VILNIAUS UNIVERSITETAS

Fizikos fakultetas

Mokomoji atomo ir branduolio fizikos laboratorija

Laboratorinis darbas Nr. 10

GAMA SPINDULIŲ SUGERTIES MEDŽIAGOJE TYRIMAS

Parengė A. Poškus

2024-08-28

Turinys

Darbo tikslas

Išmatuoti įvairių energijų gama spinduliuotės sugerties kreives, naudojant įvairius sugėriklius. Patikrinti gama spinduliuotės sąveikos su medžiaga dėsningumus: 1) eksponentinį silpimo dėsnį, 2) silpimo koeficiento mažėjimą didėjant gama kvanto energijai; 3) silpimo koeficiento didėjimą didėjant medžiagos atominiam numeriui, 4) silpimo koeficiento komponentės, kuri atitinka Komptono sklaidą, proporcingumą medžiagos tankiui.

1. Užduotys

1. Išmatuoti nuklidų ^{137}Cs ir ^{60}Co gama spinduliuotės intensyvumo priklausomybę nuo aliuminio, geležies ir švino sugėriklio storio.
2. Nubraižyti aliuminio, geležies ir švino gama spindulių sugerties kreives ^{137}Cs ir ^{60}Co atvejais.
3. Pagal sugerties kreives apskaičiuoti gama spindulių silpimo koeficientus ir gama kvantų sąveikos su medžiagos atomais skerspjūvius.
4. Patikrinti, ar galioja eksponentinis silpimo dėsnis.
5. Nustatyti silpimo koeficiento kitimo kryptį, kintant gama kvanto energijai ir sugėriklio atominiam numeriui.
6. Nustatyti, kuriais iš tirtųjų atvejų galima teigti, kad vyrauja kažkuris vienas iš galimų gama spinduliuotės sąveikos su medžiaga vyksmų.

2. Kontroliniai klausimai

1. Komptono sklaida, fotoefektas, porų kūrimas.
2. Ar γ kvantą gali sugerti laisvasis elektronas? Atsakymą motyvuoti.
3. Ar porų kūrimas gali vykti laisvoje erdvėje? Atsakymą motyvuoti.
4. Sąveikos skerspjūvio sąvoka.
5. Spinduliuotės intensyvumo priklausomybė nuo medžiagos sluoksnio storio (išvedimas). Silpimo koeficiento sąvoka.
6. Komptono sklaidos ir fotoefekto skerspjūvių priklausomybė nuo gama kvantų energijos ir elemento atominio numerio (bendrasis pavidalas).
7. Kodėl išmatuotasis γ spinduliuotės silpimo koeficientas visada būna mažesnis už tikrąjį?

Literatūra:

1. Poškus A. Atomo fizika ir branduolio fizikos eksperimentiniai metodai. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2008. 544 p.
2. Horodničius H. Branduolio fizika. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 1997. p. 142 – 153.
3. Krane K. S. Introductory Nuclear Physics. New York: John Wiley & Sons, 1988. p. 198 – 204.
4. Lilley J. Nuclear Physics: Principles and Applications. New York: John Wiley & Sons, 2001. p. 136 – 142.
5. Knoll G. F. Radiation Detection and Measurement. 3rd Edition. New York: John Wiley & Sons, 2000. p. 48 – 55.
6. Абрамов А. И. и др. Основы экспериментальных методов ядерной физики. – М.: Энергоатомиздат, 1985, с. 41 – 47.
7. Photon cross sections and attenuation coefficients. – http://atom.kaeri.re.kr/cgi-bin/w3xcom

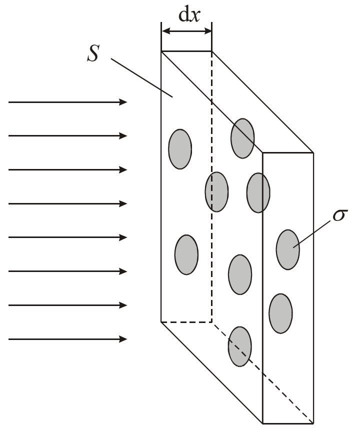
3. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga

3.1. Sąveikos skerspjūvio sąvoka

Kiekvieną galimą dviejų dalelių sąveikos („susidūrimo“) pasekmę vadinsime „įvykiu“. Konkretaus įvykio (pvz., spinduliuojamojo neutrono pagavimo arba fotono Komptono sklaidos) tikimybę galima išreikšti vartojant skerspjūvio sąvoką: kiekviena taikinio dalelė (pvz., elektronas, atomas arba branduolys) pakeičiama įsivaizduojama plokščia sritimi, kuri statmena krintančiųjų dalelių judėjimo krypčiai ir kurios plotas parinktas taip, kad duoto įvykio (pvz., spinduliuojamojo neutrono pagavimo arba Komptono sklaidos) tikimybė sutaptų su tikimybe, kad krintančioji dalelė pataikys į šią sritį. Taip apibrėžtas plotas σ vadinamas to įvykio ***skerspjūviu***. Taigi, sakoma „spinduliuojamojo neutrono pagavimo skerspjūvis“, „Komptono sklaidos skerspjūvis“ ir t. t. Žinant skerspjūvį, duoto įvykio tikimybę galima apskaičiuoti pagal geometrinės tikimybės skaičiavimo taisykles toliau aprašytu būdu.

Jeigu taikinio dalelių koncentracija yra n, tada ploto S ir nykstamojo storio $\mathrm{d}x$ medžiagos sluoksnyje yra $n{\cdot}S{\cdot}\mathrm{d}x$ taikinio dalelių. Pilnutinis šių dalelių „plotas“ $\mathrm{d}S'$, kuris uždengia dalį ploto S, yra lygus skerspjūvių plotų sumai, t. y. $\mathrm{d}S' = \sigma{\cdot}n{\cdot}S{\cdot}\mathrm{d}x$ (žr. 1 pav.). Kadangi apibrėžto judesio kiekio krintančiąją dalelę aprašo plokščioji de Broilio banga, kurios modulio kvadratas yra vienodas visuose taikinio paviršiaus taškuose, tai yra vienoda tikimybė, kad dalelė pataikys į bet kurį S ploto paviršiaus tašką. Todėl tikimybė $\mathrm{d}P$, kad krintančioji dalelė „pataikys“ į kurią nors $\mathrm{d}x$ storio sluoksnyje esančią taikinio dalelę, yra lygi plotų santykiui:

$$\mathrm{d}P = \frac{\mathrm{d}S'}{S} = \sigma n\,\mathrm{d}x\,. \qquad (3.1.1)$$



1 pav. Sąveikos skerspjūvio σ aiškinimas

Šį sąryšį taip pat galima laikyti sąveikos skerspjūvio σ apibrėžtimi: sąveikos skerspjūvis σ yra lygus sąveikos tikimybės $\mathrm{d}P$ ir vienetiniame plote esančių dalelių skaičiaus $n{\cdot}\mathrm{d}x$ santykiui.

Kiekvienas įvykis apibūdinamas savo skerspjūviu. Pvz., neutrono tampriosios sklaidos skerspjūvis bendruoju atveju skiriasi nuo spinduliuojamojo neutrono pagavimo skerspjūvio. Pagal nesutaikomųjų įvykių tikimybių sumos taisyklę, visų galimų įvykių skerspjūvių suma nusako pilnutinį dalelių sąveikos (susidūrimo) skerspjūvį:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i\,; \qquad (3.1.2)$$

čia σ_i yra i-tosios rūšies susidūrimo skerspjūvis.

Analogiškai apskaičiuojamas ir pilnutinis (arba konkrečios sąveikos) skerspjūvis, kai egzistuoja kelių rūšių taikiniai. Tada sąveikos skerspjūvis yra lygus

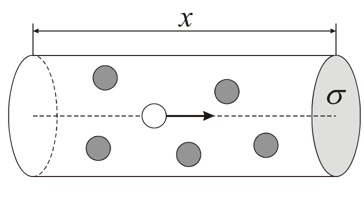
$$\sigma = \sum_i p_i \sigma_i\,; \qquad (3.1.3)$$

čia p_i yra i-tosios rūšies taikinio dalelių santykinis kiekis (t. y. tos rūšies taikinio dalelių koncentracijos ir pilnutinės taikinio dalelių koncentracijos santykis), o σ_i yra duotosios rūšies sąveikos (arba suminis kelių sąveikų) skerspjūvis sąveikaujant tik su i-tosios rūšies taikinio dalelėmis.

Branduolinių reakcijų skerspjūvius įprasta išreikšti barnais (b). 1 b = 10^{-28} m^2.

Iš (3.1.1) išplaukia, kad susidūrimo tikimybė P yra proporcinga dalelės nueitam keliui x. Vidutinis atstumas l, kurį nulėkus dalelei, tikimybė P tampa lygi vienetui, vadinamas dalelės ***vidutiniu laisvuoju keliu*** duotojoje medžiagoje (žodis „vidutinis“ toliau bus dažnai praleidžiamas). Šio dydžio prasmė – tai vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų. Pagal (3.1.1) vidutinis laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{1}{\sigma n}\,. \qquad (3.1.4)$$



2 pav. Vidutinio laisvojo kelio apskaičiavimui

Šią laisvojo kelio išraišką galima gauti šiek tiek vaizdesniu būdu. Judant dalelei, ji sąveikauja tik su tomis medžiagos dalelėmis, kurios priklauso „vamzdeliui“, kuris gaubia dalelės trajektoriją ir kurio skerspjūvio plotas lygus sąveikos skerspjūviui σ (žr. 2pav.). Medžiagos dalelių skaičius N šiame vamzdelyje lygus jo tūrio σx ir dalelių koncentracijos n sandaugai:

$$N = \sigma x n\,; \qquad (3.1.5)$$

čia x yra dalelės trajektorijos ilgis. Aišku, kad vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų, yra lygus pilnutinio nulėktojo atstumo x ir susidūrimų skaičiaus santykiui. Kadangi susidūrimų skaičius lygus dalelių skaičiui N minėtame „vamzdelyje“, tai laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{x}{N} = \frac{x}{\sigma x n} = \frac{1}{\sigma n}. \tag{3.1.6}$$

Reikia turėti omenyje, kad sąvoka „laisvasis kelias“ nusako dalelės *laisvojo* judėjimo kelią, t. y. atstumą, kurį dalelė nueina tarp dviejų *bet kokios rūšies* sąveikų. Todėl, griežtai kalbant, (3.1.6) reiškinys turi laisvojo kelio prasmę tik tada, kai σ yra *pilnutinis* sąveikos skerspjūvis. Jeigu (3.1.6) reiškinyje vietoj pilnutinio sąveikos skerspjūvio σ naudojamas dalinis skerspjūvis, kuris nusako vienos konkrečios rūšies sąveiką, tada gautojo dydžio prasmė – vidutinis dalelės kelias tarp dviejų *duotosios rūšies* susidūrimų. Jeigu egzistuoja keli sąveikos vyksmai, tada šis kelias nėra „laisvas“ tikrąja to žodžio prasme, nes tarp dviejų tos rūšies susidūrimų yra galimi ir kitų rūšių susidūrimai. Tačiau, kad būtų trumpiau, šis kelias taip pat kartais vadinamas „laisvuoju keliu“ (duotosios rūšies susidūrimų atžvilgiu), nors jis visada yra didesnis už tikrąjį laisvąjį kelią (jeigu yra galimi kitų rūšių susidūrimai). Iš (3.1.2) ir (3.1.6) išplaukia, kad tikrajam laisvajam keliui l atvirkštinis dydis yra lygus atvirkštinių „dalinių“ laisvųjų kelių sumai:

$$\frac{1}{l} = \sum_i \frac{1}{l_i}; \tag{3.1.7}$$

čia l_i yra vidutinis dalelės kelias tarp dviejų i-tosios rūšies susidūrimų.

Duotojo įvykio skerspjūvio σ ir taikinio dalelių koncentracijos n sandauga σn vadinama to įvykio ***makroskopiniu skerspjūviu*** (Σ). Taigi, galima teigti, kad makroskopinis skerspjūvis yra taikinio tūrio vienetą atitinkantis sąveikos skerspjūvis. Pagal (3.1.1) makroskopinis skerspjūvis nusako duotosios rūšies sąveikos įvykio tikimybę krintančios dalelės kelio vienetui, o pagal (3.1.4) makroskopinis skerspjūvis yra lygus atvirkštiniam vidutiniam keliui tarp dviejų duotosios rūšies susidūrimų:

$$\Sigma = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x} = \sigma n = \frac{1}{l}. \tag{3.1.8}$$

Tam tikrais atvejais makroskopinis skerspjūvis yra lygus spinduliuotės silpimo koeficiento komponentei, kuri susijusi su duotosios rūšies sąveika (toks atvejis bus aptariamas 3.3.4 poskyryje kalbant apie γ spinduliuotės silpimą medžiagoje).

3.2. Jonizuojančiosios spinduliuotės rūšys

Jonizuojančioji spinduliuotė – tai subatominių dalelių (pvz., fotonų, elektronų, pozitronų, nukleonų, branduolių) srautas, kurio poveikis medžiagai pasireiškia tuo, kad medžiagos atomai yra jonizuojami, t. y. iš atomų yra išlaisvinami elektronai. Norint išlaisvinti elektroną iš atomo, reikia atlikti tam tikrą darbą. Šis darbas yra lygus spinduliuotės dalelių arba dėl spinduliuotės poveikio atsiradusių antrinių elektringųjų dalelių kinetinės energijos sumažėjimui. Todėl atomo jonizavimas tampa galimas tik tada, kai spinduliuotės dalelių arba antrinių dalelių energija yra didesnė už tam tikrą ribinę vertę – atomo ***jonizacijos energiją***, kuri lygi atomo elektronų *mažiausiajai* ryšio energijai. Ši energija dažniausiai yra 10 eV eilės (1 eV = $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ J).

Jonizuojančioji spinduliuotė gali būti įvairios prigimties. ***Tiesiogiai jonizuojančiąją spinduliuotę*** sudaro didelės energijos elektringosios dalelės, kurios jonizuoja medžiagos atomus dėl Kulono sąveikos su jų elektronais. Tai, pvz., yra elektronai (beta spinduliuotė), ^{4}He branduoliai (alfa spinduliuotė), kiti branduoliai. ***Netiesiogiai jonizuojančiąją spinduliuotę*** sudaro neutraliosios dalelės, kurios tiesiogiai nejonizuoja atomų arba daro tai palyginti retai, tačiau, sąveikaudamos su aplinka, gali sukurti didelės energijos laisvąsias elektringąsias daleles, kurios daug lengviau tiesiogiai jonizuoja atomus. Tai, pvz., yra didelės energijos fotonai (ultravioletinė, rentgeno ir gama spinduliuotė) ir bet kokios energijos neutronai. Įvairių rūšių spinduliuotės dalelių energijos yra pateiktos dviejose lentelėse toliau (1 lentelėje yra paminėtos ir mažesnių fotono energijų elektromagnetinės spinduliuotės rūšys).

