

VILNIAUS UNIVERSITETAS

Fizikos fakultetas

Mokomoji atomo ir branduolio fizikos laboratorija

Laboratorinis darbas Nr. 9

ALFA IR BETA DALELIŲ SUGERTIES MEDŽIAGOJE TYRIMAS

Parengė A. Poškus

2024-01-28

Turinys

Darbo tikslas	3
1. Užduotys	3
2. Kontroliniai klausimai	3
3. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga	4
3.1. Sąveikos skerspjūvio ir diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvokos	4
3.2. Jonizuojančiosios spinduliuotės rūšys	7
3.3. Elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga	8
3.3.1. <i>Sunkiųjų elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga</i>	8
3.3.2. <i>Elektronų sąveika su medžiaga</i>	12
3.3.3. <i>Pagrindiniai veiksniai, kurie lemia jonizacinius energijos nuostolius</i>	14
3.3.4. <i>Elektronų pereiga pro storas folijas. Silpimo koeficientas</i>	16
3.3.5. <i>Dalės kelio medžiagoje skaičiavimas, kai yra duotos pradinė ir galutinė energijos.</i>	
<i>Dalelių siekiai</i>	19
4. Tyrimo metodika	23
4.1. Alfa dalelių sugerties ore tyrimo metodo teorija	23
4.2. Darbo priemonės	24
4.3. Matavimo tvarka	27
4.4. Pagrindiniai skaičiavimai analizuojant matavimo duomenis	28
4.5. Aproximavimas tiese	29

Darbo tikslas

Išmatuoti alfa ir beta spinduliuotės sugerties kreives, kai spinduliuotę sugeria įvairios medžiagos. Pagal matavimo duomenis nustatyti dalelių siekius; be to, alfa dalelių atveju nustatyti dalelių energiją. Gautuosius rezultatus palyginti su žinomomis vertėmis, kurios pateiktos literatūroje arba apskaičiuotos pagal empirines formules. Palyginti alfa ir beta dalelių sugerties ypatybes.

1. Užduotys

1. Išmatuoti beta dalelių skaičiavimo spartos priklausomybę nuo aliuminio arba organinio stiklo sugėriklio storio.
2. Išmatuoti alfa dalelių skaičiavimo spartos priklausomybę nuo atstumo tarp alfa dalelių šaltinio ir detektoriaus.
3. Nubraižyti aliuminio ir organinio stiklo beta spindulių sugerties kreives.
4. Nubraižyti alfa dalelių srauto kampinio tankio priklausomybę nuo oro sluoksnio storio.
5. Pagal matavimų rezultatus apskaičiuoti nuklido ^{90}Y beta spinduliuotės sugerties koeficientus μ , masinius sugerties koeficientus μ/ρ ir siekius R bei jų paklaidas aliuminio ir organinio stiklo atvejais. Palyginti R vertes su tomis, kurios išplaukia iš empirinės formulės.
6. Pagal matavimų rezultatus apskaičiuoti nuklido ^{241}Am spinduliuojamų alfa dalelių siekį ore. Naudojantis empiriniais sąryšiais tarp siekio ir energijos, apskaičiuoti alfa dalelių energiją, palyginti ją su tikrąja verte.
7. Aptarti pastebėtas alfa ir beta dalelių sugerties medžiagoje ypatybes.

2. Kontroliniai klausimai

1. Jonizuojančiosios spinduliuotės rūšys.
2. Elektringųjų dalelių jonizacinių energijos nuostolių medžiagoje priežastys.
3. Elektringųjų dalelių radiacinių energijos nuostolių medžiagoje priežastys. Kodėl radiaciniai nuostoliai beveik nepasireiškia sunkiųjų dalelių atveju?
4. Ilginės stabdymo gebos sąvoka. Pagrindiniai spinduliuotės ir medžiagos parametrai, kurie lemia jonizacinę ilginę stabdymo gebą. Paaiškinti jonizacinės ilginės stabdymo gebos priklausomybės nuo šių parametrų bendrąjį pavidalą.
5. Sunkiųjų elektringųjų dalelių (pvz., α dalelių) ir elektronų sąveikos su medžiaga skirtumai.
6. Sugerties koeficiento sąvoka ir jo matavimas. Masinis sugerties koeficientas. Sugerties koeficiento priklausomybė nuo β dalelių energijos ir nuo medžiagos tankio.
7. Dalelės siekio sąvoka ir jo matavimas. Siekio išraiška ilgine stabdymo geba.
8. Alfa dalelių siekio priklausomybė nuo jų energijos. Energijos radimas, kai žinomas siekis. α dalelės siekio radimas pagal sugerties kreivę.
9. Kodėl šiame laboratoriniame darbe, tiriant alfa spinduliuotės sugertį, reikia dalyti detektuotų dalelių skaičių iš erdvinio kampo, o tiriant beta dalelių sugertį, to daryti nereikia?
10. Kaip, matuojant alfa dalelių siekį ore, yra įskaitomi alfa dalelių energijos nuostoliai detektoriaus langelio medžiagoje?

