. (3.2.1)), o būsenos lyginumas nepakinta. Šuoliai, kurių metu $\Delta J = 0$ arba 1, o lyginumas nepakinta,

vadinami *leistiniais šuoliais*, o visi kiti kvantiniai šuoliai vadinami *draustiniais šuoliais*. Išimtis iš šios taisyklės yra šuolis tarp dviejų lygmenų, kurių sukiniai lygūs nuliui: šis šuolis yra draustinis. Reikia turėti omenyje, kad kvantinio šuolio „leistinumas“ arba „uždraustumas“ yra reliatyvus. Pvz., magnio izotopo $^{24}_{12}\text{Mg}$ branduolio trijų žemiausių energijos lygmenų charakteristikos yra 0^+ , 2^+ ir 4^+ . Todėl, atsidūrus šiam branduoliui antrajame sužadintajame lygmenyje (kurio charakteristika yra 4^+), neišvengiamai įvyks vienas iš draustinių šuolių, kurių metu $\Delta J \geq 2$, nes kitų galimų šuolių nėra. Tuo atveju, kai branduolys gali pereiti į pagrindinį lygmenį tik draustinio šuolio būdu, branduolio buvimo sužadintajame lygmenyje trukmė yra keliom eilėm didesnė, negu tuo atveju, kai galimi ir leistiniai šuoliai.

Tikslesnėje šuolių tikimybių analizėje naudojamas sąryšis tarp sužadintųjų branduolių vidutinės gyvavimo trukmės *duotojo šuolio atžvilgiu* τ ir to šuolio parametrų: lygmenų energijų skirtumo, branduolio sukinio pokyčio modulio ΔJ ir lyginumo pokyčio. Šį sąryšį galima suformuluoti tokiu būdu:

- a) jeigu kvantinio šuolio metu ΔJ yra lyginis, o būsenos lyginumas nepakinta, arba ΔJ yra nelyginis, o būsenos lyginumas pakinta, tuomet

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{1}{\tilde{\lambda}} \left(\frac{r}{\tilde{\lambda}} \right)^{2\Delta J}; \quad (3.2.2a)$$

- a) jeigu kvantinio šuolio metu ΔJ yra lyginis, o būsenos lyginumas pakinta, arba ΔJ yra nelyginis, o būsenos lyginumas nepakinta, tuomet

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{1}{\tilde{\lambda}} \left(\frac{r}{\tilde{\lambda}} \right)^{2(\Delta J+1)}. \quad (3.2.2b)$$

Čia r yra branduolio spindulys (10^{-13} cm eilės dydis), o $\tilde{\lambda}$ yra redukuotasis bangos ilgis:

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{c\hbar}{E} \approx \frac{2 \cdot 10^{-11}}{E_{\text{MeV}}} \text{ cm}; \quad (3.2.3)$$

čia E yra šuolio energija (lygmenų skirtumas). Taigi, $\tilde{\lambda}$ dažniausiai yra žymiai didesnis už r . Todėl, pagal (3.2.2a,b), duotąjį šuolį atitinkanti gyvavimo trukmė τ (taigi, ir pusėjimo trukmė, kuri lygi $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$) stipriai priklauso nuo šuolio energijos ir nuo ΔJ . Tikimiausi yra tie šuoliai, kurie atitinka mažiausią gyvavimo trukmę τ , t.y., didžiausią $1/\tau$ ir mažiausią $\tilde{\lambda}$. Kadangi $r/\tilde{\lambda} < 1$, tai, didėjant laipsnio rodikliui reiškiniuose (3.2.2a–b), $1/\tau$ mažėja. Todėl ΔJ turi būti kuo mažesnis. Be to, iš $\tilde{\lambda}$ išraiškos (3.2.3) išplaukia, kad, esant kitoms vienodoms sąlygoms, labiau tikėtini tie kvantiniai šuoliai, kurių metu energijos pokytis E yra didesnis.

Egzistuoja branduoliai, kurių sužadintųjų būsenų gyvavimo trukmė gali siekti net kelias valandas arba daugiau. Tokios ilgaamžės sužadintosios būsenos vadinamos *metastabiliosiomis būsenomis*. Iš (3.2.2a,b) išplaukia, kad metastabiliosios būsenos egzistavimo sąlyga – tai maža šuolio energija ir ypač didelis šuolio „uždraustumo laipsnis“, kurį nusako laipsnio rodiklis $2\Delta J$ arba $2(\Delta J+1)$. Pvz., bario izotopo $^{137}_{56}\text{Ba}$ pagrindinės būsenos charakteristika yra $3/2^+$, pirmosios sužadintosios būsenos charakteristika yra $1/2^+$, o antrosios sužadintosios būsenos charakteristika yra $11/2^-$ (žr. 3.1 pav.). Todėl, atsidūrus ^{137}Ba branduoliui antrajame sužadintajame lygmenyje, tikimiausias yra kvantinis šuolis į pagrindinį lygmenį, kurio metu $\Delta J = 5$ ir galioja (3.2.2a) arba $\Delta J = 4$ ir galioja (3.2.2b) (čia pasinaudota tuo, kad ΔJ gali būti lygus visiems sveikiesiems skaičiams nuo $11/2 - 3/2 = 4$ iki $11/2 + 3/2 = 7$). Vadinasi, šiuo atveju $1/\tau \sim 1/\tilde{\lambda} (r/\tilde{\lambda})^{10}$. Šis šuolis yra stipriai uždraustas, todėl vidutinė ^{137}Ba branduolio antrojo sužadintojo lygmens gyvavimo trukmė yra labai didelė – 221 s.