1 lentelė. Elektromagnetinių bangų skalė

Spektro sritis	Apytikslis bangos ilgių diapazonas	Apytikslis fotono energijų diapazonas
Radijo bangos	100000 km – 1 mm	$1 \cdot 10^{-14}$ eV – 0,001 eV
Infraraudonieji spinduliai	1 mm – 0,75 μm	0,001 eV – 1,7 eV
Regimoji šviesa	0,75 μm – 0,4 μm	1,7 eV – 3,1 eV
Jonizuojančioji elektromagnetinė spinduliuotė:		
Ultravioletiniai spinduliai	0,4 μm – 10 nm	3,1 eV – 100 eV
Rentgeno spinduliai	10 nm – 0,001 nm	100 eV – 1 MeV
Gama (γ) spinduliai	< 0,1 nm	> 10 keV

2 lentelė. Dalelinės jonizuojančiosios spinduliuotės energija

Spinduliuotės rūšis	Apytikslis dalelių energijų diapazonas
Alfa (α) dalelės (^{4}He branduoliai)	4 MeV – 9 MeV
Beta (β) dalelės (elektronai ir pozitronai)	10 keV – 10 MeV
Šiluminiai neutronai	< 0,4 eV
Tarpiniai neutronai	0,4 eV – 200 keV
Greitieji neutronai	> 200 keV
Branduolių skeveldros ir atatrankos branduoliai	1 MeV – 100 MeV

Dalelių sąveikos su medžiaga ypatybės priklauso nuo dalelių prigimties (tiksliau, nuo jų masės ir elektros krūvio). Todėl pagrindinius sąveikos vyksmus patogiausia nagrinėti atskirai šių jonizuojančiosios spinduliuotės tipų:

1) sunkiosios elektringosios dalelės,

2) lengvosios elektringosios dalelės,

3) fotonai (neturinčios elektros krūvio dalelės, kurių rimties masė lygi nuliui),

4) neutronai (neturinčios elektros krūvio sunkiosios dalelės).

3.3. Gama spinduliuotės sąveika su medžiaga

Kaip ir elektringųjų dalelių (pvz., elektronų, protonų, α dalelių), γ kvantų sąveika su medžiaga yra elektromagnetinės prigimties. Tačiau šios sąveikos fizikinis mechanizmas yra kitoks negu elektringųjų dalelių, nes:

1) γ kvantai neturi elektros krūvio, todėl jie nedalyvauja Kulono sąveikoje. Palyginti su elektringosiomis dalelėmis, γ kvantai daug rečiau sąveikauja su elektronais ir branduoliais. γ kvantas sąveikauja su elektronu labai mažoje erdvės srityje, kurios matmenys yra 10^{-13} m eilės, t. y. trimis eilėmis mažesni už tarpatominius atstumus. Todėl γ kvanto sąveikos su medžiagos atomu arba laisvuoju elektronu skerspjūvis yra daug mažesnis už elektringųjų dalelių sąveikos skerspjūvį.

2) γ kvantų rimties masė lygi nuliui, todėl jų greitis visada lygus šviesos greičiui. T. y. γ kvantai medžiagoje negali būti lėtinami. Jie gali būti tik sugeriami arba išsklaidomi. Kiekvienos sąveikos metu labai pakinta γ kvanto savybės: sugerties atveju jis nustoja egzistuoti, o sklaidos atveju gali labai pasikeisti judėjimo kryptis (be to, sklaidos metu dažnai labai pasikeičia ir γ kvanto energija). Palyginimas – elektringosios dalelės energiją praranda palyginti lėtai, kai dalelė, judėdama medžiagoje, daug kartų sąveikauja su atomais, kurie yra arti dalelės trajektorijos.

Medžiagoje γ spinduliuotė yra sugeriama ir sklaidoma. Fotono (γ kvanto) ***sugertis*** – tai fotono sąveika su medžiaga, kurios metu fotonas išnyksta, o visa jo energija perduodama medžiagos atomams arba virsta antrinių dalelių energija. Egzistuoja du γ spinduliuotės sugerties mechanizmai – fotoefektas ir elektrono-pozitrono porų kūrimas (jie bus aptariami 3.3.2 ir 3.3.3 poskyriuose). ***Sklaidos*** metu fotonas perduoda medžiagos atomui arba laisvajam elektronui tik dalį savo energijos ir pakeičia judėjimo kryptį. Jeigu bandinys apšviečiamas lygiagrečiu spinduliuotės pluoštu, tada, matuojant perėjusio pro bandinį *tos pačios krypties* spinduliuotės intensyvumą, sklaida ir sugertis pasireiškia vienodai: dėl abiejų šių reiškinių *pradinės krypties* fotonų srautas sumažėja. Būtent taip matuojamas spinduliuotės silpimo koeficientas μ. ***Silpimo koeficientas*** yra atvirkštinis medžiagos storiui, kurį praėjusios spinduliuotės intensyvumas yra e = 2,7183 kartų mažesnis už pradinį tos pačios krypties spinduliuotės intensyvumą. Taigi, silpimo koeficientą lemia ir sugertis, ir sklaida. Todėl praktikoje sklaida dažnai nėra skiriama nuo sugerties, o silpimo koeficientas vadinamas ***sugerties koeficientu***. Tačiau sklaida skiriasi nuo sugerties tuo, kad nekeičia *pilnutinio* fotonų srauto (visomis kryptimis). Sklaida tiriama matuojant spinduliuotės intensyvumą kryptimis, kurios skiriasi nuo pradinės spinduliuotės krypties.

3.3.1. *Komptono sklaida*

Klasikinė elektrodinamika teigia, kad sklaidos metu spinduliuotės dažnis nepakinta. Elektromagnetinės spinduliuotės sklaida, kurios metu nepakinta jos dažnis, vadinama ***koherentine sklaida*** (priešingu atveju sklaida vadinama ***nekoherentine sklaida***). Jeigu elektromagnetines bangas sklaido laisvieji elektronai, tada klasikinė koherentinė sklaida vadinama ***Tomsono sklaida***, o jeigu jas sklaido atomų elektronai ir jeigu bangos ilgis yra daug didesnis už atomo matmenis, tada klasikinė koherentinė sklaida vadinama ***Reilėjaus sklaida*** (angl. *Rayleigh scattering*)[1].

Kvantinės mechanikos požiūriu sklaidos įvykis – tai dviejų dalelių – fotono ir elektrono arba fotono ir atomo – susidūrimas. Jeigu fotonas susiduria su laisvuoju elektronu, tada tokia sąveika yra tamprioji, nes jos metu nekinta dalelių kinetinių energijų suma. Dalelių energijas ir judesio kiekius po susidūrimo nusako energijos ir judesio kiekio tvermės dėsniai. Iš šių dėsnių išplaukia, kad dėl atatrankos sklaidos metu fotonas dalį savo energijos ir judesio kiekio perduoda elektronui. Dėl to fotono energija ir dažnis sumažėja (taigi, sklaida yra nekoherentinė). Šis reiškinys, kurį 1922 m. aprašė amerikiečių fizikas A. Komptonas, tapo vienu iš kvantinės mechanikos kertinių akmenų, nes jis parodė, jog elektromagnetinė spinduliuotė turi dalelių savybių. Tokia sklaida, kurios metu sumažėja spinduliuotės dažnis, vadinama ***Komptono sklaida***, o dažnio sumažėjimas (ir atitinkamas bangos ilgio padidėjimas) vadinamas ***Komptono efektu***. Dažniausiai fotonas perduoda elektronui didelę savo energijos dalį. Šie greitieji elektronai, kurie atsirado dėl Komptono sklaidos, yra vadinami ***Komptono atatrankos elektronais***. Jie praranda energiją medžiagoje dėl Kulono sąveikos su medžiagos atomų elektronais ir branduoliais bei dėl stabdomojo spinduliavimo.

Fotonui sąveikaujant su daugiaatome molekule arba kietuoju kūnu, yra galimas dar vienas nekoherentinės sklaidos vyksmas – Rãmano sklaida. Ramano sklaidos metu fotono energija gali ir sumažėti, ir padidėti. Kvantinė mechanika Ramano sklaidą aiškina šitaip. Fotono energijos dalis gali virsti molekulės arba kietojo kūno atomų virpėjimo energija arba molekulės sukimosi energija (tada fotono energija sumažėja). Yra galimas ir atvirkštinis vyksmas: fotonas gali gauti energiją iš molekulės, kuri yra sužadintos virpėjimo arba sukimosi būsenos (tada fotono energija padidėja, o tos molekulės virpėjimo arba sukimosi energija tokiu pačiu dydžiu sumažėja). Egzistuoja apytikslis klasikinis Ramano sklaidos aiškinimas, kuris tinka tik tam tikrais atskirais atvejais. Taigi, griežtai kalbant, elektromagnetinės spinduliuotės nekoherentinė sklaida yra galima ne tik kvantinės mechanikos požiūriu, bet ir klasikinės fizikos požiūriu. Toliau į Ramano sklaidą neatsižvelgsime, nes: 1) jos intensyvumas yra daug kartų mažesnis už koherentinės sklaidos intensyvumą, 2) ji yra svarbi tik esant mažoms fotonų energijoms (elektronvoltų eilės), 3) ji pasireiškia tik tada, kai spinduliuotė sąveikauja su daugiaatome sistema (o ne su izoliuotais atomais).

Komptono efektas yra pagrindinis veiksnys, dėl kurio vyksta kietosios rentgeno spinduliuotės ir vidutinių energijų gama spinduliuotės (t. y. elektromagnetinės spinduliuotės, kurios kvanto energija yra tarp 0,1 MeV ir 1 MeV) energijos perdavimas medžiagoms, kurios sudarytos iš lengvųjų elementų atomų (pvz., vanduo ir organiniai junginiai). Praktikoje Komptono efektas taikomas, įrengiant apsaugą nuo γ spinduliuotės iš mažo tankio medžiagų (betono, plytų, geležies ir kt.), kuriose, esant pradinei fotonų energijai, sugertis yra silpna. Mat, mažėjant fotono energijai dėl daugkartinių susidūrimų su elektronais, didėja jo sugerties (fotoefekto) tikimybė.

Fotonus gali sklaidyti ne tik laisvieji elektronai, bet ir atomai (tiksliau, atomų elektronai). Jeigu tokios sklaidos metu dalis fotono energijos virsta atomo vidine energija, tada sklaida taip pat yra vadinama Komptono sklaida. Taigi, Komptono sklaida dėl fotono sąveikos su atomu (o ne su laisvuoju elektronu) nėra tamprioji. Vykstant Komptono sklaidai, atomas gali būti ir jonizuojamas, ir tik sužadinamas (be jonizavimo). Bet kuriuo atveju beveik visas fotono energijos sumažėjimas yra lygus atomo vidinės energijos padidėjimui (atomo atatrankos kinetinė energija yra palyginti maža, ir jos galima nepaisyti). Jeigu atomas jonizuojamas, tada (nepaisant atomo atatrankos energijos), fotono energijos nuostoliai yra sudaryti iš dviejų dalių: Komptono atatrankos elektrono kinetinė energija ir to elektrono ryšio energija atome (***elektrono ryšio energija*** – tai darbas, kurį reikia atlikti pašalinant elektroną iš duotojo elektronų sluoksnio).

Elektrono ryšio energijos arba atomų sužadinimo energijos vaidmuo Komptono sklaidos metu tampa svarbus tik tada, kai fotono energija nėra daug didesnė už atomo vidutinę sužadinimo energiją $\overline{I}$. Tačiau tada Komptono sklaidos tikimybė tampa daug mažesnė už kitų sąveikos vyksmų – fotoefekto ir tampriosios sklaidos – tikimybę. Todėl praktikoje į Komptono sklaidą reikia atsižvelgti tik tada, kai fotono energija yra daug didesnė už $\overline{I}$. Tokiu atveju Komptono sklaidos metu atomas beveik visada yra jonizuojamas ir sklaida vyksta beveik taip pat kaip sklaida laisvuoju elektronu. Atomų vidutinės sužadinimo energijos yra mažesnės už 1 keV. Todėl, kai atomų elektronai sklaido fotonus, kurių energija didesnė už 100 keV, galima taikyti laisvųjų elektronų artinį. Be to, kai K sluoksnio elektronų ryšio energija yra daug mažesnė už krintančiojo fotono energiją, fotoefekto tikimybė yra maža, todėl tokiu atveju galima teigti, kad γ kvantai, kurių energija mažesnė už 1 MeV, sąveikauja su medžiaga tik dėl sklaidos.

---

[1] Jeigu bangos ilgis nėra daug didesnis už atomo matmenis, sklaidos ypatybės priklauso nuo atomo sandaros, kuriai apibūdinti reikalinga kvantinė mechanika. Todėl šiuo atveju klasikinės elektrodinamikos formulės netinka.

Jeigu fotono energija nėra daug (bent 100 kartų) didesnė už K sluoksnio elektronų ryšio energiją, tada, be Komptono sklaidos, pasireiškia ir kitokio tipo sklaida – fotonų tamprioji sklaida atomais. Tokios sklaidos metu atomas nėra nei jonizuojamas, nei sužadinamas, o fotono energija praktiškai nepakinta (tai išplaukia iš energijos ir judesio kiekio tvermės dėsnių). Taigi, tokia sklaida yra koherentinė. Tokio įvykio tikimybė yra didžiausia, kai γ kvantą sklaido sunkiųjų elementų atomų vidinių sluoksnių elektronai, kurių mažiausioji sužadinimo energija yra palyginti didelė. Koherentinė sklaida pasireiškia tuo, kad išsklaidytoje γ spinduliuotėje yra ir pradinio bangos ilgio komponentė. Koherentinė sklaida tampa vyraujančiu sklaidos mechanizmu, kai fotono energija yra mažesnė už 10 keV (kuo didesnis elemento atominis numeris, tuo platesniame energijų intervale vyrauja koherentinė sklaida). Pvz., vykstant 0,5–2,5 Å bangos ilgio (5–25 keV fotono energijos) rentgeno spindulių sklaidai kristaluose, vyrauja koherentinė sklaida. Būtent dėl to yra galima tokio bangos ilgio rentgeno spindulių difrakcija kristaluose. Koherentinę sklaidą galima aprašyti klasikinės fizikos metodais. Mažėjant γ kvanto energijai arba didėjant sklaidančiosios medžiagos atominiam numeriui, koherentinės sklaidos tikimybė didėja. Vykstant vidutinės ir didelės energijos (> 500 keV) γ kvantų sklaidai mažo atominio numerio medžiagose (pvz., aliuminyje), koherentinė sklaida praktiškai nepasireiškia ir galima laikyti, kad vienintelis sklaidos vyksmas yra Komptono sklaida.

Kitas ribinis atvejis, kai tinka klasikinis aprašymas – tai regimosios šviesos arba žemesnių dažnių elektromagnetinės spinduliuotės sklaida laisvaisiais elektronais. Spinduliuotės bangos ilgio padidėjimas, kurį sukelia Komptono efektas, nepriklauso nuo spinduliuotės dažnio ir yra mažesnis už 0,05 Å. Taigi, kai spinduliuotės bangos ilgis viršija 1000 Å, Komptono efekto sukeltas *santykinis* bangos ilgio padidėjimas tampa beveik nepastebimas, todėl sklaidą galima laikyti koherentine (Tomsono) sklaida.

Anksčiau suformuluoti dėsningumai ir apibrėžtys yra apibendrinti 3 lentelėje. Šioje lentelėje $h\nu$ yra fotono energija, o m_0c^2 = 511 keV yra elektrono rimties energija (m_0 yra elektrono rimties masė, o c yra šviesos greitis).