Literatūra:

1. Poškus A. Atomo fizika ir branduolio fizikos eksperimentiniai metodai. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2008. 544 p.
2. Horodničius H. Branduolio fizika. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 1997. p. 128 – 139.
3. Krane K. S. Introductory Nuclear Physics. New York: John Wiley & Sons, 1988. p. 193 – 198.
4. Lilley J. Nuclear Physics: Principles and Applications. New York: John Wiley & Sons, 2001. p. 129 – 136.
5. Knoll G. F. Radiation Detection and Measurement. 3rd Edition. New York: John Wiley & Sons, 2000. p. 30 – 48.
6. Абрамов А. И. и др. Основы экспериментальных методов ядерной физики. – М.: Энергоатомиздат, 1985, с. 27 – 41.

3. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga

3.1. Sąveikos skerspjūvio ir diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvokos

Kiekvieną galimą dviejų dalelių sąveikos („susidūrimo“) pasekmę vadinsime „įvykiu“. Konkretaus įvykio (pvz., spinduliuojamojo neutrono pagavimo arba fotono Komptono sklaidos) tikimybę galima išreikšti vartojant skerspjūvio sąvoką: kiekviena taikinio dalelė (pvz., elektronas, atomas arba branduolys) pakeičiama įsivaizduojama plokščia sritimi, kuri statmena krintančiųjų dalelių judėjimo kryptčiai ir kurios plotas parinktas taip, kad duoto įvykio (pvz., spinduliuojamojo neutrono pagavimo arba Komptono sklaidos) tikimybė sutaptų su tikimybe, kad krintančioji dalelė pataikys į šią sritį. Taip apibrėžtas plotas σ vadinamas to įvykio *skerspjūviu*. Taigi, sakoma „spinduliuojamojo neutrono pagavimo skerspjūvis“, „Komptono sklaidos skerspjūvis“ ir t. t. Žinant skerspjūvį, duoto įvykio tikimybę galima apskaičiuoti pagal geometrinės tikimybės skaičiavimo taisykles toliau aprašytu būdu.

Jeigu taikinio dalelių koncentracija yra n , tada ploto S ir nykstantmojo storio dx medžiagos sluoksnyje yra $n \cdot S \cdot dx$ taikinio dalelių. Pilnutinis šių dalelių „plotas“ dS' , kuris uždengia dalį ploto S , yra lygus skerspjūvių plotų sumai, t. y. $dS' = \sigma \cdot n \cdot S \cdot dx$ (žr. 1 pav.). Kadangi apibrėžto judesio kiekio krintančiąją dalelę aprašo plokščioji de Broilio banga, kurios modulio kvadratas yra vienodas visuose taikinio paviršiaus taškuose, tai yra vienoda tikimybė, kad dalelė pataikys į bet kurį S ploto paviršiaus tašką. Todėl tikimybė dP , kad krintančioji dalelė „pataikys“ į kurią nors dx storio sluoksnyje esančią taikinio dalelę, yra lygi plotų santykiui:

$$dP = \frac{dS'}{S} = \sigma n dx. \quad (3.1.1)$$

Šį sąryšį taip pat galima laikyti sąveikos skerspjūvio σ apibrėžtimi: sąveikos skerspjūvis σ yra lygus sąveikos tikimybės dP ir vienetiniame plote esančių dalelių skaičiaus $n \cdot dx$ santykiui.

Kiekvienas įvykis apibūdinamas savo skerspjūviu. Pvz., neutrono tampriosios sklaidos skerspjūvis bendruoju atveju skiriasi nuo spinduliuojamojo neutrono pagavimo skerspjūvio. Pagal nesutaikomųjų įvykių tikimybų sumos taisyklę, visų galimų įvykių skerspjūvių suma nusako pilnutinį dalelių sąveikos (susidūrimo) skerspjūvį:

$$\sigma = \sum_i \sigma_i; \quad (3.1.2)$$

čia σ_i yra i -tosios rūšies susidūrimo skerspjūvis.