3.3. Radioaktyvioji pusiausvyra dviejų nuklidų sistemoje

Tarkime, turime dviejų radioaktyviųjų nuklidų mišinį, kuriame vienas nuklidas yra kito nuklido skilimo produktas. Tokios sistemos pavyzdys – ^{137}Cs ir $^{137\text{m}}\text{Ba}$ mišinys (žr. 3.1 pav.). Skilimo grandinė šiuo atveju yra tokia:



čia N_1 yra pirminio nuklido (pvz., ^{137}Cs) branduolių skaičius, N_2 yra antrinio nuklido (pvz., $^{137\text{m}}\text{Ba}$) branduolių skaičius, N_3 yra antrinio nuklido skilimo produkto (pvz., pagrindinės būsenos ^{137}Ba) branduolių skaičius, λ_1 yra pirminio nuklido skilimo konstanta, o λ_2 yra antrinio nuklido skilimo konstanta (griežtai kalbant, sužadintojo branduolio $^{137\text{m}}\text{Ba}$ kvantinis šuolis į pagrindinį energijos lygmenį nėra radioaktyvusis skilimas, tačiau ir tokiu atveju šis terminas naudojamas dėl trumpumo). Abiejų nuklidų branduolių skaičiaus kitimą laike nusako dviejų diferencialinių lygčių sistema

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \quad \text{ir} \quad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \quad (3.3.2)$$

Kaip matome, antrosios lygybės dešiniojoje pusėje yra du dėmenys: pirmasis nusako antrinio nuklido branduolių atsiradimą dėl pirminio nuklido skilimo (todėl šis dėmuo yra teigiamas), o antrasis nusako antrinio nuklido branduolių skaičiaus mažėjimą dėl jų skilimo (todėl šis dėmuo yra neigiamas). Lygčių sistemos (3.3.2) sprendinys yra laiko funkcijos $N_1(t)$ ir $N_2(t)$. Tarkime, kad yra duotas pradinis pirminio nuklido branduolių skaičius $N_1(0)$, o pradinis antrinio nuklido branduolių skaičius lygus nuliui, t.y., $N_2(0) = 0$. Naudojant šias pradines sąlygas, lygčių sistemos (3.3.2) sprendinys yra

$$N_1 = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}, \quad (3.3.3a)$$

$$N_2 = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right). \quad (3.3.3b)$$

Jeigu $\lambda_2 > \lambda_1$, tuomet antroji eksponentinė funkcija skliaustuose mažėja greičiau už pirmąją. Praėjus laikui, kuris žymiai didesnis už $1/(\lambda_2 - \lambda_1)$, antrasis dėmuo tampa žymiai mažesnis už pirmąjį, todėl jo galima nepaisyti. Tuomet reiškinys (3.3.3b) tampa proporcingas vienai eksponentinei funkcijai $\exp(-\lambda_1 t)$, kaip ir reiškinys (3.3.3a). Vadinasi, abiejų nuklidų kiekių santykis tampa pastovus:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (3.3.4)$$

Tokia nuklidų sistemos būseną, kai visų nuklidų kiekių santykis lieka pastovus, yra vadinamas **radioaktyviąja pusiausvyra**. Tuo atveju, kai antrinio nuklido skilimo konstanta λ_2 yra žymiai didesnė už pirminio nuklido skilimo konstantą λ_1 , lygybę (3.3.4) galima užrašyti šitaip:

$$\lambda_2 N_2 \approx \lambda_1 N_1. \quad (3.3.5)$$

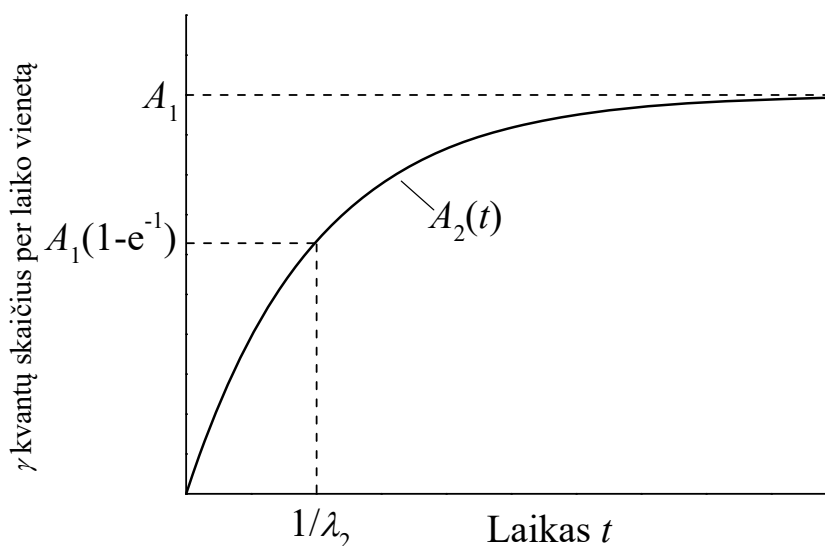
T.y., antrinio nuklido skilimo sparta $\lambda_2 N_2$ yra praktiškai lygi jo atsiradimo spartai $\lambda_1 N_1$ (kuri, savo ruožtu, yra lygi pirminio nuklido skilimo spartai, t.y., jo aktyvumui). Ši sąlyga pakankamai tiksliai galioja sistemoje $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$, nes $^{137\text{m}}\text{Ba}$ pusamžis (153 s) yra maždaug $6 \cdot 10^6$ kartų mažesnis už ^{137}Cs pusamžį (30 m.) t.y., skilimo konstanta yra tiek pat kartų didesnė (čia pasinaudota pusamžio $T_{1/2}$ ir skilimo konstantos λ sąryšiu $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$).