3 lentelė. Elektromagnetinės spinduliuotės sklaidos rūšys

	Klasikinė fizika		Kvantinė fizika		
	Pavad.	Koher.	Pavad.	Koher.	Ribiniai atvejai
Sklaida laisvaisiais elektronais[a]	Tomsono sklaida	Taip	Komptono sklaida	Ne	Kai $h\nu << m_0c^2$, Komptono sklaidą laisvaisiais elektronais galima laikyti Tomsono sklaida (t. y. aprašyti klasikinės fizikos metodais).
Netamprioji sklaida atomais	–	–	Komptono sklaida	Ne	Kai $h\nu > m_0c^2$, sklaidą atomais galima aprašyti taip pat, kaip sklaidą laisvaisiais elektronais; atomas sklaidos metu yra jonizuojamas. Be to, šiuo atveju Komptono sklaida yra vyraujantis sklaidos procesas. Kai $h\nu$ tampa mažesnė už valentinių elektronų ryšio energiją, jonizavimas tampa negalimas ir netampriosios sklaidos metu atomas yra tik sužadinamas. Be to, šiuo atveju netamprioji sklaida vyksta daug rečiau negu koherentinė sklaida. Kai $h\nu$ yra mažesnė už mažiausią sužadinimo energiją, netamprioji sklaida tampa negalima. Tada vyksta tik koherentinė sklaida.
Tamprioji sklaida atomais	Reilėjaus sklaida	Taip	Koherentinė sklaida	Taip	Kai $h\nu >$ 500 keV, koherentinė sklaida vyksta daug rečiau negu Komptono sklaida. Kai $h\nu <$ 10 keV, koherentinė sklaida yra vyraujantis sklaidos procesas.

[a] Fotono sklaida dėl sąveikos su laisvuoju elektronu visada yra tamprioji, nes jos metu nekinta elektrono ir fotono kinetinių energijų suma.

Toliau, nagrinėdami Komptono sklaidą, remsimės prielaida, kad fotonus sklaido laisvieji elektronai (o ne atomai), nes, kaip minėta, dažniausiai praktikoje pasitaikančiais atvejais elektrono ryšio energija atome neturi didelės įtakos Komptono sklaidai. Dėl Komptono sklaidos vietoj pirminio γ kvanto, kurio energija $h\nu$, atsiranda išsklaidytasis γ kvantas, kurio energija $h\nu' < h\nu$, o elektronas, kuris išsklaidė γ kvantą, įgyja kinetinę energiją $E_C = h\nu - h\nu'$.

Pasinaudojus energijos ir judesio kiekio tvermės dėsniais, galima gauti sąryšį tarp išsklaidytojo fotono energijos $h\nu'$, krintančiojo fotono energijos $h\nu$ ir fotono sklaidos kampo θ bei sąryšį tarp Komptono atatrankos elektrono energijos E_C ir jo išlėkimo kampo φ (kampai θ ir φ atskaitomi nuo fotono pradinės judėjimo krypties):

$$\begin{cases} h\nu' = \dfrac{h\nu}{1+(1-\cos\theta)\gamma}, \\ E_\mathrm{C} = \dfrac{2h\nu\gamma}{1+2\gamma+(1+\gamma)^2\,\mathrm{tg}^2\,\varphi} = h\nu\dfrac{\gamma(1-\cos\theta)}{1+\gamma(1-\cos\theta)}, \\ \mathrm{tg}\left(\dfrac{\theta}{2}\right) = \dfrac{\mathrm{ctg}\,\varphi}{1+\gamma}; \qquad \text{čia } \gamma \equiv \dfrac{h\nu}{m_0c^2}. \end{cases} \tag{3.3.1}$$

Kadangi spinduliuotės bangos ilgis λ ir dažnis ν yra susiję sąryšiu $\nu = c/\lambda$, tai pirmąją (3.3.1) lygybę galima užrašyti šitaip:

$$\Delta\lambda = \lambda_\mathrm{C}(1-\cos\theta)\,; \tag{3.3.2}$$

čia $\Delta\lambda$ yra fotono bangos ilgio padidėjimas dėl Komptono sklaidos, θ yra sklaidos kampas, o λ_C yra elektrono ***Komptono bangos ilgis***: $\lambda_\mathrm{C} = h/(m_0c) = 0{,}024263$ Å. (3.3.2) formulė vadinama ***Komptono formule***.

Iš Komptono formulės (3.3.2) išplaukia, kad Komptono efektas stiprėja didėjant sklaidos kampui θ (žr. 3 pav.). Kitaip sakant, didėjant sklaidos kampui, didėja energija, kurią fotonas perduoda elektronui (atatrankos energija). Didžiausias galimas bangos ilgio padidėjimas atitinka sklaidą kampu $\theta = \pi$ (kai fotono judėjimo kryptis pasikeičia į priešingą): tada $\Delta\lambda = 2\lambda_\mathrm{C} = 0{,}048526$ Å. Statmena kryptimi (kai $\theta = \pi/2$) $\Delta\lambda$ sutampa su λ_C.

Iš (3.3.1) antrosios lygties išplaukia, kad Komptono atatrankos elektrono energija yra didžiausia tada, kai $\varphi = 0$ (t. y. kai $\theta = \pi$), ir ši didžiausioji energija yra lygi

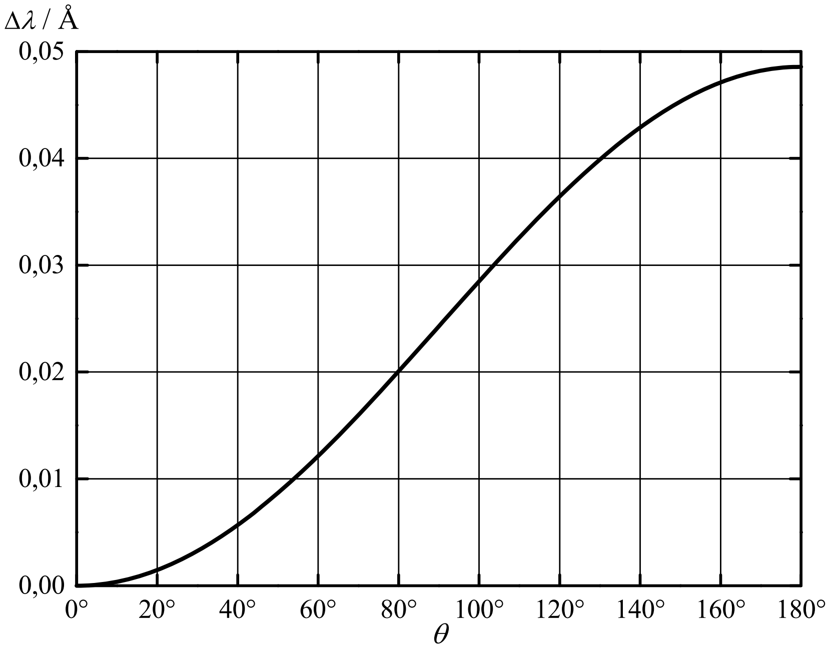
$$E_{\mathrm{C\ max}} = \frac{h\nu}{1+\dfrac{m_0c^2}{2h\nu}}. \tag{3.3.3}$$

Kai fotono energija didesnė už 1 MeV, galima teigti, kad

$$E_{\mathrm{C\ max}} \approx h\nu - \frac{m_0c^2}{2} \approx h\nu - 0{,}25 \text{ MeV}, \tag{3.3.4}$$

o vidutinė atatrankos elektrono energija apytiksliai lygi pusei krintančiojo fotono energijos.

Komptono atatrankos elektronų energijos spektras yra ištisinis: fotonas gali perduoti elektronui bet kokio didumo savo energijos dalį – nuo nulio iki didžiausios energijos, kurią nusako (3.3.3) formulė.



3 pav. Bangos ilgio pokyčio dėl Komptono efekto priklausomybė nuo sklaidos kampo

Komptono sklaidos skerspjūvis priklauso nuo fotonų energijos, o sklaidos intensyvumo kampinis pasiskirstymas nėra simetriškas atžvilgiu plokštumos $\theta = \pi/2$ (sklaidos mažais kampais tikimybė yra didesnė už sklaidos dideliais kampais tikimybę). Tuo Komptono sklaida skiriasi nuo klasikinės sklaidos. Pagal Komptono sklaidos teoriją, kurią 1928 m. sukūrė švedų fizikas O. Kleinas ir japonų fizikas J. Nišina, Komptono sklaidos skerspjūvio priklausomybę nuo fotono energijos nusako formulė

$$\sigma = \frac{3}{4}\sigma_\mathrm{T}\left\{\frac{1+\gamma}{\gamma^2}\left[\frac{2(1+\gamma)}{1+2\gamma} - \frac{1}{\gamma}\ln(1+2\gamma)\right] + \frac{1}{2\gamma}\ln(1+2\gamma) - \frac{1+3\gamma}{(1+2\gamma)^2}\right\}, \tag{3.3.5}$$

kur γ yra fotono pradinės energijos $h\nu$ ir elektrono rimties energijos $m_0c^2 = 511$ keV santykis:

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_0c^2}, \tag{3.3.6}$$

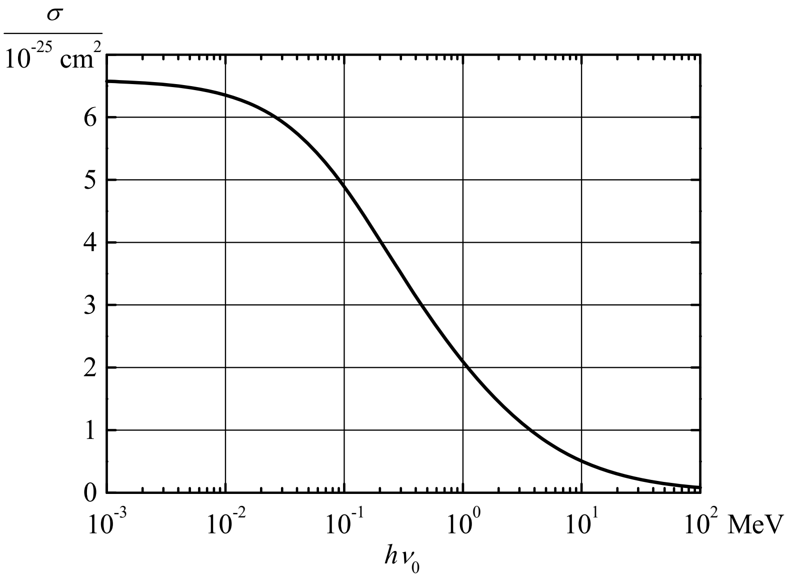
o σ_T yra Tomsono sklaidos skerspjūvis:

$$\sigma_\mathrm{T} = \frac{e^4}{6\pi\varepsilon_0^2c^4m^2} \approx 6{,}6\cdot10^{-29}\ \mathrm{m}^2. \tag{3.3.7}$$

Mažėjant parametrui γ (t. y. fotonų pradinei energijai $h\nu$), σ didėja artėdamas į σ_T (žr. 4 pav.).

Ribiniai atvejai:

1) Kai $\gamma << 1$, $\sigma \approx \sigma_T(1-2\gamma)$. T. y., kai fotono energija yra daug mažesnė už 0,5 MeV, Komptono sklaidos skerspjūvis tiesiškai mažėja didėjant fotono energijai.
2) Kai $\gamma >> 1$, $\sigma \approx \frac{3}{8}\sigma_T \frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{2} + \ln 2\gamma\right)$. Vadinasi, kai fotono energija yra daug didesnė už 0,5 MeV, Komptono sklaidos skerspjūvis yra atvirkščiai proporcingas fotono energijai.



4 pav. Komptono sklaidos skerspjūvio priklausomybė nuo fotono pradinės energijos ((3.3.5) formulė)

(3.3.5) formulė išvesta taikant reliatyvistinės kvantinės mechanikos metodus ir atsižvelgiant į elektrono sukinio bei magnetinio momento sąveiką su elektromagnetiniu lauku (t. y. γ kvantais). Taigi, neįmanoma paprastai paaiškinti tokią priklausomybę nuo energijos. Pagal (3.3.5) formulę (4 pav.) cezio izotopo ^{137}Cs spinduliuojamų fotonų ($h\nu$ = = 662 keV) sklaidos skerspjūvis yra $\sigma \approx 2{,}5 \cdot 10^{-29}$ m^2, t. y. 2,6 karto mažesnis už Tomsono sklaidos skerspjūvį σ_T (3.3.7). Atitinkamai šios energijos fotonų laisvasis kelias medžiagoje yra 2,6 karto didesnis už tą, kurį numato klasikinė teorija. Pvz., vandenyje arba biologiniame audinyje jis lygus $l \approx 13$ cm, t. y. 0,66 MeV energijos fotonas tarp susidūrimų su elektronais tokioje terpėje vidutiniškai nueina 13 cm.

Iki šiol sklaidos skerspjūvis buvo apibrėžiamas vienam elektronui. Tačiau praktikoje sklaidos skerspjūvis dažniausiai apibrėžiamas vienam atomui. Kadangi, kai yra tipiškos fotonų energijos, Komptono sklaidą sąlygoja fotono sąveika su vienu elektronu, tai vienam atomui apskaičiuotas Komptono sklaidos skerspjūvis yra lygus elektronų skaičiaus atome (Z) ir vieno elektrono sklaidos skerspjūvio σ sandaugai:

$$\sigma_C = Z\sigma . \qquad (3.3.8)$$

Taigi, atominis Komptono sklaidos skerspjūvis yra tiesiog proporcingas elektronų skaičiui atome. σ_C priklausomybė nuo energijos yra gana sudėtinga. Kaip matyti 6a–8a pav., kai fotono energija yra maža (daug mažesnė už elektrono rimties energiją m_0c^2), σ_C didėja didėjant energijai, o kai fotono energija yra daug didesnė už m_0c^2, σ_C mažėja. σ_C mažėjimas, fotono energijai artėjant į nulį, yra susijęs su tuo, kad, esant mažoms fotono energijoms, fotonus dažniau sklaido ne laisvieji elektronai, o atomai (jeigu sklaidytų laisvieji elektronai, tada, fotono energijai artėjant į nulį, σ_C didėtų artėdamas prie dydžio $Z\sigma_T$, kur σ_T yra Tomsono sklaidos skerspjūvis (3.3.7)).

3.3.2. *Fotoefektas*

Fotoefektas arba ***fotoelektrinė sugertis*** – tai tokia fotono sąveika su atomu, kurios metu atomas sugeria *visą* fotono energiją (t. y. fotonas nustoja egzistuoti), o vienas iš atomo elektronų išlekia iš atomo. Išlėkęs iš atomo elektronas vadinamas ***fotoelektronu***. Šis reiškinys kartais vadinamas ***vidiniu fotoefektu*** arba ***atominiu fotoefektu*** siekiant pabrėžti, kad dažniausiai fotoelektronas lieka medžiagos viduje. Taigi, pagrindinis skirtumas tarp atominio fotoefekto ir Komptono sklaidos yra tas, kad Komptono sklaidos metu fotonas praranda tik dalį savo energijos, o fotoefekto metu fotonas yra visas sugeriamas[2]. Iš energijos tvermės dėsnio išplaukia fotoelektrono kinetinės energijos išraiška:

$$E_f = h\nu - \varepsilon_r; \qquad (3.3.9)$$

čia ε_r yra atitinkamo elektronų sluoksnio ryšio energija.

[2] Kartais „atominiu fotoefektu“ vadinami *visi* vyksmai, kurių metu fotonas išlaisvina iš atomo elektroną (taip pat ir Komptono sklaida jonizuojant atomą). Tačiau čia (kaip ir daugelyje vadovėlių) ši sąvoka vartojama siauresne prasme.