Analogiškai apskaičiuojamas ir pilnutinis (arba konkrečios sąveikos) skerspjūvis, kai egzistuoja kelių rūšių taikiniai. Tada sąveikos skerspjūvis yra lygus

$$\sigma = \sum_i p_i \sigma_i; \quad (3.1.3)$$

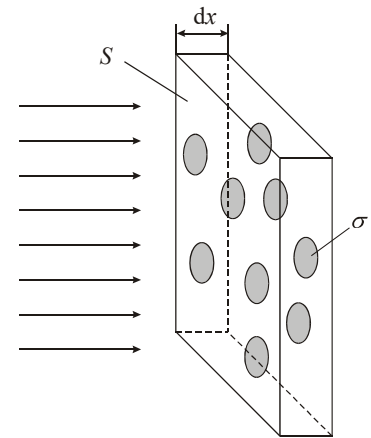
čia p_i yra i -tosios rūšies taikinio dalelių santykinis kiekis (t. y. tos rūšies taikinio dalelių koncentracijos ir pilnutinės taikinio dalelių koncentracijos santykis), o σ_i yra duotosios rūšies sąveikos (arba suminis kelių sąveikų) skerspjūvis sąveikaujant tik su i -tosios rūšies taikinio dalelėmis.

Branduolinių reakcijų skerspjūvius įprasta išreikšti barnais (b). $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$.

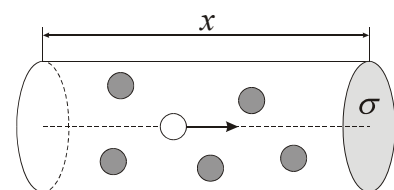
Iš (3.1.1) išplaukia, kad susidūrimo tikimybė P yra proporcinga dalelės nueitam keliui x . Vidutinis atstumas l , kurį nulėkus dalelei, tikimybė P tampa lygi vienetui, vadinamas dalelės *vidutiniu laisvuju keliu* duotojoje medžiagoje (žodis „vidutinis“ toliau bus dažnai praleidžiamas). Šio dydžio prasmė – tai vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų. Pagal (3.1.1) vidutinis laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{1}{\sigma n}. \quad (3.1.4)$$

Šią laisvojo kelio išraišką galima gauti šiek tiek vaizdesniu būdu. Judant dalelei, ji sąveikauja tik su tomis medžiagos dalelėmis,



1 pav. Sąveikos skerspjūvio σ aiškinimas



2 pav. Vidutinio laisvojo kelio apskaičiavimui

kurios priklauso „vamzdeliui“, kuris gaubia dalelės trajektoriją ir kurio skerspjūvio plotas lygus sąveikos skerspjūviui σ (žr. 2 pav.). Medžiagos dalelių skaičius N šiame vamzdyje lygus jo tūrio σx ir dalelių koncentracijos n sandaugai:

$$N = \sigma xn; \quad (3.1.5)$$

čia x yra dalelės trajektorijos ilgis. Aišku, kad vidutinis atstumas, kurį nulekia dalelė tarp dviejų susidūrimų, yra lygus pilnutinio nulėktojo atstumo x ir susidūrimų skaičiaus santykiui. Kadangi susidūrimų skaičius lygus dalelių skaičiui N minėtame „vamzdyje“, tai laisvasis kelias lygus

$$l = \frac{x}{N} = \frac{x}{\sigma xn} = \frac{1}{\sigma n}. \quad (3.1.6)$$

Reikia turėti omenyje, kad sąvoka „laisvasis kelias“ nusako dalelės *laisvojo* judėjimo kelią, t. y. atstumą, kurį dalelė nueina tarp dviejų *bet kokios rūšies* sąveikų. Todėl, griežtai kalbant, (3.1.6) reiškinys turi laisvojo kelio prasmę tik tada, kai σ yra *pilnutinis* sąveikos skerspjūvis. Jeigu (3.1.6) reiškinyje vietoj pilnutinio sąveikos skerspjūvio σ naudojamas dalinis skerspjūvis, kuris nusako vienos konkrečios rūšies sąveiką, tada gautojo dydžio prasmė – vidutinis dalelės kelias tarp dviejų *duotosios rūšies* susidūrimų. Jeigu egzistuoja keli sąveikos vyksmai, tada šis kelias nėra „laisvas“ tikrąja to žodžio prasme, nes tarp dviejų tos rūšies susidūrimų yra galimi ir kitų rūšių susidūrimai. Tačiau, kad būtų trumpiau, šis kelias taip pat kartais vadinamas „laisvuju keliu“ (duotosios rūšies susidūrimų atžvilgiu), nors jis visada yra didesnis už tikrąjį laisvąjį kelią (jeigu yra galimi kitų rūšių susidūrimai). Iš (3.1.2) ir (3.1.6) išplaukia, kad tikrajam laisvajam keliui l atvirkštinis dydis yra lygus atvirkštinių „dalinių“ laisvųjų kelių sumai:

$$\frac{1}{l} = \sum_i \frac{1}{l_i}; \quad (3.1.7)$$

čia l_i yra vidutinis dalelės kelias tarp dviejų i -tosios rūšies susidūrimų.

Duotojo įvykio skerspjūvio σ ir taikinio dalelių koncentracijos n sandauga σn vadinama to įvykio *makroskopiniu skerspjūviu* (Σ). Taigi, galima teigti, kad makroskopinis skerspjūvis yra taikinio tūrio vienetą atitinkantis sąveikos skerspjūvis. Pagal (3.1.1) makroskopinis skerspjūvis nusako duotosios rūšies sąveikos įvykio tikimybę krintančios dalelės kelio vienetui, o pagal (3.1.4) makroskopinis skerspjūvis yra lygus atvirkštiniam vidutiniam keliui tarp dviejų duotosios rūšies susidūrimų:

$$\Sigma = \frac{dP}{dx} = \sigma n = \frac{1}{l}. \quad (3.1.8)$$

Tam tikrais atvejais makroskopinis skerspjūvis yra lygus spinduliuotės silpimo koeficiento komponentei, kuri susijusi su duotosios rūšies sąveika (toks atvejis aptariamas laboratorinio darbo Nr. 10 teorinėje dalyje kalbant apie γ spinduliuotės silpimą medžiagoje).

Dažnai mus domina ne vienos krintančiosios dalelės sąveikos su taikiniu tikimybė, o pilnutinis sąveikos įvykių skaičius per laiko vienetą duotajame tūryje V . Vienos krintančiosios dalelės sąveikos su taikiniu tikimybė per laiko vienetą (dP/dt) gaunama padalijus (3.1.1) lygybę iš laiko dt , per kurį dalelės nueina atstumą dx . Taigi,

$$\frac{dP}{dt} = \sigma n v; \quad (3.1.9)$$

čia v yra krintančiosios dalelės greitis. Sąveikos įvykių skaičių duotajame tūryje V per laiko vienetą pažymėsime raide R („reakcijos sparta“). Šis dydis lygus pilnutinio krintančiųjų dalelių skaičiaus tūryje V ir vienos dalelės sąveikos tikimybės per laiko vienetą dP/dt sandaugai. Jeigu krintančiųjų dalelių koncentracija n_{kr} yra pastovi, jų skaičius tūryje V yra lygus $n_{kr}V$. Vadinasi,

$$R = \sigma n v n_{kr} V = \sigma N v n_{kr} = \sigma N j = \Sigma V j; \quad (3.1.10)$$

čia $N = nV$ yra taikinio dalelių skaičius tūryje V , o $j = v n_{kr}$ yra krintančiųjų dalelių srauto tankis (dalelių skaičius ploto vienetui per laiko vienetą).

Sąveikos (reakcijos) produktai (pvz., išsklaidytieji neutronai arba fotonai, kurie emituojami spinduliuojamojo neutrono pagavimo metu) gali išlėkti įvairiomis kryptimis. Dažnai sąveikos produktų (antrinių dalelių) išlėkimo krypties kampinis pasiskirstymas suteikia informacijos apie taikinio daleles arba apie sąveikos prigimtį. Siekiant apibūdinti šį kampinį pasiskirstymą, vartojama diferencialinio sąveikos skerspjūvio sąvoka. Diferencialinis sąveikos skerspjūvis apibrėžiamas šitaip. Tarkime, kad tikimybė dP , kuri yra (3.1.1) lygybės kairiojoje pusėje, yra ne bet kurio duotosios rūšies sąveikos įvykio tikimybė, o tik tokio įvykio, po kurio dalelė išlekia į nykstantįjį erdvinį kampą $d\Omega$ duotąja kryptimi, kurią nusako kampai θ ir ϕ (žr. 3 pav.). [Erdvinis kampas Ω – tai sferos segmento ploto ir sferos spindulio kvadrato santykis. Kadangi r spindulio sferos plotas yra $4\pi r^2$, tai didžiausia galima Ω reikšmė yra 4π .]