Jeigu radioaktyvioji pusiausvyra dirbtinai sutrikdoma, pašalinant dalį antrinio nuklido iš sistemos, tuomet sistema stengiasi atstatyti tą pusiausvyrą, t.y., antrinio nuklido kiekis pradeda augti, kol vėl netampa lygus pradinei vertei. Šį skaičiaus N_2 didėjimą galima išreikšti iš formulės (3.3.3b), pasinaudojus tuo, kad $\lambda_2 \gg \lambda_1$:

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) = N_1(0) e^{-\lambda_1 t} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right) \approx N_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(1 - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (3.3.6)$$

Taigi, pašalinus dalį $^{137\text{m}}\text{Ba}$ branduolių iš sistemos $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$, γ kvantų srautas iš pradžių sumažėja (nes visi spinduliuojami γ kvantai atsiranda dėl nuklido $^{137\text{m}}\text{Ba}$ „skilimo“), tačiau po to pradeda augti pagal dėsnį

$$A_2(t) \equiv \lambda_2 N_2(t) = \lambda_1 N_1 \left(1 - e^{-\lambda_2 t} \right) \equiv A_1 \left(1 - e^{-\lambda_2 t} \right); \quad (3.3.7)$$



3.2 pav. γ spinduliuotės intensyvumo priklausoma nuo laiko, pašalinus antrinį nuklidą iš nuklidų mišinio, kurį sudaro ilgaamžis pirminis nuklidas ir trumpaamžis antrinis nuklidas. λ_2 yra antrinio nuklido skilimo konstanta, A_1 yra pirminio nuklido aktyvumas.

čia A_1 yra nuklido ^{137}Cs aktyvumas (žr. 3.2 pav.). Jeigu pusiausvirasis aktyvumas A_1 buvo išmatuotas prieš $^{137\text{m}}\text{Ba}$ branduolių pašalinimą iš sistemos (arba pilnai atsistačius $^{137\text{m}}\text{Ba}$ kiekiui), tuomet $^{137\text{m}}\text{Ba}$ „skilimo“ konstantą λ_2 galima apskaičiuoti pagal skirtumo $A_1 - A_2(t)$ išmatuotąsias vertes, nes

$$A_1 - A_2(t) = A_1 e^{-\lambda_2 t}. \quad (3.3.8)$$

4. Darbo priemonės ir matavimo tvarka

Darbo priemonės

1. Nuklido $^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatorius.
 2. Geigerio ir Miulerio skaitiklis (**skaitiklio neveikos trukmė $\tau_n \approx 0.001 \text{ s} \approx 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ min}$**).
 3. **Isotrak** impulsų skaičiavimo įrenginys (jo naudojimo instrukcija pateikta B priede).
- Matavimo įrangos bendras vaizdas parodytas 4.1 pav.



4.1 pav. Matavimo įrangos bendrasis vaizdas

Nuklido generatorius – tai įrenginys, kuris skirtas trumpaamžio antrinio nuklido cheminiam išskyrimui iš pirminio ir antrinio nuklidų mišinio. Tai atliekama, praleidžiant pro nuklido generatorių specialios sudėties tirpalą. $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus atveju tą tirpalą sudaro 0.9 % NaCl ir $4 \cdot 10^{-6}$ % HCl. [4.1 pav. nuklido generatorius – tai mažas cilindras, pastatytas prieš detektorius. Elektronai („beta dalelės“), kurie atsiranda skylant pirminiam nuklidui (žr. 3.1 pav.), yra daug mažiau skvarbūs negu gama spinduliuotė, todėl tie elektronai yra pilnai sugeriami nuklido generatoriaus apvalkale. Į aplinką išeina tik gama kvantai, kurie atsiranda dėl kvantinių šuolių tarp antrinio nuklido energijos lygmenų.]

$^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus viduje ^{137}Cs turinti medžiaga yra padengta ant specialaus organinio polimerinio sluoksnio (padėklo), kuris sudaro sąlygas lengvam Ba jonų perėjimui į tirpalą su pakankamai didele Na jonų koncentracija. T.y., Na jonai užima vietas ant padėklo, kurias iki tol užėmė Ba jonai, o šie pereina į tirpalą. Tokia cheminė reakcija vadinama **jonų mainais**. Tokiu būdu galima išplauti didžiąją dalį ^{137}Ba atomų iš $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus.

Vokietijos kompanijos **Amersham** $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatorius gali būti panaudotas nuklido $^{137\text{m}}\text{Ba}$ išskyrimui iki 1000 kartų. Šio generatoriaus pradinis aktyvumas yra 370 kBq. Vieno bandinio tūris – maždaug 2 ml. Generatoriaus naudojimo trukmę riboja priemaišos, kurios gali patekti į jo vidų kartu su tirpalu. Po tam tikro laiko tos priemaišos gali užblokuoti generatoriaus filtrus.