Remiantis energijos ir judesio kiekio tvermės dėsniais, galima įrodyti, kad laisvieji elektronai negali sugerti fotono, t. y. negali sukelti fotoefekto.

Iš (3.3.9) sąryšio aišku, kad fotoefektas galimas tik kai $h\nu > \varepsilon_r$. Todėl fotoefekto skerspjūvio priklausomybei nuo fotono energijos yra būdingi staigūs šuoliai, kurie atitinka atskirų elektronų sluoksnių (K, L, ...) ryšio energijas (žr. 6a–8a pav.). Paskutinysis (didžiausios energijos) šuolis atitinka elektrono išlaisvinimą iš vidinio (K) elektronų sluoksnio. Tokie vyksmai sudaro maždaug 80 % visų fotoefekto vyksmų, jeigu fotono energija $h\nu$ yra didesnė už K sluoksnio elektronų ryšio energiją. Kai $h\nu$ yra tos pačios eilės kaip elektrono rimties energija mc^2 (t. y. kai $h\nu$ yra kelių šimtų keV eilės), fotoefekto iš K sluoksnio skerspjūvis (m^2) apytiksliai lygus

$$(\sigma_{\mathrm{f}})_{\mathrm{K}} \approx 10^{-37} Z^5 / (h\nu)^{7/2}; \qquad (3.3.10)$$

čia fotono energija $h\nu$ yra išreikšta MeV. Kaip matome, fotoefekto skerspjūvis labai sparčiai mažėja didėjant fotonų energijai ir mažėjant branduolio krūviui. Kai $h\nu >> mc^2$, fotoefekto skerspjūvis yra atvirkščiai proporcingas fotono energijai (t. y. skerspjūvio mažėjimas didėjant energijai sulėtėja), tačiau jis lieka tiesiog proporcingas Z^5. Todėl sunkiesiems elementams (pvz., švinui) fotoefektas pasireiškia net kai fotono energija yra artima 5 MeV.

Fotoefekto skerspjūvio spartų mažėjimą didėjant fotono energijai galima paaiškinti šitaip. Didėjant fotono energijos ir elektrono ryšio energijos skirtumui, didėja fotono energijos dalis, kuri fotoefekto metu virsta elektrono kinetine energija E_{f}, ir mažėja jos dalis, kuri išeikvojama elektrono ryšio su atomu nutraukimui (žr. (3.3.9)). T. y. vis tikslesnė tampa apytikslė lygybė $E_{\mathrm{f}} \approx h\nu$. Ši lygybė gali būti tiksli tik tuo atveju, kai ryšio energija ε_r lygi nuliui, t. y. kai elektronas yra laisvas. Kitaip sakant, kai fotono energija didėja, atomo elektronas fotono atžvilgiu tampa vis panašesnis į laisvąjį. Tačiau, kaip minėta, laisvasis elektronas negali sugerti fotono. Todėl fotoefekto skerspjūvis mažėja ir didelių energijų srityje būna daug mažesnis už Komptono sklaidos skerspjūvį, kuris taip pat mažėja didėjant fotono energijai (žr. 6a–8a pav.). Analogiškai galima paaiškinti ir fotoefekto skerspjūvio didėjimą, kai didėja Z: didėjant branduolio krūviui, didėja ir elektrono ryšio energija atome, todėl mažėja skirtumas tarp fotono energijos ir elektrono ryšio energijos. Fotoefekto ir Komptono sklaidos skerspjūvių priklausomybių nuo fotono energijos matematinį pavidalą galima paaiškinti tik kvantinės elektrodinamikos metodais. Taigi, paprasto aiškinimo nėra.

Fotoefekto metu vidiniame elektronų sluoksnyje atsiradusią vakansiją užpildo elektronas iš aukštesniojo elektronų sluoksnio išspinduliuojant būdingosios rentgeno spinduliuotės fotoną. Didžioji dauguma būdingosios rentgeno spinduliuotės fotonų yra sugeriami medžiagoje, kurioje vyksta fotoefektas.

3.3.3. *Elektrono ir pozitrono porų kūrimas*

Branduolio arba elektrono elektriniame lauke fotonas gali nustoti egzistuoti atsirandant elektrono ir pozitrono porai. Užrašant energijos tvermės dėsnį tokiam vyksmui, reikia atsižvelgti į branduolio arba elektrono, kurio elektriniame lauke jis vyksta, atatrankos energiją E_{a}:

$$h\nu = m_+c^2 + m_-c^2 + E_{\mathrm{a}}; \qquad (3.3.11)$$

čia m_+c^2 ir m_-c^2 yra pozitrono ir elektrono pilnutinės reliatyvistinės energijos, o m_+ ir m_- yra pozitrono ir elektrono reliatyvistinės masės. Kadangi m_+ ir m_- negali būti mažesnės už elektrono rimties masę m_0, o E_{a} negali būti neigiama, tai toks vyksmas galimas tik tada, kai fotono energija $h\nu$ yra didesnė už elektrono ir pozitrono rimties energijų sumą $2m_0c^2 \approx 1{,}02$ MeV.

Įsitikinsime, kad elektrono ir pozitrono pora negali susidaryti vakuume. Jeigu pora susidarytų vakuume, atatrankos energija būtų lygi nuliui ($E_{\mathrm{a}} = 0$), todėl energijos tvermės dėsnį reikėtų rašyti šitaip: $h\nu = m_+c^2 + m_-c^2$. Jeigu pozitronas ir elektronas juda ta pačia kryptimi, kuria judėjo fotonas, judesio kiekio tvermės dėsnis yra tokio pavidalo:

$$h\nu/c = p_+ + p_- = m_+\upsilon_+ + m_-\upsilon_-; \qquad (3.3.12)$$

čia p_+ ir p_- yra pozitrono ir elektrono judesio kiekiai, o υ_+ ir υ_- yra jų greičiai Šis reiškinys yra suderinamas su lygybe $h\nu = m_+c^2 + m_-c^2$ tik tada, kai $\upsilon_+ = \upsilon_- = c$. Tačiau, kaip žinoma iš reliatyvumo teorijos, dalelės su nenuline rimties mase negali judėti šviesos greičiu (nes tai reikštų begalinę kinetinę energiją). Tai reiškia, kad elektrono ir pozitrono poros negali susidaryti vakuume.

Kadangi branduolio atatrankos energija yra palyginti maža, tai porų kūrimo branduolio lauke slenksčiu laikomas dydis $2m_0c^2 \approx 1{,}02$ MeV, o energijos balanse į branduolio atatrankos energiją galima neatsižvelgti. Tada elektrono ir pozitrono poros pilnutinė kinetinė energija yra lygi

$$E_{\mathrm{p}} = h\nu - 2m_0c^2. \qquad (3.3.13)$$

Porų kūrimo elektrono lauke slenkstis yra 2 kartus didesnis ($4m_0c^2$). Taip yra todėl, kad elektrono atatrankos energija yra daug didesnė už branduolio atatrankos energiją (dėl daug mažesnės masės), ir jos nepaisyti negalima.

Porų kūrimo skerspjūvio priklausomybės nuo energijos bendrasis pavidalas yra akivaizdus 6a–8a pav.: kai fotono energija viršija 1,02 MeV, porų kūrimo skerspjūvis iš pradžių sparčiai didėja, paskui tas didėjimas sulėtėja ir galų gale skerspjūvio vertė įsisotina. Šis įsisotinimas atitinka fotono energijas, kurios atitinka nelygybę $h\nu >> 137 m_0c^2 Z^{-1/3}$, o didžiausiojo skerspjūvio vertė lygi

$$(\sigma_p)_{max} \approx 1{,}9 \cdot 10^{-31} Z^2 \ln(183 Z^{-1/3}) \text{ [m}^2\text{]}. \qquad (3.3.14)$$

Kai γ kvanto energija viršija 10 MeV, porų kūrimas tampa pagrindiniu γ kvantų sugerties vyksmu.

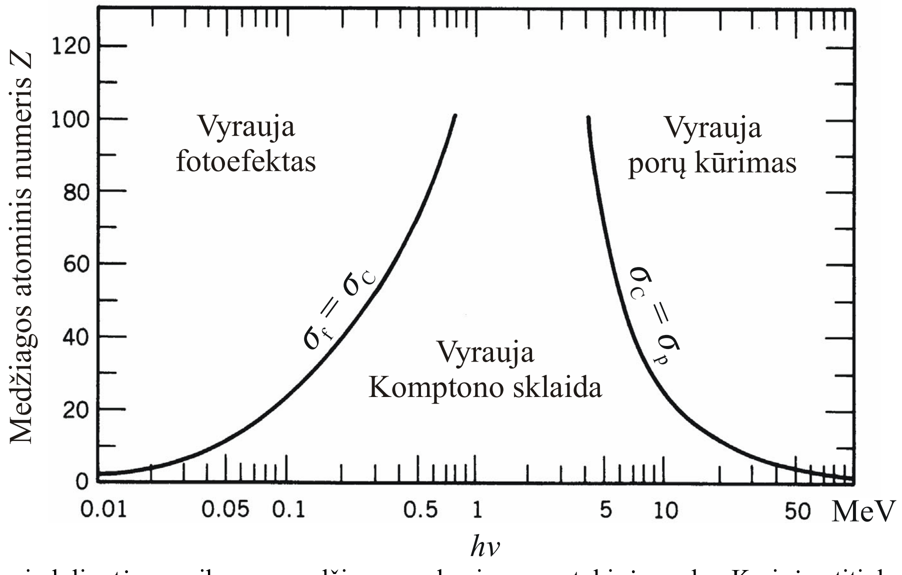
3.3.4. *Silpimo koeficientas*

Pagal (3.1.2) formulę γ kvanto sąveikos su atomu pilnutinis skerspjūvis yra lygus

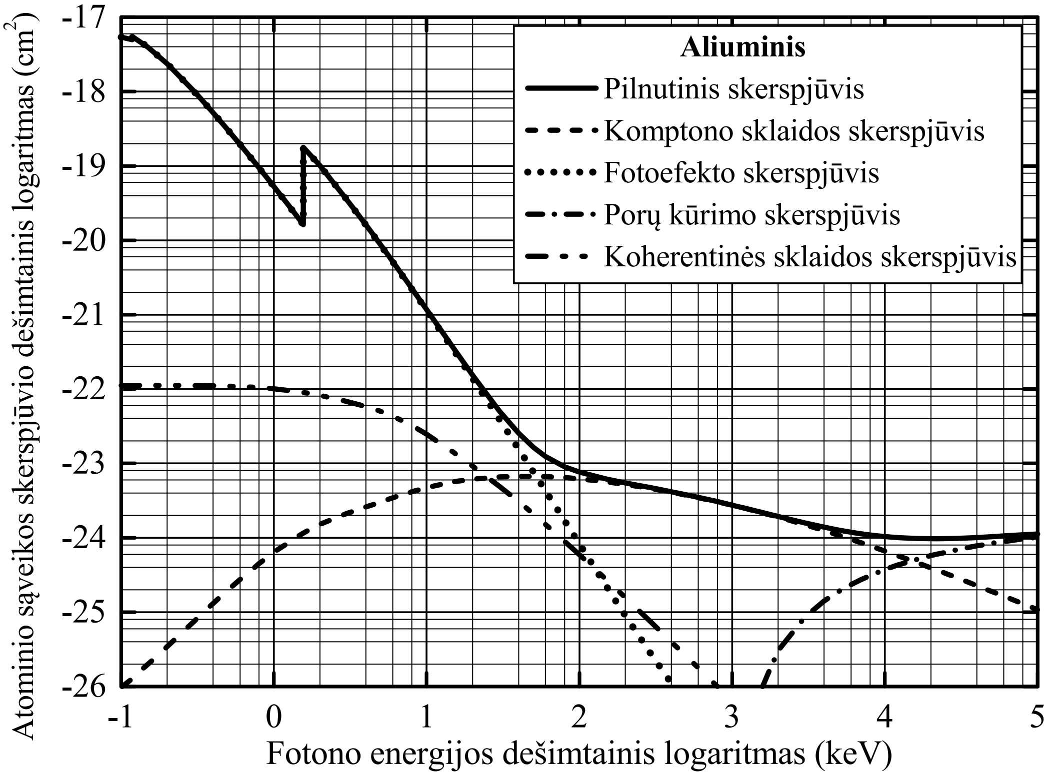
$$\sigma = \sigma_C + \sigma_f + \sigma_p ; \qquad (3.3.15)$$

čia σ_C, σ_f ir σ_p yra atitinkamai Komptono sklaidos, fotoefekto ir porų kūrimo skerspjūviai. Priklausomai nuo γ kvanto energijos ir medžiagos, kuris nors vienas iš tų trijų skerspjūvių gali būti daug didesnis už kitus du. Tada atitinkamas sąveikos procesas yra vyraujantis. 5 pav. yra pavaizduoti γ kvanto energijos $h\nu$ ir medžiagos atominio numerio Z verčių intervalai, kuriuose vyrauja kuris nors vienas iš minėtų sąveikos vyksmų. Matome, kad fotoefektas vyrauja, kai fotono energija ($h\nu$) yra maža, Komptono sklaida vyrauja, kai fotono energija yra vidutinė, o elektrono ir pozitrono porų kūrimas vyrauja, kai fotono energija yra didelė. γ kvanto energijų intervalas, kuriame vyrauja Komptono sklaida, platėja mažėjant medžiagos atominiam numeriui Z.