Kadangi $d\Omega$ yra nykstamasis dydis, tai ir tokio įvykio skerspjūvis yra nykstamasis dydis $d\sigma$. Dydžių $d\sigma$ ir $d\Omega$ santykis $d\sigma/d\Omega$ vadinamas **diferencialiniu sąveikos skerspjūviu** arba **kampiniu sąveikos skerspjūviu**.

Jį žymėsime σ_Ω . Taigi, diferencialinis skerspjūvis yra antrinės dalelės išlėkimo į vienetinį erdvinį kampą duotąja kryptimi (θ, ϕ) skerspjūvis. Diferencialinis skerspjūvis išreiškiamas barnais steradianui (b/sr). Kaip parodyta 3 pav., θ yra kampas tarp krintančiosios dalelės krypties ir antrinės dalelės išlėkimo krypties (galimos vertės – nuo 0 iki π), o ϕ nusako pastarosios krypties projekciją į statmeną kritimo kryptčiai plokštumą (galimos vertės – nuo 0 iki 2π).

Jeigu pirminės dalelės judėjimo kryptį sutapatinsime su sferinės koordinatinių sistemos z ašies kryptimi, tada kampas θ yra tos koordinatinių sistemos polinis kampas, o kampas ϕ yra azimutinis kampas. Kampas θ kartais vadinamas **sklaidos kampu**. Pilnutinis („integralinis“) skerspjūvis lygus diferencialinio skerspjūvio integralui visų kryptčių atžvilgiu¹:

$$\sigma = \int \sigma_\Omega d\Omega \equiv \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sigma_\Omega \sin \theta d\theta. \quad (3.1.11)$$

Bendruoju atveju σ_Ω priklauso nuo abiejų kampų θ ir ϕ . Tačiau, kai krintančioji spinduliuotė nėra poliarizuota (t. y. kai krintančiųjų dalelių sukinių visos kryptys yra lygiavertės), σ_Ω priklauso tik nuo θ . Tada (3.1.11) formulė supaprastėja:

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi \sigma_\Omega \sin \theta d\theta. \quad (3.1.12)$$

Pagal (3.1.1) diferencialinį skerspjūvį galima išmatuoti šitaip. Į taikinio medžiagos sluoksnį, kurio storis w , nukreipiamas lygiagretus dalelių srautas Φ_0 (tai yra krintančiųjų dalelių skaičius per laiko vienetą). Išmatuojamas antrinių dalelių srautas $\Delta\Phi$ į duotąjį mažą erdvinį kampą $\Delta\Omega$ (tai yra tomis kryptimis išlėkusių antrinių dalelių skaičius per laiko vienetą). Santykis $\Delta\Phi/\Phi_0$ nusako sąveikos, po kurios antrinė dalelė išleikia į erdvinį kampą $\Delta\Omega$, tikimybę ΔP :

$$\Delta P = \Delta\Phi/\Phi_0. \quad (3.1.13)$$

Antra vertus, pagal (3.1.1) ši tikimybė lygi

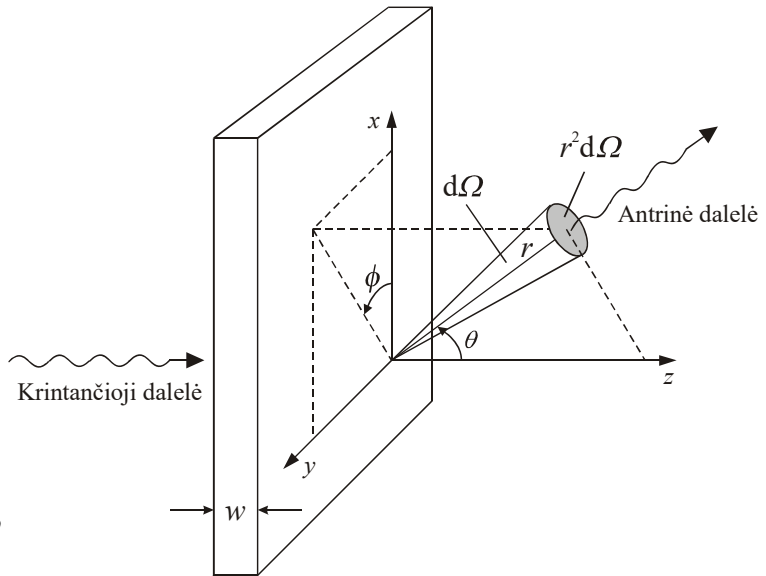
$$\Delta P = \Delta\sigma \cdot n \cdot w, \quad (3.1.14)$$

kur $\Delta\sigma$ yra išlėkimo į erdvinį kampą $\Delta\Omega$ skerspjūvis. Įrašę (3.1.14) į (3.1.13), gauname:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta\Phi}{\Phi_0 n w}. \quad (3.1.15)$$