Analogiškas veikimo principas yra $^{99}\text{Mo}/^{99\text{m}}\text{Tc}$ generatorių, kurie naudojami diagnostinėje branduolinėje medicinoje. Tuose generatoriuose pirminis nuklidas yra ^{99}Mo (molibdeno izotopas), kurio skilimo pusamžis yra 66 valandos, o antrinis nuklidas yra $^{99\text{m}}\text{Tc}$ (technecio-99 branduolio metastabilioji sužadintoji būseną), kurio skilimo pusamžis yra 6 valandos. Kaip ir cezis-137, molibdenas-99 atsiranda dalijantis sunkiesiems branduoliams (pvz., branduoliniuose reaktoriuose). Trumpaamžio antrinio nuklido tirpalas, kuris gaunamas iš tokio generatoriaus, yra įvedamas į paciento organizmą (pvz., su maistu), o paskui registruojama jo spinduliuotė. Tokiu būdu gaunamas nuklido pasiskirstymo paciento kūne vaizdas, pagal kurį galima aptikti piktybinius auglius ir pan. Nuklido generatoriaus privalumas yra tas, kad jo transportavimo, naudojimo ir saugojimo trukmę lemia ilgaamžio pirminio nuklido pusamžis, tačiau diagnostikai naudojamas tik trumpaamžis antrinis nuklidas, kurio spinduliuotė „nespėja“ žymiai pakenkti biologiniams audiniams, nes antrinio nuklido pusamžis yra palyginti mažas.

Matavimo tvarka

1. Įjungiamas ir paruošiamas darbu impulsų skaičiavimo įrenginys su Geigerio ir Miulerio skaitikliu. Šiame darbe turi būti naudojama automatinio skaičiavimo veika; vieno matavimo trukmė turi būti 60 s (žr. skaičiavimo įrenginio aprašą 6 skyriuje). Kadangi matavimų rezultatai turės būti rašomi į skaičiavimo įrenginio atmintį, o atmintyje gali būti saugoma ne daugiau 50 skaičių, tai darbo pradžioje reikia iš atminties ištrinti ankstesnių matavimų duomenis (tam reikia vienu metu spustelėti mygtukus „Start/Stop“ ir „Reset“). Paruošus skaičiavimo įrenginį, jo būseną turi būti tokia, kad, norint pradėti matavimų seką, užtektų tik nuspausti mygtuką „Start/Stop“.

Dėmesio! Dirbant su radioaktyviu tirpalu, būtina dėvėti vienkartinės pirštines. Baigus darbą, pirštines galima išmesti į šiukšlių dėžę.

2. Iš $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus išskiriamas nuklidas $^{137\text{m}}\text{Ba}$. Tai atliekama tokiu būdu:
 - a) prie švirkšto, kuris įeina į $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus komplektą, prijungiamas plastikinis vamzdelis, į švirkštą įtraukiami maždaug 2 ml tirpalo, vamzdelis nuimamas nuo švirkšto;
 - b) nuo generatoriaus nusukamas apsauginis dangtelis (jis yra toje generatoriaus pusėje, kur yra etiketė su užrašu „Isotope generator“) ir vietoj jo užsukamas švirkštas su tirpalu;
 - c) nuimamas apsauginis dangtelis, kuris yra kitoje generatoriaus pusėje (ten sriegio nėra, todėl sukti nereikia, pakanka patraukti) ir generatorius kartu su švirkštu patalpinami virš tuščio buteliuko;

- d) spaudžiant švirkšto stūmoklį, tirpalas praleidžiamas pro generatorių ir išleidžiamas į tuščią buteliuką (ši procedūra turėtų užtrukti 10 – 20 sekundžių);
 - e) ant $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus uždedami abu apsauginiai dangteliai ir generatorius padedamas prieš skaitiklį;
 - f) buteliukas su radioaktyviuoju tirpalu pastatomas kuo toliau nuo skaitiklio (2 m atstumas yra pakankamas);
 - g) startuojamas skaičiavimo įrenginys.
3. Atliekama 30 matavimų po 1 min. Tarp matavimų neturi būti pauzių. Matavimų duomenys užfiksuojami lentelėje.
 4. Tirpalas (kuris dabar jau beveik neradioaktyvus) išpilamas į kriauklę. Pakartojamas 2 punktas, tačiau šį kartą prieš skaitiklį statomas ne $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatorius, o buteliukas su radioaktyviuoju tirpalu. $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatorius dedamas kuo toliau nuo skaitiklio (bent 2 m atstumu).
 5. Atliekama 10 matavimų po 1 min. Tarp matavimų neturi būti pauzių. Matavimų duomenys užfiksuojami lentelėje.
 6. Buteliukas su radioaktyviuoju tirpalu pastatomas kuo toliau nuo skaitiklio. Atliekama 10 fono matavimų po 1 min.
 7. Praėjus 20 min nuo Ba išskyrimo iš nuklido generatoriaus, beveik visi $^{137\text{m}}\text{Ba}$ branduoliai jau yra perėję į pagrindinę būseną. Taigi, Ba tirpalas jau yra beveik neradioaktyvus, ir jį galima išpilti į kriauklę. Išpylus, buteliuką patartina paskalauti su vandeniu.