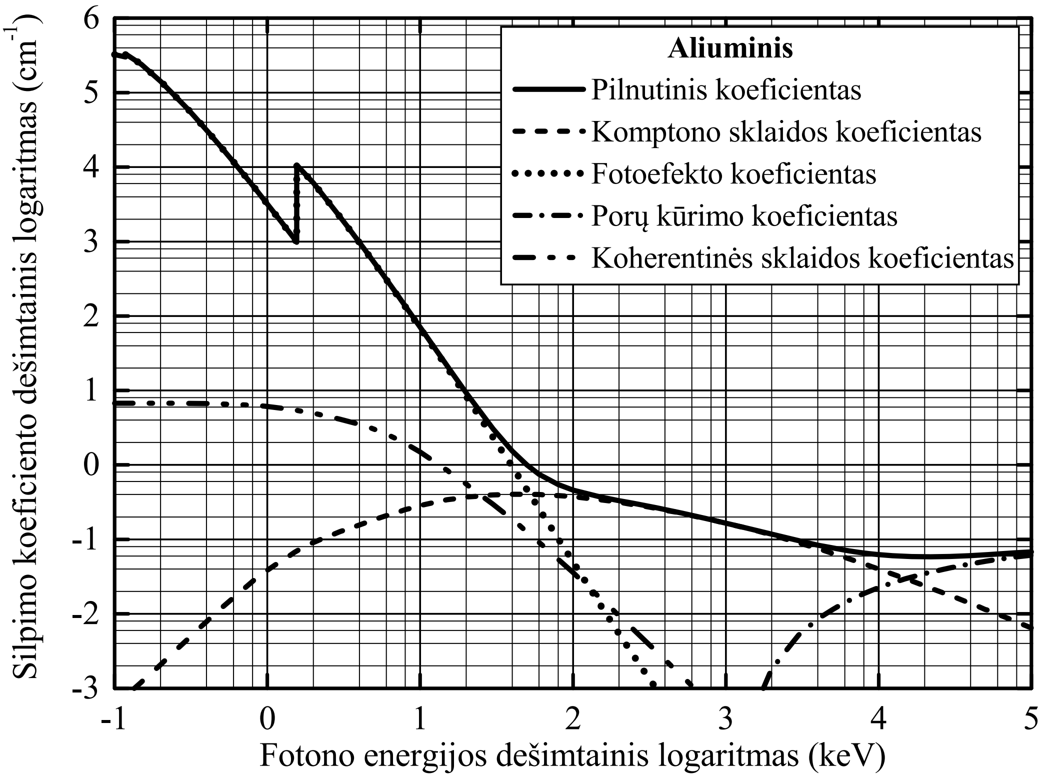
Remiantis bendrąja sąveikos tikimybės išraiška (3.1.1), galima išreikšti γ spinduliuotės intensyvumo I priklausomybę nuo medžiagos sluoksnio storio x (nors „intensyvumas“ reiškia *energijos* srauto tankį, tačiau ta pati lygybė nusako ir *dalelių* srauto tankio priklausomybę nuo x, jeigu visų fotonų energijos yra vienodos). Tarkime, kad siauras lygiagretus vienodos energijos fotonų pluoštas krinta į medžiagos sluoksnį, kurio storis x (žr. 9 pav.). Praktikoje siauro lygiagretaus spinduliuotės pluošto formavimas vadinamas ***kolimacija***. Kolimacijai naudojamas pakankamai storas spinduliuotę sugeriančios medžiagos sluoksnis, kuriame padarytas siauras kanalas spinduliuotei pereiti (žr. 9 pav.). Tas kanalas vadinamas ***kolimatoriumi***. Tiriamosios medžiagos sluoksnis yra tarp spinduliuotės šaltinio ir detektoriaus. Pradinė fotonų sklidimo kryptis yra nukreipta į detektorių, t. y., jeigu nebūtų medžiagos sluoksnio, visi fotonai pasiektų detektorių ir būtų užregistruoti. Kaip parodyta 9 pav., medžiagoje fotonas gali būti sugertas dėl fotoefekto arba dėl elektrono ir pozitrono porų kūrimo (tada fotonas išnyksta), arba jis gali būti išsklaidytas dėl Komptono sklaidos (tada fotonas nukreipiamas į šalį nuo detektoriaus). Fotonai, kurie pasiekia detektorių – tai tie fotonai, kurie, pereidami pro medžiagą, nė karto nesąveikavo su medžiagos atomais. [Palyginimas: jeigu spinduliuotės pluoštą sudarytų sunkiosios elektringosios dalelės, tada detektorius užregistruotų visas daleles, kurių siekis yra didesnis už medžiagos sluoksnio storį, nors kiek-



5 pav. Įvairių γ spinduliuotės sąveikos su medžiaga mechanizmų santykinė svarba. Kreivės atitinka Z ir $h\nu$ poras, kurioms Komptono sklaidos skerspjūvis yra lygus fotoefekto arba porų kūrimo skerspjūviui (iš [3])

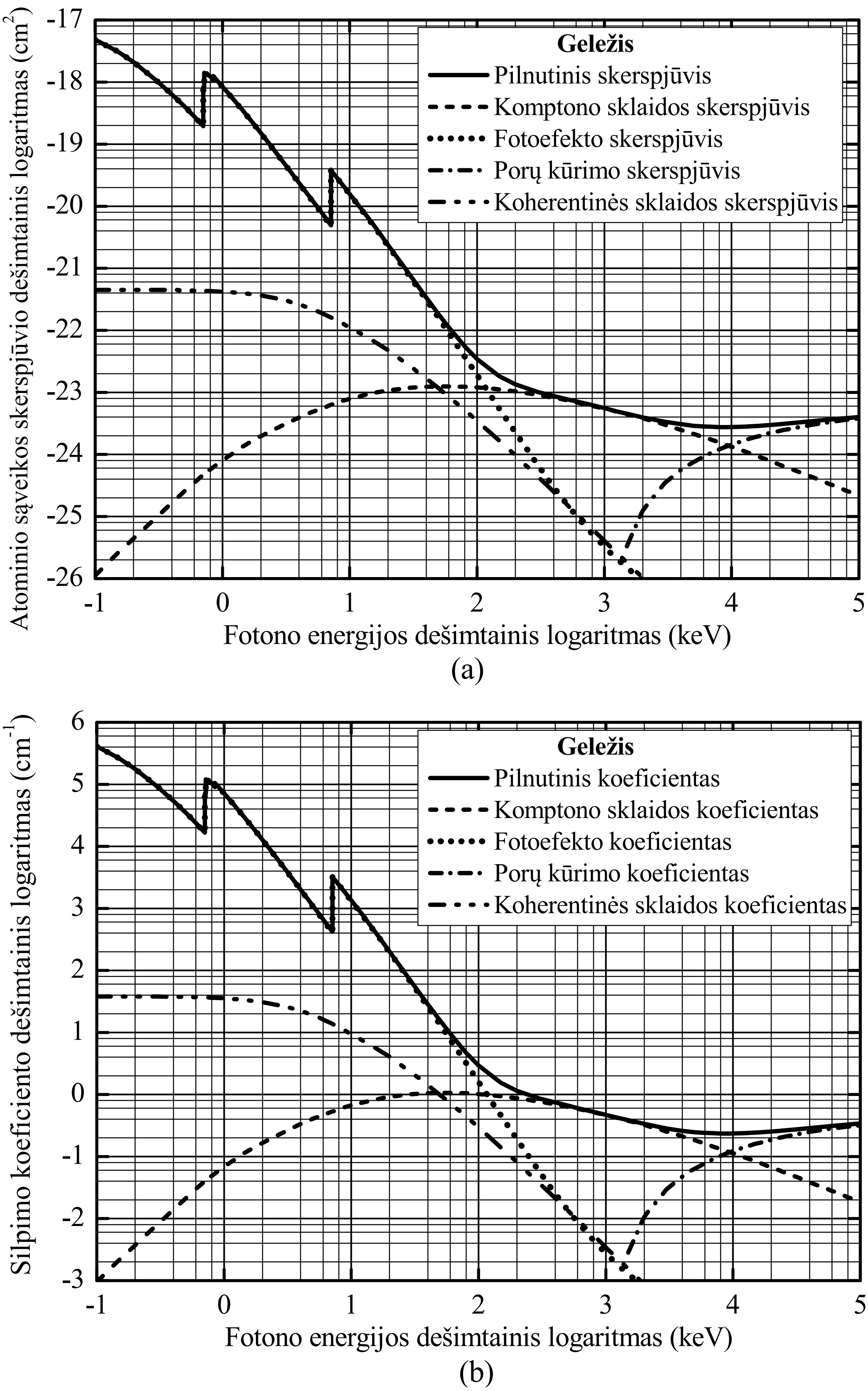


(a)

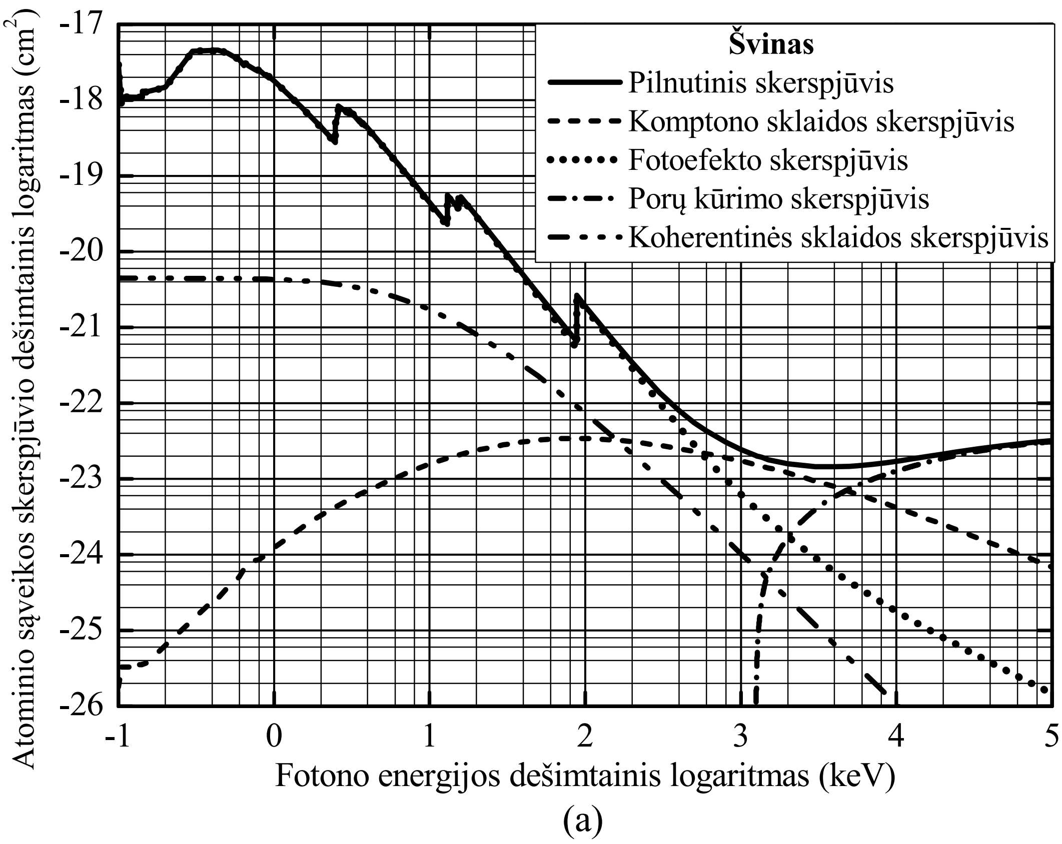


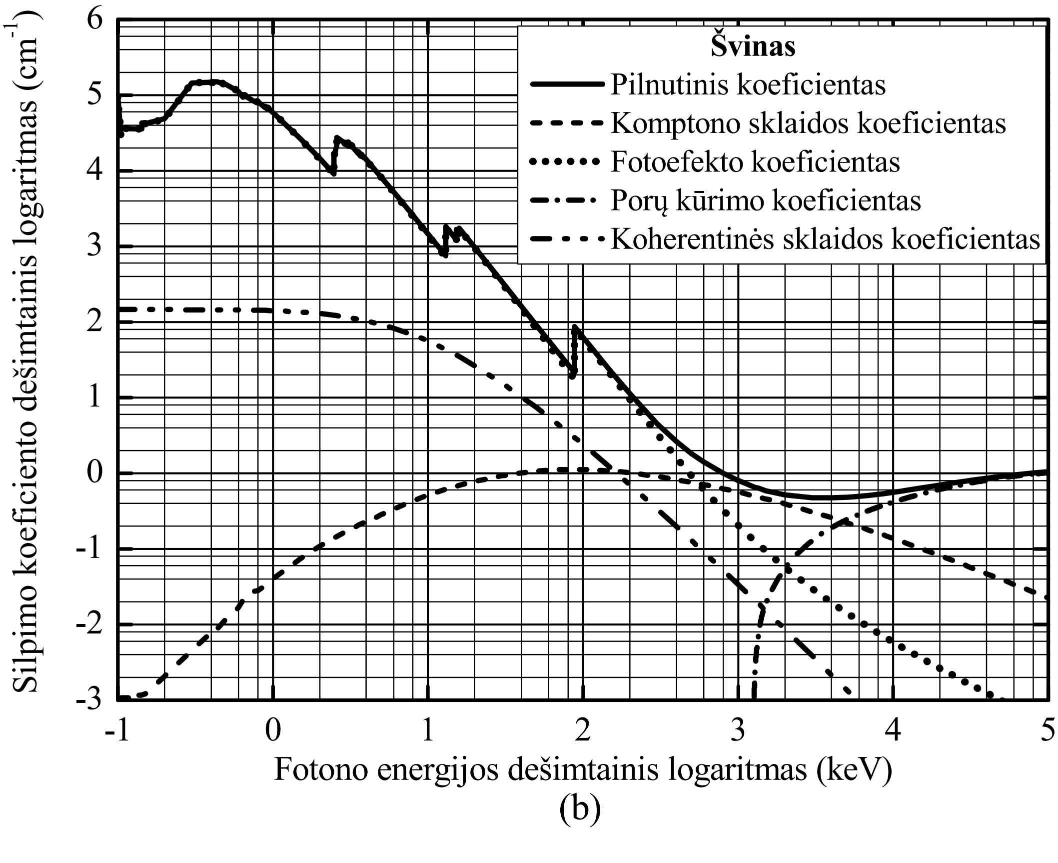
(b)

6 pav. Gama spinduliuotės sąveikos skerspjūvio (a) ir silpimo koeficiento (b) aliuminyje bei jų komponenčių logaritmų priklausomybė nuo fotono energijos logaritmo (iš [7])

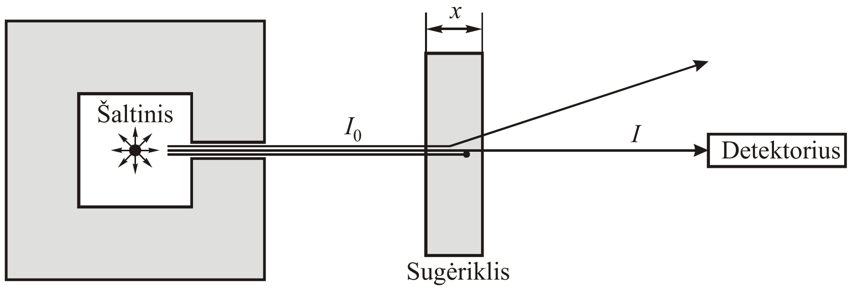


7 pav. Gama spinduliuotės sąveikos skerspjūvio (a) ir silpimo koeficiento (b) geležyje bei jų komponenčių logaritmų priklausomybė nuo fotono energijos logaritmo (iš [7])





8 pav. Gama spinduliuotės sąveikos skerspjūvio (a) ir silpimo koeficiento (b) švine bei jų komponenčių logaritmų priklausomybė nuo fotono energijos logaritmo (iš [7])



9 pav. Gama spinduliuotės sugerties medžiagoje tyrimo eksperimentas. Siauras lygiagretus spinduliuotės pluoštas krinta į medžiagos („sugėriklio“) sluoksnį, kurio storis x. Tame sluoksnyje kai kurie fotonai yra sugeriami arba išsklaidomi. Detektorių pasiekia visi likusieji fotonai (tie, kurie nesąveikavo su medžiaga)

viena tokia dalelė medžiagoje sąveikautų su daugeliu atomų.] Vieno fotono sąveikos su dx storio medžiagos sluoksniu tikimybę dP nusako (3.1.1) formulė. Pagal tikimybės apibrėžtį sąveikos tikimybė dP yra lygi sąveikavusių su medžiaga γ kvantų ir visų kritusių į bandinį γ kvantų skaičių santykiui. Kadangi spinduliuotės intensyvumas proporcingas krintančių į bandinį γ kvantų skaičiui per laiko vienetą, o intensyvumo sumažėjimas proporcingas sąveikavusių su medžiaga γ kvantų skaičiui, tai, skaičiuodami tikimybę dP, trupmenos skaitiklyje vietoj susidūrimų skaičiaus galime rašyti intensyvumo sumažėjimą (t. y. pokytį su minuso ženklu) –dI, o vardiklyje vietoj krintančiųjų γ kvantų skaičiaus galime rašyti krintančios į medžiagos sluoksnį spinduliuotės intensyvumą. Todėl (3.1.1) lygybės kairiojoje pusėje dydį dP galime pakeisti intensyvumo santykiniu sumažėjimu (–dI / I) pereinant dx storio sluoksnį:

$$-\frac{\mathrm{d}I}{I} = \sigma \cdot n_\mathrm{a} \cdot \mathrm{d}x\,; \qquad (3.3.16)$$