5. Matavimo duomenų analizė

1. Visų matavimų rezultatai pataisomi, atsižvelgiant į detektoriaus neveikos trukmę. T.y., jeigu N' yra išmatuotasis dalelių skaičius per 1 min, o τ_n yra neveikos trukmė (išreikšta minutėmis), tuomet tikrasis dalelių skaičius per 1 min lygus

$$N = \frac{N'}{1 - N'\tau_n}.$$

Visuose vėlesniuose apskaičiavimuose reikės naudoti pataisytuosius skaičius N .

2. Apskaičiuojamas fono vidurkis.
3. Iš nuklido $^{137\text{m}}\text{Ba}$ tirpalo matavimo rezultatų atimamas fonas.
4. Gautųjų skaičių natūrinių logaritmų priklausoma nuo laiko t pavaizduojama grafiškai (atskirų taškų pavidalu). Tiesinio aproksimavimo būdu (žr. A priedą) apskaičiuojama $^{137\text{m}}\text{Ba}$ skilimo konstanta λ ir jos paklaida. $^{137\text{m}}\text{Ba}$ branduolio antrosios sužadintosios būsenos gyvavimo trukmė τ apskaičiuojama pagal formulę $\tau = 1/\lambda$, o jos paklaida – pagal formulę $\Delta\tau = \Delta\lambda / \lambda^2$; čia $\Delta\lambda$ yra skilimo konstantos paklaida. $^{137\text{m}}\text{Ba}$ pusamžis apskaičiuojamas pagal formulę $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$, o jo paklaida – pagal formulę $\Delta T_{1/2} = \Delta\tau \cdot \ln 2$.
5. Randamas $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus paskutiniųjų 10 matavimų (t.y., matavimų Nr.21–30) vidurkis. Šiame laiko tarpe generatoriaus gama spinduliuotės intensyvumas (t. y. antrinio nuklido $^{137\text{m}}\text{Ba}$ aktyvumas) buvo jau beveik pilnai atsistatęs, todėl šis vidurkis nusako pradinį generatoriaus gama spinduliuotės intensyvumą.
6. Iš $^{137}\text{Cs}/^{137\text{m}}\text{Ba}$ generatoriaus pradinio gama spinduliuotės intensyvumo atimamas kiekvienas iš pirmųjų 10 generatoriaus atsistatymo matavimų rezultatų. Gautieji 10 skaičių analizuojami lygiai taip pat, kaip aukščiau aprašyta 4 punkte. Pagal šiuos duomenis dar kartą apskaičiuojami $^{137\text{m}}\text{Ba}$ skilimo konstanta, pusamžis ir gyvavimo trukmė bei jų paklaidos.
7. 4 ir 6 punktų skaičiavimų rezultatai palyginami vienas su kitu ir su tiksliaja $^{137\text{m}}\text{Ba}$ pusamžio verte (153 s).
8. Abiejų išmatuotųjų laikinių priklausomybių bendrasis pavidalas palyginamas su tuo, kurį numato teorija.

A priedas. Aproximavimas tiese

Aproximavimo tiese („tiesinio aproksimavimo“) tikslas – apskaičiuoti tiesės lygties

$$y = A + B \cdot x \quad (\text{A.1})$$

koeficientus A ir B ir jų paklaidas mažiausių kvadratų metodu. Mažiausių kvadratų metodo esmė yra tokia. Tarkime, turime matavimo duomenų rinkinį, kurį sudaro argumento x vertės $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ ir atitinkamos funkcijos $y(x)$ vertės; n yra matavimų skaičius. Funkcijos vertes žymėsime y_1, y_2, \dots, y_n . Teorinė y vertė, kuri atitinka duotąjį argumento vertę x_k , yra nežinomųjų koeficientų A ir B funkcija (žr. (A.1)), todėl galima užrašyti $y(x_k) = y(x_k; A, B)$ ($k = 1, 2, \dots, n$). Koeficientų A ir B apskaičiavimo uždavinys formuluojamas tokiu būdu. Labiausiai tikėtinos yra tos nežinomųjų koeficientų A ir B reikšmės, kurios atitinka reiškinių

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n [y(x_k; A, B) - y_k]^2 \quad (\text{A.2})$$

absoliutųjį minimumą. (A.2) reiškinys – tai teorinių verčių nuokrypių nuo išmatuotųjų verčių kvadratų suma (iš čia – pavadinimas „mažiausių kvadratų metodas“). Šis reiškinys visada turi minimumą, esant tam tikroms tiksliai apibrėžtoms A ir B reikšmėms. Tačiau, net jeigu teorinės funkcijos $y(x)$ pavidalas tiksliai atitinka tikrąjį matuojamųjų dydžių y ir x sąryšį, šios optimalios A ir B reikšmės, kurios atitinka kvadratų sumos F minimumą, nebūtinai sutampa su tikrosiomis A ir B reikšmėmis. Taip gali būti, pvz., dėl matavimo paklaidų. Mažiausių kvadratų metodu galima apskaičiuoti tik labiausiai tikėtinas koeficientų A ir B reikšmes.

Viskas, kas anksčiau pasakyta apie mažiausių kvadratų metodą, tinka ne vien tuo atveju, kai teorinė funkcija $y(x)$ yra tiesė. Nepriklausomai nuo šios funkcijos pavidalo ir nuo nežinomųjų koeficientų skaičiaus, reikia minimizuoti (A.2) pavidalo reiškinį. Tačiau, kai $y(x)$ yra tiesė, šį uždavinį galima išspręsti analiziškai (t. y. A ir B galima išreikšti elementariais algebriniais reiškiniais), o netiesinės funkcijos atveju šį uždavinį galima išspręsti tik skaitmeniškai (nuosekliųjų artinių metodu, naudojant kompiuterį).

Jeigu $y(x)$ yra tiesinė funkcija (A.1), tada kvadratų suma (A.2) yra tokio pavidalo:

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n (A + Bx_k - y_k)^2 = nA^2 + B^2 \sum_{k=1}^n x_k^2 + \sum_{k=1}^n y_k^2 + 2AB \sum_{k=1}^n x_k - 2A \sum_{k=1}^n y_k - 2B \sum_{k=1}^n x_k y_k. \quad (\text{A.3})$$

Kaip žinoma iš matematinės analizės, kelių kintamųjų funkcijos minimumo taške jos dalinės išvestinės visų kintamųjų atžvilgiu yra lygios nuliui. Prilyginus nuliui (A.3) reiškinio dalines išvestines A ir B atžvilgiu, gaunama dviejų tiesinių algebrinių lygčių sistema, kurios nežinomieji yra koeficientai A ir B . Šios lygčių sistemos sprendinys yra

$$B = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k y_k - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right) \left(\sum_{k=1}^n y_k \right)}{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}; \quad (\text{A.4a})$$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k - \frac{B}{n} \sum_{k=1}^n x_k. \quad (\text{A.4b})$$

Koeficientas B vadinamas tiesės krypties koeficientu arba tiesės „polinkiu“. Koeficientas A nusako y vertę, kai $x = 0$. Koeficientų A ir B vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai („empiriniai standartiniai nuokrypiai“) apskaičiuojami pagal formules

$$\Delta A = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)} \left(1 + \frac{\bar{x}^2}{D_x} \right)}, \quad (\text{A.5a})$$

$$\Delta B = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)D_x}}, \quad (\text{A.5b})$$

čia F_{\min} yra mažiausioji kvadratų sumos (A.3) reikšmė (t. y. kvadratų suma, kai koeficientai B ir A yra lygūs savo optimaliosioms reikšmėms (A.4a) ir (A.4b)), \bar{x} yra argumento verčių vidurkis:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad (\text{A.6})$$

o D_x yra argumento verčių dispersija:

$$D_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{k=1}^n x_k^2}{n} - \bar{x}^2. \quad (\text{A.7})$$

Jeigu tikrasis matuojamojo dydžio y ir argumento x sąryšis yra tiesinis, o matavimo paklaidos yra nepriklausomos ir pasiskirsčiusios pagal Gauso skirstinį, kurio plotis nepriklauso nuo taško numerio, tada, padauginus dydžius ΔA ir ΔB iš Stjudento koeficiento, atitinkančio laisvės laipsnių skaičių $n - 2$ ir pasirinktą pasikliautinąją tikimybę α , yra gaunamas atitinkamas to koeficiento pasikliautinąjo intervalo pusplotis („pasikliautinoji paklaida“). Nustatant Stjudento koeficientą, kai yra du nežinomi koeficientai, laisvės laipsnių skaičius yra lygus $n - 2$, o ne n , nes *nepriklausomų* taškų skaičius yra dviem mažesnis už pilnutinį taškų skaičių (nes yra du sąryšiai (A.4a) ir (A.4b)). Taigi, tiesės koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriems su tikimybe α priklauso tikrosios (nežinomos) tų koeficientų reikšmės, yra

$$A' - t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A < A < A' + t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A, \quad (\text{A.8a})$$

$$B' - t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B < B < B' + t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B, \quad (\text{A.8b})$$

čia A' ir B' yra aproksimavimo būdu gautos reikšmės (jas nusako (A.4a,b)), $t_{\alpha, n-2}$ yra Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę α ir laisvės laipsnių skaičių $n - 2$, o ΔA ir ΔB išreiškiami (A.5a) ir (A.5b) formulėmis. Koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriuos apibrėžia nelygybės (A.8a,b), vadinami tų koeficientų „pasikliautinaisiais intervalais“, atitinkančiais duotąją pasikliautinąją tikimybę α . Kaip matome iš (A.8a,b) nelygybių, koeficiento A arba B pasikliautinąjo intervalo pusplotis (t. y. pusė jo pločio) yra atitinkamai $t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A$ arba $t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B$. Matavimo rezultatus įprasta pateikti taip:

$$A = A' \pm t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A, \quad (\text{A.9a})$$

$$B = B' \pm t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B. \quad (\text{A.9b})$$

Užrašymas (A.9a,b) pagal prasmę yra tapatus užrašymui (A.8a,b).

Analizuojant matavimo duomenis, dažniausiai naudojama pasikliautinosios tikimybės reikšmė yra $0,95 = 95\%$. Kai matavimų skaičius n yra didelis, Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę 95% , yra apytiksliai lygus 2. Stjudento koeficientų reikšmės, atitinkančios įvairias pasikliautinasias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius, yra pateiktos A.1 lentelėje.