čia n_a yra atomų skaičius tūrio vienete. Integravę (3.3.16) lygybę, gauname:

$$I(x) = I_0 \mathrm{e}^{-\sigma \cdot n_\mathrm{a} \cdot x}\,; \qquad (3.3.17)$$

čia I_0 yra pradinis intensyvumas. Šį sąryšį galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$I(x) = I_0 \mathrm{e}^{-\mu x}\,, \qquad (3.3.18)$$

kur μ yra ***silpimo koeficientas***:

$$\mu = \sigma \cdot n_\mathrm{a}\,. \qquad (3.3.19)$$

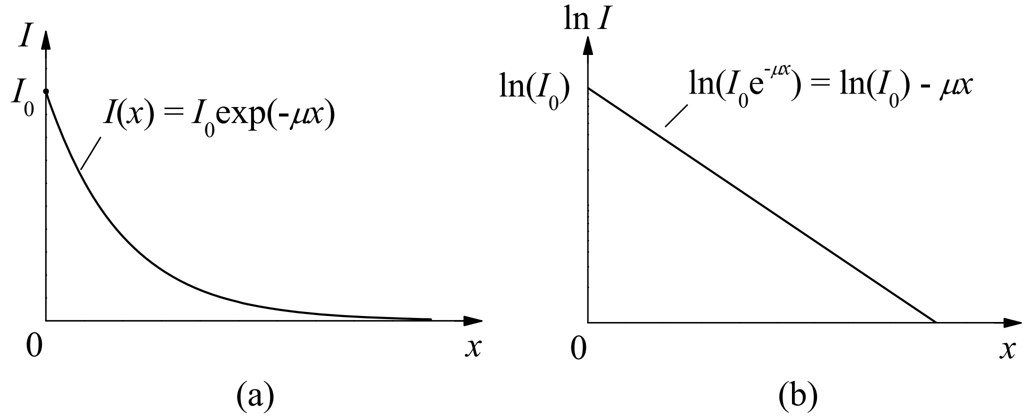
Taigi, pradinės krypties spinduliuotės intensyvumas eksponentiškai mažėja didėjant medžiagos sluoksnio storiui (žr. 10 pav.).

Kadangi sąveikos skerspjūvis σ yra lygus trijų skirtingų vyksmų skerspjūvių sumai (žr. (3.3.15)), tai silpimo koeficientą μ taip pat galima išreikšti suma trijų silpimo koeficientų, atitinkančių tris vyksmus – Komptono sklaidą, fotoefektą ir porų kūrimą:

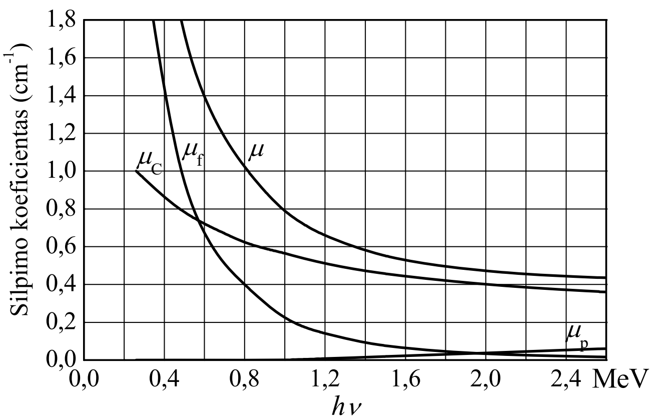
$$\mu = \mu_\mathrm{C} + \mu_\mathrm{f} + \mu_\mathrm{p}\,. \qquad (3.3.20)$$

Koeficientų μ_C, μ_f ir μ_p išraiškos gaunamos įrašius atitinkamą skerspjūvį į (3.3.19) vietoj σ.

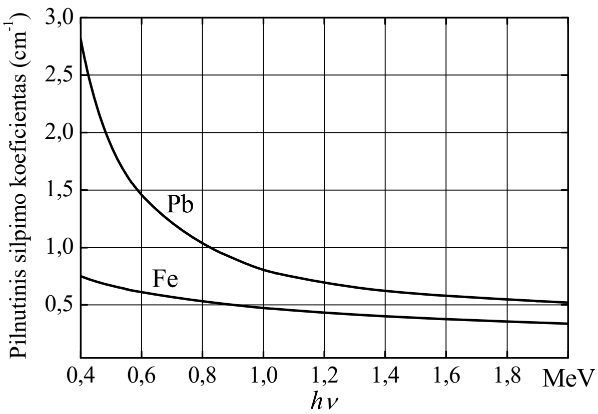
Kadangi silpimo koeficientas yra proporcingas sąveikos skerspjūviui, tai silpimo koeficiento priklausomybė nuo γ kvantų energijos yra tokio paties pavidalo kaip ir sąveikos skerspjūvio (žr. 6–8 pav.). Švino koeficientų μ_C, μ_f, μ_p ir μ priklausomybės nuo γ kvantų energijos pavaizduotos 11 pav. Kaip matome, mažų energijų srityje ($h\nu$ < 0,5 MeV) fotoefektas yra pagrindinis sąveikos vyksmas. Silpimo koeficientas μ priklauso ne vien nuo γ kvanto energijos, bet ir nuo medžiagos. Pagrindinė šios



10 pav. Spinduliuotės intensyvumo (a) ir jo logaritmo (b) priklausomybė nuo medžiagos sluoksnio storio



11 pav. Skirtingus vyksmus atitinkančių švino silpimo koeficientų priklausomybė nuo γ kvantų energijos



12 pav. Švino ir geležies pilnutinio silpimo koeficiento priklausomybė nuo γ kvantų energijos

priklausomybės priežastis yra stipri sąveikos skerspjūvio σ priklausomybė nuo atominio numerio Z (kuris sutampa su elektronų skaičiumi atome). Kaip minėta 3.3.1–3.3.3 poskyriuose, atominis Komptono sklaidos skerspjūvis proporcingas Z, fotoefekto skerspjūvis proporcingas Z^5, o porų kūrimo skerspjūvis proporcingas Z^2. Taigi, didėjant atominiam numeriui Z, silpimo koeficientas didėja. Todėl, pvz., švino ($Z = 82$) silpimo koeficientas yra didesnis negu geležies ($Z = 26$). Šį teiginį iliustruoja 12 pav. Be to, švine fotoefekto vyksmų dalis visame sąveikos vyksmų skaičiuje yra daug didesnė negu medžiagose, kurios sudarytos iš lengvųjų elementų, pvz., geležyje arba aliuminyje (plg. 6a pav. ir 8a pav.).

Kadangi silpimo koeficientas μ priklauso nuo γ kvantų energijos, tai eksponentinis silpimo dėsnis (3.3.18) gaunamas tik monochromatinės (vienos energijos) spinduliuotės. Jeigu spinduliuotė yra monochromatinė, tada, žinant silpimo koeficiento duotojoje medžiagoje priklausomybę nuo γ kvanto energijos, pagal išmatuotąjį silpimo koeficientą galima nustatyti tiriamojo γ radioaktyviojo nuklido spinduliuojamų γ kvantų energiją.

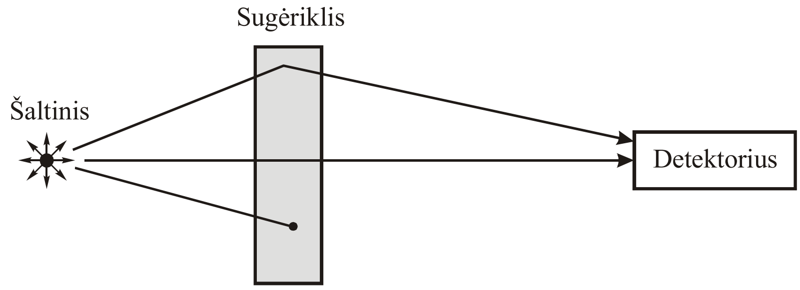
γ spinduliuotės sugerties tyrimo eksperimentas, kurio schema pavaizduota 9 pav., kartais vadinamas „siauro pluošto“ arba „geros geometrijos“ matavimu. Jo ypatybė yra ta, kad detektorius skaičiuoja tik tuos γ kvantus, kurie perėjo sugėriklį, nesąveikaudami su jo medžiaga. Iš tikro matavimų sąlygos niekada nebūna tokios idealios, t. y. detektorius kartais gali užregistruoti ir tokį γ kvantą, kuris buvo išsklaidytas sugėriklyje. 13 pav. yra pateikti du „blogos geometrijos“ matavimų pavyzdžiai. Abiem atvejais matavimų geometrija yra „bloga“ ta prasme, kad yra palyginti didelė tikimybė užregistruoti išsklaidytuosius γ kvantus. 13a pav. taip yra dėl to, kad šaltinio spinduliuotės pluoštas nėra kolimuotas (arba sugėriklis yra pernelyg arti šaltinio). 13b pav. šaltinio spinduliuotė yra pakankamai gerai kolimuota, tačiau sugėriklis yra pernelyg arti detektoriaus. Abiem atvejais, didinant sugėriklio storį, detektorių pasiekusios spinduliuotės intensyvumo mažėjimas yra lėtesnis negu turėtų būti pagal (3.3.18) formulę (be to, tas mažėjimas nėra tiksliai eksponentinis). Todėl, aproksimavus išmatuotąją intensyvumo priklausomybę nuo storio eksponentine funkcija (3.3.18), gautoji silpimo koeficiento vertė yra mažesnė už tikrąją.

Anksčiau apibrėžtasis silpimo koeficientas μ – tai vadinamasis „ilginis“ silpimo koeficientas. Žinynuose ir duomenų bazėse dažniau pateikiamas vadinamasis „masinis“ silpimo koeficientas μ_m, kuris lygus ilginio silpimo koeficiento μ ir medžiagos tankio ρ santykiui:

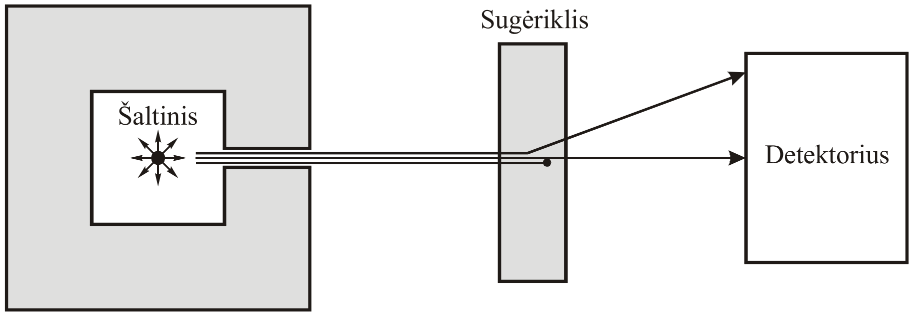
$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}. \tag{3.3.21}$$

Kaip ir atominis sąveikos skerspjūvis, masinis silpimo koeficientas yra *cheminio elemento* parametras, t. y. masinis silpimo koeficientas nepriklauso nuo elemento koncentracijos ir nuo to, ar duotasis elementas yra grynas, ar mišinyje arba cheminiame junginyje (tuo tarpu, pvz., ilginių silpimo koeficientų vertės, kurios pateiktos 6b–8b pav., tinka tik gryniems kietos būsenos aliuminiui, geležiai ir švinui). Todėl masinis silpimo koeficientas yra patogesnis už ilginį koeficientą skaičiuojant silpimo koeficientą medžiagose, į kurių sudėtį įeina kelių elementų atomai arba kurių koncentracija nėra tiksliai apibrėžta (pvz., kintamo slėgio dujų). Tokiu atveju pilnutinis ilginis silpimo koeficientas gaunamas padauginus kiekvieno elemento masinį silpimo koeficientą iš to elemento dalinio tankio ir sudėjus tas sandaugas:

$$\mu = \rho\mu_m = \sum_{i=1}^{K} \rho_i \mu_m^{(i)}\ ; \tag{3.3.22}$$



(a)



(b)

13 pav. „Blogos geometrijos“ pavyzdžiai tiriant gama spinduliuotės sugertį medžiagoje. (a) Šaltinio spinduliuotė nėra kolimuota (arba sugėriklis yra pernelyg arti šaltinio). (b) Sugėriklis yra pernelyg arti detektoriaus. Abiem atvejais detektorius registruoja ne tik γ kvantus, kurie perėjo sugėriklį be sąveikos su jo medžiaga, bet ir dalį išsklaidytųjų γ kvantų

čia ρ yra pilnutinis tankis, ρ_i yra i-tojo elemento dalinis tankis (i-tojo elemento atomų masė tūrio vienetui), $\mu_m^{(i)}$ yra i-tojo elemento masinis silpimo koeficientas, o K yra elementų skaičius bandinyje. Pagal (3.3.22) pilnutinį masinį silpimo koeficientą μ_m galima išreikšti šitaip:

$$\mu_m = \sum_{i=1}^{K} p_m^{(i)} \mu_m^{(i)} ; \tag{3.3.23}$$

čia $p_m^{(i)}$ yra i-tojo elemento masinė dalis:

$$p_m^{(i)} = \frac{\rho_i}{\rho} . \tag{3.3.24}$$

(3.3.23) sąryšis tiesiogiai išplaukia iš elementų mišinio sąveikos skerspjūvio išraiškos (3.1.3), nes

$$\mu_m^{(i)} = \frac{\sigma_i n_\mathrm{a}^{(i)}}{\rho_i} \equiv \frac{\sigma_i}{m_\mathrm{a}^{(i)}} ; \tag{3.3.25}$$

čia σ_i yra i-tojo elemento sąveikos skerspjūvis, $m_\mathrm{a}^{(i)}$ yra i-tojo elemento atomo masė, o $n_\mathrm{a}^{(i)}$ yra i-tojo elemento atomų koncentracija ($n_\mathrm{a}^{(i)} \equiv \rho_i / m_\mathrm{a}^{(i)}$).