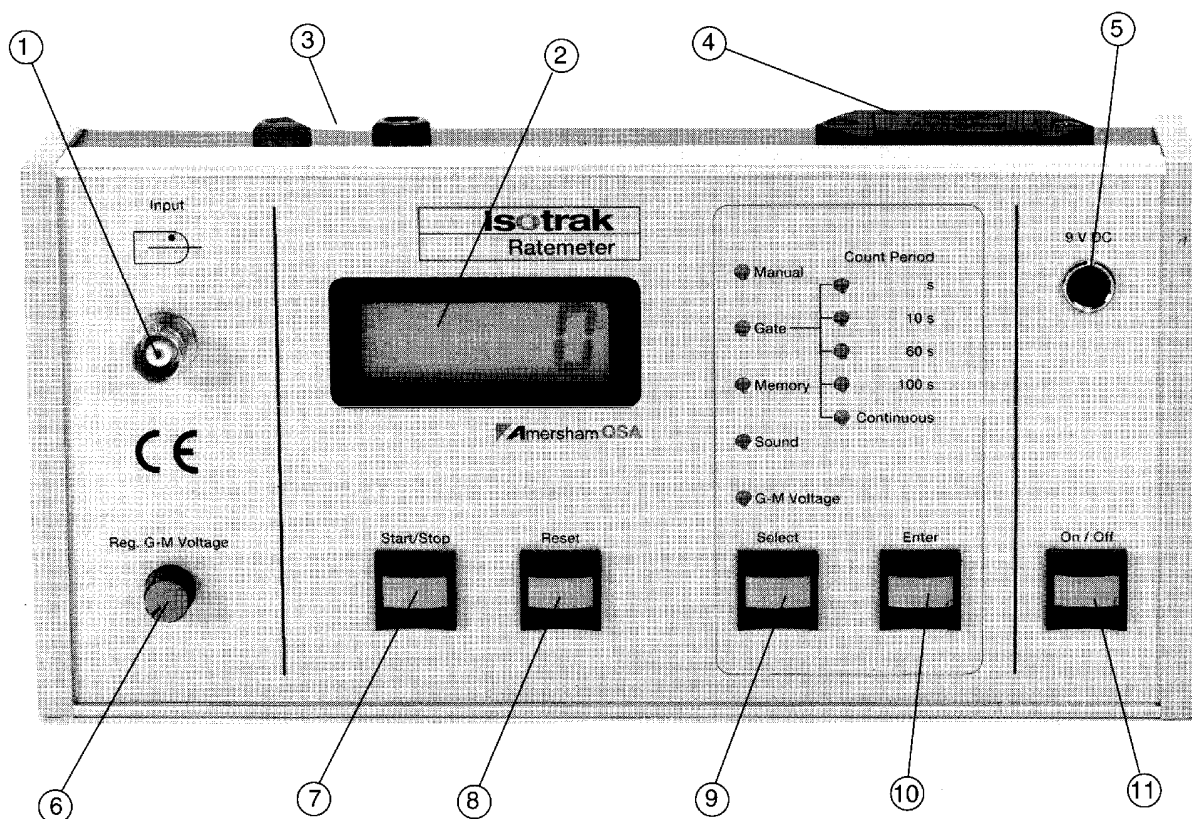
Dauguma duomenų analizės programų turi aproksimavimo tiesės funkciją. Pvz., programa **Origin** arba Excel funkcija **LINEST** apskaičiuoja ir koeficientus (A.4a,b), ir vidutinius kvadratinius nuokrypius (A.5a,b). Tačiau tos programos nedaugina tų nuokrypių iš Stjudento koeficiento. Galutinis aproksimavimo rezultatas neturėtų priklausyti nuo programos, nes visose programose naudojamos tos pačios formulės, t. y. (A.4a,b) ir (A.5a,b).

A.1 lentelė. Stjudento koeficientai, atitinkantys įvairias pasikliautinąsias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius

Pasikliautoji tikimybė Laisvės laipsnių skaičius	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99,5%	99,8%	99,9%
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,60
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
80	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
100	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

B priedas. Skaičiavimo įrenginio naudojimo instrukcija

1. Skaičiavimo įrenginio priekinė sienelė



6.1 pav. Skaičiavimo įrenginio priekinė sienelė

- 1) Geigerio ir Miulero skaitiklio prijungimo lizdas,
- 2) 4 skaitmenų skystakristalis rodytuvas,
- 3) TTL sąsaja (šiam darbe naudojamas prietaiso variantas su RS232 sąsaja),
- 4) Vieta 9 V baterijai,
- 5) +9 V nuolatinės įtampos adapterio prijungimo lizdas,
- 6) Geigerio ir Miulero įtampos reguliatorius “Reg. G-M Voltage”,
- 7) Skaičiavimo proceso pradžios/pabaigos mygtukas “Start/Stop”,
- 8) Rodytuvo nustatymo į nulį ir įrašymo į atmintį mygtukas “Reset” (vienu metu nuspaudus mygtukus “Reset” ir “Start/Stop”, atmintis išvaloma),
- 9) Veikų pasirinkimo mygtukas “Select”,
- 10) Įėjimo į pasirinktąją veiką arba išėjimo iš jos mygtukas “Enter”,
- 11) Prietaiso įjungimo/išjungimo mygtukas “On/Off”.

Valdymo indikatoriai. Pasirinktąją veiką parodo valdymo indikatorius. Indikatorius “Memory” šviečia tada, kai atmintyje yra duomenų. Jeigu atmintis pilnai užpildyta (50 matavimų), tada šis indikatorius mirksi. Vykstant matavimui, indikatorius “Gate” mirksi dideliu dažniu.