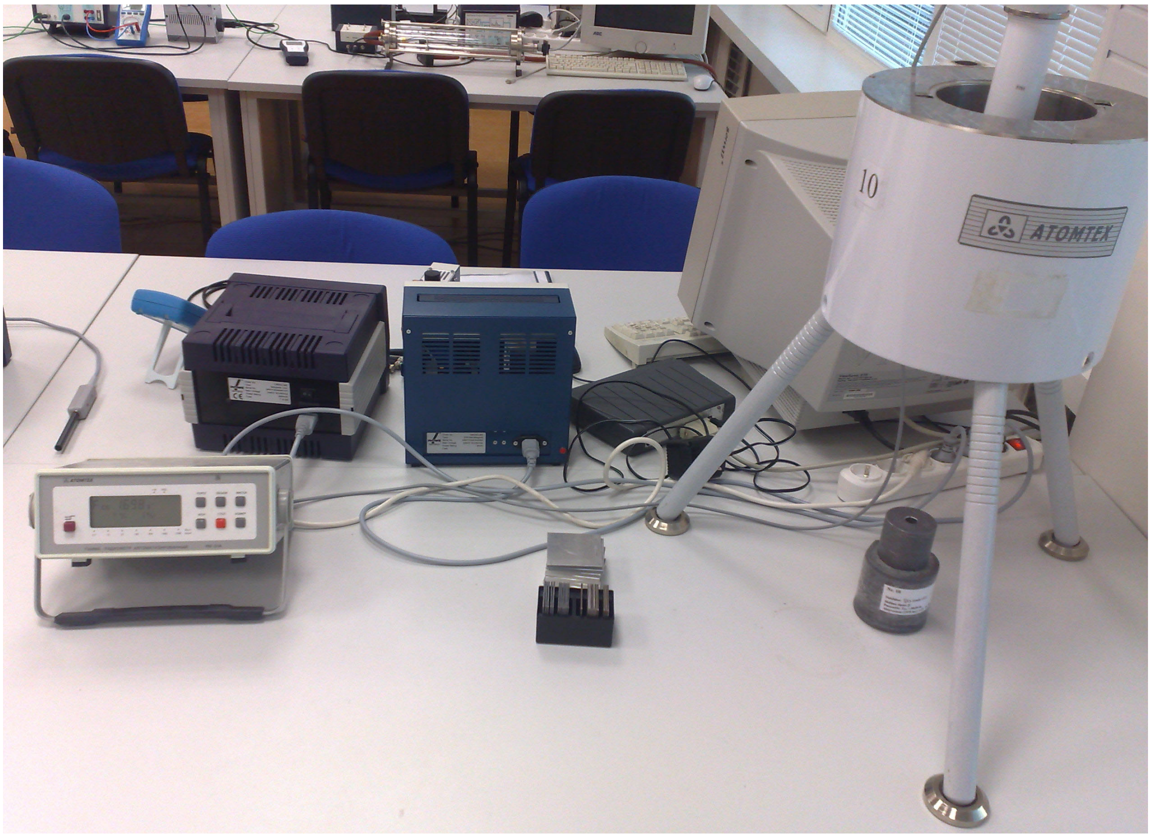
Jeigu dviejose medžiagose su skirtingais atominiais numeriais vyrauja Komptono sklaida, tada tų medžiagų masiniai silpimo koeficientai yra apytiksliai vienodi. Taip yra todėl, kad Komptono sklaidos atominis skerspjūvis yra proporcingas medžiagos atominiam numeriui Z (žr. (3.3.8)). Tada ilginis silpimo koeficientas (3.3.19) yra proporcingas elektronų koncentracijai Zn_a, kuri savo ruožtu yra apytiksliai proporcinga medžiagos tankiui ρ. Jeigu silpimo koeficientui didelę įtaką daro ir kiti sąveikos vyksmai (fotoefektas ir porų kūrimas), tada į silpimo koeficiento išraišką įeina dėmenys, kurie proporcingi atominio numerio Z aukštesniesiems laipsniams (fotoefekto skerspjūvis proporcingas Z^5, o porų kūrimo skerspjūvis proporcingas Z^2), todėl skirtingų medžiagų masinis silpimo koeficientas gali būti labai skirtingas. Tačiau net ir tada, kai vyrauja fotoefektas, skirtingų medžiagų masinių silpimo koeficientų santykinis skirtumas (t. y. jų santykio nuokrypis nuo vieneto) yra mažesnis negu ilginių silpimo koeficientų. Todėl, pvz., viename grafike braižant labai skirtingo tankio medžiagų sugerties kreives ant abscisių ašies patogiau atidėti ne ilginį storį x, o masinį storį ρx (tada logaritminiame mastelyje tai yra tiesės, kurių krypties koeficientas yra priešingas masiniam silpimo koeficientui).

4. Tyrimo metodika

4.1. Darbo priemonės ir matavimo tvarka

Matavimo įrangos bendras vaizdas parodytas 14 pav. Darbo įrangą sudaro:

1. Automatizuotas gama radiometras RKG-01A su blyksimuoju detektoriumi
2. ^{137}Cs radioaktyvusis šaltinis.
3. ^{60}Co radioaktyvusis šaltinis.
4. Švino, geležies ir aliuminio plokštelių rinkinys.



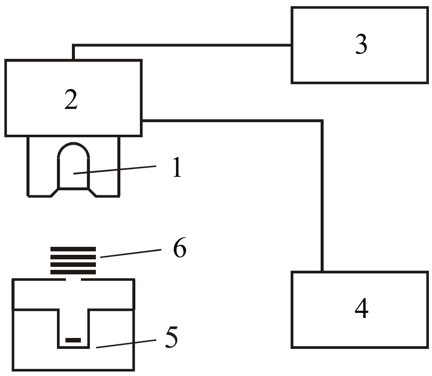
14 pav. Matavimo įrangos bendras vaizdas. Kairėje matomas gama radiometro RKG-01A valdymo blokas, dešinėje yra blyksimojo detektoriaus gaubtas (skirtas aplinkos fono įtakai sumažinti), į kurį įdėtas detektorius. Po detektoriumi ant stalo padėtas švino konteineris su vienu iš dviejų tiriamųjų šaltinių (Cs-137). Ant konteinerio uždėtas kolimatorius. Viduryje matoma dėžutė su 1 mm ir 2 mm storio švino ir geležies plokštelėmis, už jos – aštuonios 5 mm storio aliuminio plokštelės

Laboratorinio darbo įrangos struktūrinė schema pavaizduota 15 pav.

Šiame darbe naudojami ^{137}Cs ir ^{60}Co γ radioaktyvieji šaltiniai. Šių nuklidų skilimo schemos parodytos 16 pav. ir 17 pav. Elektronai („beta dalelės“), kurie atsiranda, skylant šiems nuklidams, beveik pilnai sugeriami radioaktyviųjų šaltinių viduje, ir į aplinką išeina tik γ spinduliuotė.

Detektoriaus neveikos trukmė yra mažesnė už 10^{-6} s.

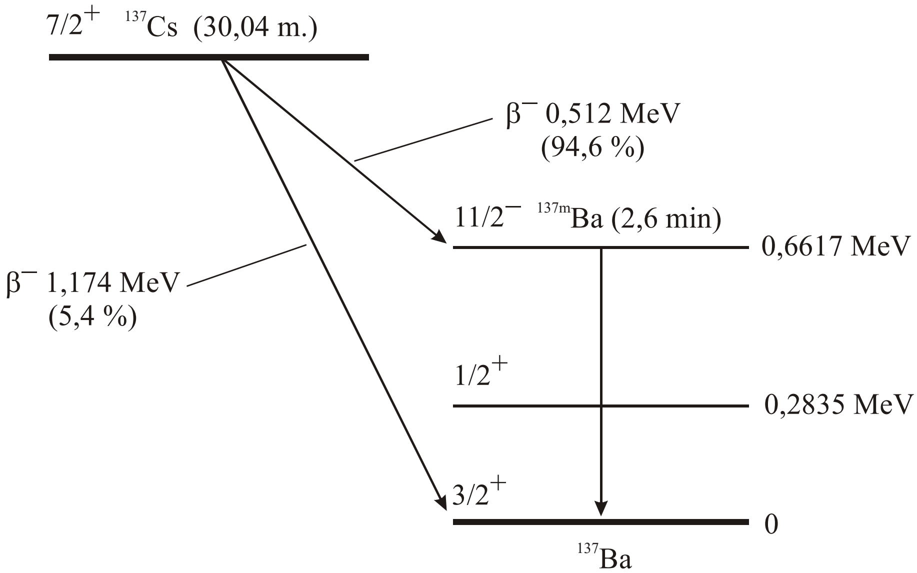
Darbo metu po detektoriumi dedamas radioaktyvusis šaltinis, o paskui ant konteinerio su radioaktyviąja medžiaga viena ant kitos dedamos metalo plokštelės. Tokiu būdu keičiamas sugėriklio sluoksnio storis (jis yra lygus visų uždėtų plokštelių storių sumai). Esant kiekvienam storiui, kelias sekundes arba kelias minutes detektuojami gama kvantai (matavimo trukmė priklauso nuo spinduliuotės intensyvumo – kuo mažiau intensyvi spinduliuotė, tuo ilgesnių matavimų reikia). Matavimų rezultatai turi būti išreikšti vienodais vienetais, t. y. detektuotų gama kvantų



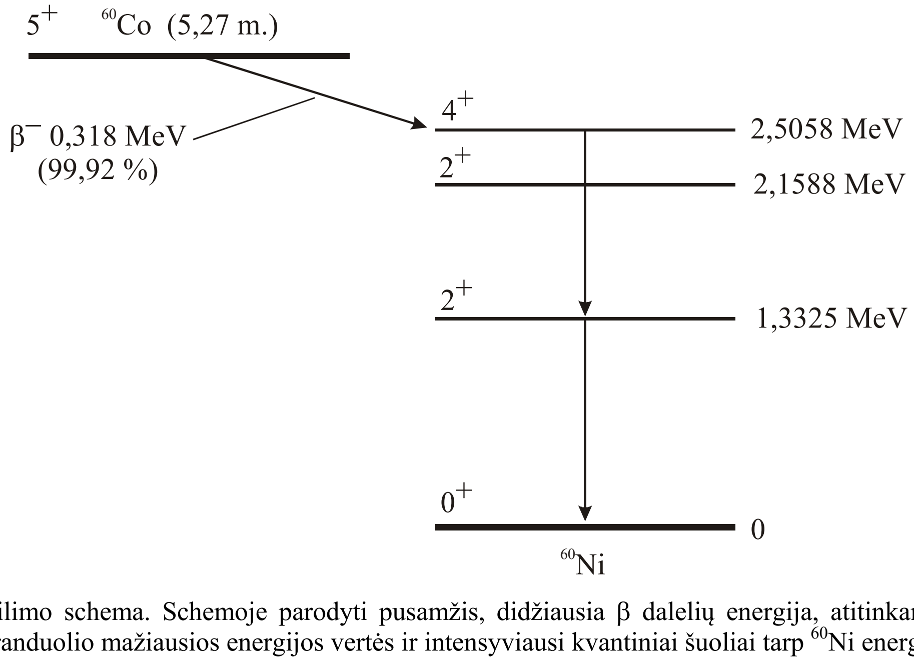
15 pav. γ spinduliuotės sugerties tyrimo įrangos struktūrinė schema. 1 – scintiliatorius, 2 – fotodaugintuvas (kartu su scintiliatoriumi sudaro blyksimąjį detektorių), 3 – aukštos įtampos šaltinis, 4 – impulsų skaičiavimo įrenginys (viename korpuse su aukštos įtampos šaltiniu), 5 – γ spinduliuotės šaltinis, 6 – metalo plokštelės skaičiumi per tą patį laiko vienetą (pvz., per 1 s arba per 1 min). Tačiau šiame laboratoriniame darbe tų skaičiavimų atlikti nereikia, nes radiometras RKG-01A automatiškai dalija detektuotų gama kvantų skaičių iš matavimo trukmės ir atvaizduoja vidutinį per 1 s detektuotų gama kvantų skaičių. Geležies ir švino storis turi būti keičiamas nuo 0 iki 2 cm kas 2 mm (jeigu pritrūktų 2 mm storio plokštelių, tada reikia dėti po dvi 1 mm storio plokšteles). Aliuminio storis turi būti keičiamas nuo 0 iki 4 cm kas 5 mm. „Nulinis storis“ reiškia, kad tarp šaltinio ir detektoriaus nėra sugėriklio, t. y. ant šaltinio nėra uždėta nė viena plokštelė. Taigi, švino ir geležies atveju reikia atlikti po 11 matavimų, o aliuminio atveju reikia atlikti 9 matavimus. Visą šią matavimų seką reikia atlikti du kartus – kai radioaktyvusis šaltinis yra ^{137}Cs ir kai šaltinis ^{60}Co. Be to, reikia išmatuoti vadinamąjį „foną“ – pastovų skaičiavimo spartos dėmenį, kurį sąlygoja aplinkos natūralioji spinduliuotė (analizuojant matavimo rezultatus, foną reikės atimti iš visų išmatuotų skaičiavimo spartų). Matuojant foną, po detektoriumi neturi būti radioaktyviojo šaltinio.

Matavimų duomenys surašomi į lenteles. Po lentele su matavimo duomenimis turi pasirašyti darbo vadovas arba laborantas.

Prie matavimo įrangos yra atskiras matavimo tvarkos aprašas, kuris yra daug smulkesnis, negu tas, kuris pateiktas čia. Tuo aprašu reikia naudotis tik matavimo metu. Baigus matuoti, jį reikia palikti prie matavimo įrangos. Ruošiantis darbui, nebūtina žinoti visų matavimo tvarkos smulkmenų. Jeigu matavimo tvarkos nurodymai, kurie buvo pateikti anksčiau, neatitinka nurodymų, kurie pateikti detaliajame apraše, tada matuojant reikia vadovautis detaliuoju aprašu.



16 pav. ^{137}Cs skilimo schema. Schemoje pateikti pusamžiai, didžiausios β dalelių energijos, β skilimo kanalų tikimybės, ^{137}Ba branduolio mažiausios energijos vertės ir intensyviausias kvantinis šuolis tarp ^{137}Ba energijos lygmenų



17 pav. ^{60}Co skilimo schema. Schemoje parodyti pusamžis, didžiausia β dalelių energija, atitinkamo β skilimo tikimybė, ^{60}Ni branduolio mažiausios energijos vertės ir intensyviausi kvantiniai šuoliai tarp ^{60}Ni energijos lygmenų

4.2. Pagrindiniai skaičiavimai analizuojant matavimo duomenis

1. γ kvantų skaičiavimo spartos pataisomos, atsižvelgiant į detektoriaus neveikos trukmę (žr. knygos [1] 15.7.1 poskyrį arba laboratorinio darbo Nr. 6 teorinę dalį):
$$n = \frac{n'}{1 - n'\tau};$$
čia n' yra išmatuotoji skaičiavimo sparta (s^{-1}), o τ yra detektoriaus neveikos trukmė (s). Ši pataisa būtina tik tada, kai sandauga $n'\tau$ yra didesnė už 0,01 (priešingu atveju paklaida, kurią sąlygoja šios pataisos nebuvimas, tampa daug mažesnė už kitos prigimties paklaidas, kurių pašalinti neįmanoma).
2. Iš n verčių atimamas fonas n_f. Dydžio $n - n_f$ natūraliojo logaritmo priklausomybės nuo švino, geležies ir aliuminio storio x bei nuo masinio storio ρx pavaizduojamos grafiškai (tankio ρ vertės pateiktos žemiau). Tokiu būdu gaunami keturi grafikai, kurių kiekviename turi būti po tris kreives (po vieną kreivę kiekvienam iš trijų sugėriklių – Pb, Fe ir Al). Dviejuose iš tų grafikų turi būti priklausomybės nuo x (kai šaltinis yra ^{137}Cs arba ^{60}Co), o kituose dviejuose – priklausomybės nuo ρx (kai šaltinis yra ^{137}Cs arba ^{60}Co). Švino ρ = 11,29 g/cm^3, geležies ρ = 7,86 g/cm^3, aliuminio ρ = 2.70 g/cm^3.
3. Pagal sugerties kreives tiesinio aproksimavimo metodu (žr. 4.3 skirsnį) randami ilginiai silpimo koeficientai (μ) ir masiniai silpimo koeficientai (μ/ρ) švine, geležyje ir aliuminyje bei jų standartinės paklaidos. Aproksimuojančios tiesės turi būti pavaizduotos tuose pačiuose grafikuose, kaip ir matavimo duomenys. Paskui pagal (3.3.19) formulę apskaičiuojami atitinkami sąveikos skerspjūviai (σ) ir jų paklaidos. Skaičiuojant atomų koncentraciją n_a, reikia panaudoti švino, geležies ir aliuminio tankius ρ ir masės skaičius A. Švino A = 207,2 g/mol, geležies A = 55,85 g/mol, aliuminio A = 26,98 g/mol.
4. Pagal 18 pav. randami tikrieji masiniai silpimo koeficientai ir palyginami su išmatuotomis vertėmis. ^{137}Cs spinduliuoja 0,662 MeV energijos fotonus (žr. 16 pav.). ^{60}Co spinduliuoja dviejų artimų energijų 1,33 MeV ir 1,17 MeV fotonus (žr. 17 pav.; antroji energija atitinka antrinio nuklido ^{60}Ni, kuris susidaro įvykus ^{60}Co branduolio beta skilimui, kvantinį šuolį iš trečiojo sužadintojo lygmens į pirmąjį sužadintąjį lygmenį, todėl gama kvanto energija yra lygi tų lygmenų energijų skirtumui). Todėl ^{60}Co atveju reikia naudoti μ vertę, kuri atitinka vidutinę fotonų energiją 1,25 MeV.
5. Gautieji dėsningumai aptariami ir palyginami su teoriniais teiginiais (žr. darbo užduotis Nr. 4 – 6). Jeigu masinių silpimo koeficientų vertės kuriuose nors dviejuose sugėrikliuose (su skirtingais Z ir naudojant tą patį radioaktyvųjį šaltinį) paklaidų ribose sutampa, tada galima teigti, kad abiejose tose medžiagose vyrauja Komptono sklaida (žr. 3.3.4 skirsnio paskutiniąją pastraipą).

4.3. Aproksimavimas tiese

Aproksimavimo tiese („tiesinio aproksimavimo“) tikslas – apskaičiuoti tiesės lygties
$$y = A + B \cdot x \tag{4.3.1}$$
koeficientus A ir B ir jų paklaidas mažiausiųjų kvadratų metodu. Mažiausiųjų kvadratų metodo esmė yra tokia. Tarkime, turime matavimo duomenų rinkinį, kurį sudaro argumento x vertės $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$ ir atitinkamos funkcijos $y(x)$ vertės; n yra matavimų skaičius. Funkcijos vertes žymėsime $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Teorinė y vertė, kuri atitinka duotąją argumento vertę x_k, yra nežinomųjų koeficientų A ir B funkcija (žr. (4.3.1)), todėl galima užrašyti $y(x_k) = y(x_k; A,B)$ ($k = 1, 2, \ldots, n$). Koeficientų A ir B apskaičiavimo uždavinys formuluojamas tokiu būdu. Labiausiai tikėtinos yra tos nežinomųjų koeficientų A ir B reikšmės, kurios atitinka reiškinio
$$F(A,B) \equiv \sum_{k=1}^{n} \left[y\left(x_k; A,B\right) - y_k \right]^2 \tag{4.3.2}$$
absoliutųjį minimumą. (4.3.2) reiškinys – tai teorinių verčių nuokrypių nuo išmatuotųjų verčių kvadratų suma (iš čia – pavadinimas “mažiausiųjų kvadratų metodas”). Šis reiškinys visada turi minimumą, esant tam tikroms tiksliai apibrėžtoms A ir B reikšmėms. Tačiau, net jeigu teorinės funkcijos $y(x)$ pavidalas tiksliai atitinka tikrąjį matuojamųjų dydžių y ir x sąryšį, šios optimalios A ir B reikšmės, kurios atitinka kvadratų sumos F minimumą, nebūtinai sutampa su tikrosiomis A ir B reikšmėmis. Taip gali būti, pvz., dėl matavimo paklaidų. Mažiausiųjų kvadratų metodu galima apskaičiuoti tik labiausiai tikėtinas koeficientų A ir B reikšmes.

Viskas, kas anksčiau pasakyta apie mažiausiųjų kvadratų metodą, tinka ne vien tuo atveju, kai teorinė funkcija $y(x)$ yra tiesė. Nepriklausomai nuo šios funkcijos pavidalo ir nuo nežinomųjų koeficientų skaičiaus, reikia minimizuoti (4.3.2) pavidalo reiškinį. Tačiau, kai $y(x)$ yra tiesė, šį uždavinį galima išspręsti analiziškai (t. y. A ir B galima išreikšti elementariais algebriniais reiškiniais), o netiesinės funkcijos atveju šį uždavinį galima išspręsti tik skaitmeniškai (nuosekliųjų artinių metodu, naudojant kompiuterį).

Jeigu $y(x)$ yra tiesinė funkcija (4.3.1), tada kvadratų suma (4.3.2) yra tokio pavidalo:

$$F(A,B) \equiv \sum_{k=1}^{n}(A+Bx_k-y_k)^2 = nA^2 + B^2\sum_{k=1}^{n}x_k^2 + \sum_{k=1}^{n}y_k^2 + 2AB\sum_{k=1}^{n}x_k - 2A\sum_{k=1}^{n}y_k - 2B\sum_{k=1}^{n}x_k y_k. \qquad (4.3.3)$$

Kaip žinoma iš matematinės analizės, kelių kintamųjų funkcijos minimumo taške jos dalinės išvestinės visų kintamųjų atžvilgiu yra lygios nuliui. Prilyginus nuliui (4.3.3) reiškinio dalines išvestines A ir B atžvilgiu, gaunama dviejų tiesinių algebrinių lygčių sistema, kurios nežinomieji yra koeficientai A ir B. Šios lygčių sistemos sprendinys yra

$$B = \frac{n\sum_{k=1}^{n}x_k y_k - \left(\sum_{k=1}^{n}x_k\right)\left(\sum_{k=1}^{n}y_k\right)}{n\sum_{k=1}^{n}x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{n}x_k\right)^2}; \qquad (4.3.4a)$$

$$A = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}y_k - \frac{B}{n}\sum_{k=1}^{n}x_k . \qquad (4.3.4b)$$

Koeficientas B vadinamas tiesės krypties koeficientu arba tiesės „polinkiu“. Koeficientas A nusako y vertę, kai $x = 0$. Koeficientų A ir B vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai („empiriniai standartiniai nuokrypiai“) apskaičiuojami pagal formules

$$\Delta A = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)}\left(1+\frac{\overline{x}^2}{D_x}\right)}, \qquad (4.3.5a)$$

$$\Delta B = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)D_x}}, \qquad (4.3.5b)$$

čia $F_{\min}$ yra mažiausioji kvadratų sumos (4.3.3) reikšmė (t. y. kvadratų suma, kai koeficientai B ir A yra lygūs savo optimaliosioms reikšmėms (4.3.4a) ir (4.3.4b)), $\overline{x}$ yra argumento verčių vidurkis:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_k , \qquad (4.3.6)$$

o D_x yra argumento verčių dispersija:

$$D_x = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k-\overline{x})^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}x_k^2}{n} - \overline{x}^2 . \qquad (4.3.7)$$

Jeigu tikrasis matuojamojo dydžio y ir argumento x sąryšis yra tiesinis, o matavimo paklaidos yra nepriklausomos ir pasiskirsčiusios pagal Gauso skirstinį, kurio plotis nepriklauso nuo taško numerio, tada, padauginus dydžius ΔA ir ΔB iš Stjudento koeficiento, atitinkančio laisvės laipsnių skaičių $n-2$ ir pasirinktą pasikliautinąją tikimybę α, yra gaunamas atitinkamas to koeficiento pasikliautinojo intervalo pusplotis („pasikliautinoji paklaida“). Nustatant Stjudento koeficientą, kai yra du nežinomi koeficientai, laisvės laipsnių skaičius yra lygus $n-2$, o ne n, nes *nepriklausomų* taškų skaičius yra dviem mažesnis už pilnutinį taškų skaičių (nes yra du sąryšiai (4.3.4a) ir (4.3.4b)). Taigi, tiesės koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriems su tikimybe α priklauso tikrosios (nežinomos) tų koeficientų reikšmės, yra

$$A' - t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta A < A < A' + t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta A, \qquad (4.3.8a)$$

$$B' - t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta B < B < B' + t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta B, \qquad (4.3.8b)$$

čia A' ir B' yra aproksimavimo būdu gautos reikšmės (jas nusako (4.3.4a,b)), $t_{\alpha,n-2}$ yra Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę α ir laisvės laipsnių skaičių $n-2$, o ΔA ir ΔB išreiškiami (4.3.5a) ir (4.3.5b) formulėmis. Koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriuos apibrėžia nelygybės (4.3.8a,b), vadinami tų koeficientų „pasikliautinaisiais intervalais“, atitinkančiais duotąją pasikliautinąją tikimybę α. Kaip matome iš (4.3.8a,b) nelygybių, koeficiento A arba B pasikliautinojo intervalo pusplotis (t. y. pusė jo pločio) yra atitinkamai $t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta A$ arba $t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta B$. Matavimo rezultatus įprasta pateikti taip:

$$A = A' \pm t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta A, \qquad (4.3.9a)$$

$$B = B' \pm t_{\alpha,n-2}\cdot\Delta B. \qquad (4.3.9b)$$

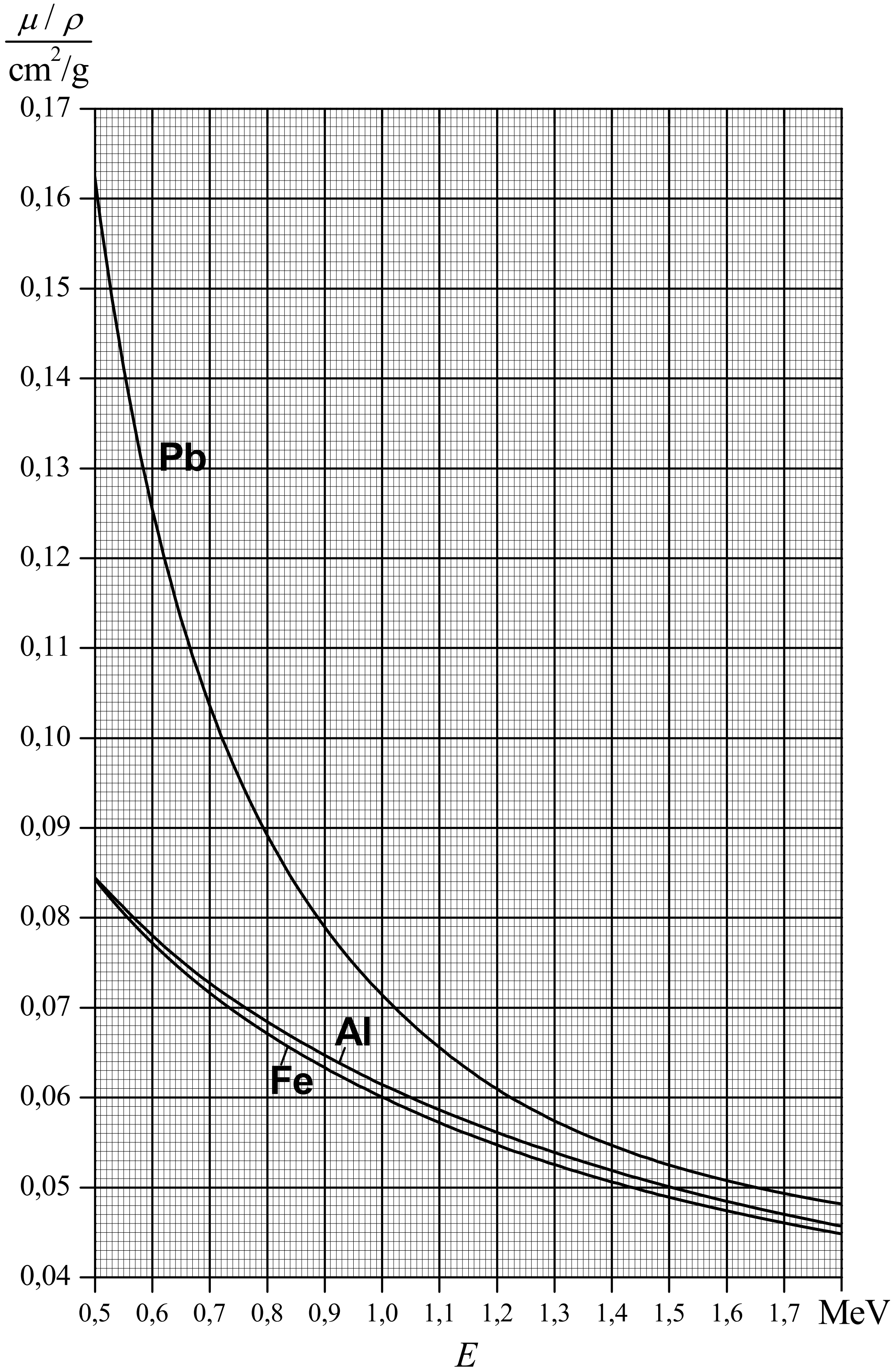
Užrašymas (4.3.9a,b) pagal prasmę yra tapatus užrašymui (4.3.8a,b).

Analizuojant matavimo duomenis, dažniausiai naudojama pasikliautinosios tikimybės reikšmė yra 0,95 = 95 %. Kai matavimų skaičius n yra didelis, Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę 95 %, yra apytiksliai lygus 2. Stjudento koeficientų reikšmės, atitinkančios įvairias pasikliautinąsias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius, yra pateiktos 4 lentelėje.

Dauguma duomenų analizės programų turi aproksimavimo tiese funkciją. Pvz., programa **Origin** arba Excel funkcija LINEST apskaičiuoja ir koeficientus (4.3.4a,b), ir vidutinius kvadratinius nuokrypius (4.3.5a,b). Tačiau tos programos nedaugina tų nuokrypių iš Stjudento koeficiento. Galutinis aproksimavimo rezultatas neturėtų priklausyti nuo programos, nes visose programose naudojamos tos pačios formulės, t. y. (4.3.4a,b) ir (4.3.5a,b).

4 lentelė. Stjudento koeficientai, atitinkantys įvairias pasikliautinąsias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius

Pasikliautinoji tikimybė / Laisvės laipsnių skaičius	**50%**	**60%**	**70%**	**80%**	**90%**	**95%**	**98%**	**99%**	**99,5%**	**99,8%**	**99,9%**
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	**12,71**	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	**4,303**	6,965	9,925	14,09	22,33	31,60
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	**3,182**	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	**2,776**	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	**2,571**	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	**2,447**	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	**2,365**	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	**2,306**	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	**2,262**	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	**2,228**	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	**2,201**	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	**2,179**	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	**2,160**	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	**2,145**	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	**2,131**	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	**2,120**	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	**2,110**	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	**2,101**	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	**2,093**	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	**2,086**	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	**2,080**	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	**2,074**	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	**2,069**	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	**2,064**	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	**2,060**	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	**2,056**	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	**2,052**	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	**2,048**	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	**2,045**	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	**2,042**	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	**2,021**	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	**2,009**	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	**2,000**	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
80	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	**1,990**	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
100	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	**1,984**	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	**1,980**	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	**1,960**	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291



18 pav. γ spinduliuotės silpimo koeficiento švine, geležyje ir aliuminyje priklausomybė nuo γ kvantų energijos (iš [7])