2. Įjungimas

Skaičiavimo įrenginio maitinimo šaltinio vaidmenį gali atlikti 9 V baterija arba elektros tinklo 9 V adapteris. Įrenginys įjungiamas, nuspaudžiant mygtuką “On/Off”.

3. Veikos pasirinkimas

Naudojant mygtuką “Select”, galima pasirinkti įvairias veikas. Pasirinkus veiką, atitinkamas valdymo indikatorius pradeda mirksėti. Pasirinktoji veika aktyvuojama, nuspaudžiant mygtuką “Enter” (tada atitinkamas valdymo indikatorius nustoja mirksėti ir pradeda šviesti pastoviai). Dar kartą nuspaudus “Enter”, pasirinktoji veika nustoja būti aktyviąja (atitinkamas valdymo indikatorius vėl pradeda mirksėti), ir galima pasirinkti kitą veiką.

4. Geigerio ir Miulerio skaitiklio darbo įtampos nustatymas (veika “G-M Voltage”)

Anksčiau aprašytu būdu aktyvavus veiką “G-M Voltage”, Geigerio ir Miulerio skaitiklio įtampą rodo skystakristalis rodytuvas. Reikalinga įtampa nustatoma, sukant reguliatorių “Reg. G-M Voltage”. Šio tipo skaitiklių optimali darbo įtampa yra 500 V (tačiau skaitiklis veiks ir esant 350 – 600 V įtampai).

5. Impulsų garsinė indikacija (veika “Sound”)

Norint išjungti arba įjungti impulsų garsinę indikaciją, reikia nuspausti mygtuką “Select” kelis kartus, kol pradeda mirksėti valdymo indikatorius “Sound”. Tada nuspaudžiamas mygtukas “Enter”. Po to nuspaudus mygtuką “Select”, išjungžiama arba įjungžiama impulsų garsinė indikacija (skystakristalis rodytuvas atitinkamai rodo “OFF” arba “ON”). Norint išėiti iš šios veikos, reikia nuspausti mygtuką “Enter”.

6. Impulsų skaičiavimas (veika “Gate”)

Spaudžiant mygtuką “Select”, pasiekžiama, kad mirksėtų valdymo indikatorius “Gate”. Tada nuspaudžiamas mygtukas “Enter”. Po to, spaudžiant mygtuką “Select”, pasirenkžiama reikalinga skaičiavimo trukmė (atitinkamas valdymo indikatorius pradeda mirksėti). Tada nuspaudžiamas mygtukas “Enter”. Valdymo indikatorius “Continuous” pradeda mirksėti. Dabar galima pasirinkti vieną iš dviejų veikų: vienkartinio skaičiavimo arba automatinio skaičiavimo.

a) Vienkartinis skaičiavimas

Vienkartinio skaičiavimo veika pasirenkžiama, spaudžiant mygtuką “Select” (tada indikatorius “Continuous” užgęsta). Norint pradėti impulsų skaičiavimą, reikia nuspausti mygtuką “Start/Stop”. Tada prietaisas suskaičiuos impulsus, kurie buvo užregistruoti per vieną pasirinktosios trukmės matavimą. Norint įrašyti matavimo rezultatą į atmintį, reikia nuspausti “Reset”. Norint atlikti dar vieną matavimą, reikia dar kartą paspausti “Start/Stop”.

b) Automatinis skaičiavimas

Automatinio skaičiavimo veika pasirenkžiama, spaudžiant mygtuką “Enter” (tada indikatorius “Continuous” nustoja mirksėti ir šviečia). Norint pradėti impulsų skaičiavimą, reikia nuspausti mygtuką “Start/Stop”. Tada prietaisas pradės duotosios trukmės matavimų seką. Norint sustabdyti matavimus, reikia dar kartą nuspausti “Start/Stop”. Kiekvieno matavimo rezultatas automatiškai įrašomas į atmintį, kol atmintyje saugomų rezultatų skaičius nepasiekia 50 (tada valdymo indikatorius “Memory” pradeda mirksėti). Pasibaigus kiekvienam matavimui, jo rezultatas rodomas maždaug 5 s. Pauzių tarp matavimų nėra, tačiau impulsų skaičius, kuris buvo užregistruotas per pirmąsias 5 s, nėra rodomas; vietoj jo rodomas ankstesniojo matavimo rezultatas.

7. Atmintyje esančių duomenų skaitymas

Norint perskaityti atmintyje esančius duomenis, reikia, spaudžiant mygtuką “Select”, pasiekti, kad mirksėtų valdymo indikatorius “Memory”. Tada skystakristaliame rodytuve parodomas paskutinio įrašyto į atmintį matavimo rezultatas. Norint perskaityti ankstesnius duomenis, reikia pakartotinai nuspausti mygtuką “Enter”. Taigi, duomenys skaitomi atvirkštine tvarka. Pasiėkus sąrašo pabaigą, rodytuvas rodo tris brūkšnius. Į sąrašo pradžią grįžtama, nuspaudus “Reset”.

Į atmintį galima įrašyti ne daugiau 50 rezultatų. Todėl, prieš rašant į atmintį, patartina ištrinti iš jos ankstesniųjų matavimų rezultatus. Tuo tikslu reikia vienu metu nuspausti mygtukus “Start/Stop” ir “Reset”.