Jeigu $\Delta\Omega$ yra pakankamai mažas, tada diferencialinį skerspjūvį duotąja kryptimi galima apskaičiuoti pagal apytikslę lygybę

$$\sigma_\Omega \approx \Delta\sigma/\Delta\Omega. \quad (3.1.16)$$



3 pav. Diferencialinio sąveikos skerspjūvio apskaičiavimui

¹ Pagal erdvinio kampo apibrėžtį sferos ploto elementas yra $r^2 d\Omega$. Sferinėse koordinatėse tas pats ploto elementas išreiškiamas šitaip: $r^2 \sin \theta d\theta d\phi$. Todėl $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$.

3.2. Jonizuojančiosios spinduliuotės rūšys

Jonizuojančioji spinduliuotė – tai subatominių dalelių (pvz., fotonų, elektronų, pozitronų, nukleonų, branduolių) srautas, kurio poveikis medžiagai pasireiškia tuo, kad medžiagos atomai yra jonizuojami, t. y. iš atomų yra išlaisvinami elektronai. Norint išlaisvinti elektroną iš atomo, reikia atlikti tam tikrą darbą. Šis darbas yra lygus spinduliuotės dalelių arba dėl spinduliuotės poveikio atsiradusių antrinių elektringųjų dalelių kinetinės energijos sumažėjimui. Todėl atomo jonizavimas tampa galimas tik tada, kai spinduliuotės dalelių arba antrinių dalelių energija yra didesnė už tam tikrą ribinę vertę – atomo **jonizacijos energiją**, kuri lygi atomo elektronų *mažiausiai* ryšio energijai. Ši energija dažniausiai yra 10 eV eilės ($1 \text{ eV} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

Jonizuojančioji spinduliuotė gali būti įvairios prigimties. **Tiesiogiai jonizuojančiąją spinduliuotę** sudaro didelės energijos elektringosios dalelės, kurios jonizuoja medžiagos atomus dėl Kulono sąveikos su jų elektronais. Tai, pvz., yra elektronai (beta spinduliuotė), ^4He branduoliai (alfa spinduliuotė), kiti branduoliai. **Netiesiogiai jonizuojančiąją spinduliuotę** sudaro neutraliosios dalelės, kurios tiesiogiai nejonizuoja atomų arba daro tai palyginti retai, tačiau, sąveikaudamos su aplinka, gali sukurti didelės energijos laisvasias elektringasias daleles, kurios daug lengviau tiesiogiai jonizuoja atomus. Tai, pvz., yra didelės energijos fotonai (ultravioletinė, rentgeno ir gama spinduliuotė) ir bet kokios energijos neutronai. Įvairių rūšių spinduliuotės dalelių energijos yra pateiktos dviejose lentelėse toliau (1 lentelėje yra paminėtos ir mažesnių fotono energijų elektromagnetinės spinduliuotės rūšys).

1 lentelė. Elektromagnetinių bangų skalė

Spekto sritis	Apytikslis bangos ilgių diapazonas	Apytikslis fotono energijų diapazonas
Radijo bangos	100000 km – 1 mm	$1 \cdot 10^{-14} \text{ eV} - 0,001 \text{ eV}$
Infraraudonieji spinduliai	1 mm – 0,75 μm	0,001 eV – 1,7 eV
Regimoji šviesa	0,75 μm – 0,4 μm	1,7 eV – 3,1 eV
Jonizuojančioji elektromagnetinė spinduliuotė:		
Ultravioletiniai spinduliai	0,4 μm – 10 nm	3,1 eV – 100 eV
Rentgeno spinduliai	10 nm – 0,001 nm	100 eV – 1 MeV
Gama (γ) spinduliai	< 0,1 nm	> 10 keV

2 lentelė. Dalelinės jonizuojančiosios spinduliuotės energija

Spinduliuotės rūšis	Apytikslis dalelių energijų diapazonas
Alfa (α) dalelės (^4He branduoliai)	4 MeV – 9 MeV
Beta (β) dalelės (elektronai ir pozitronai)	10 keV – 10 MeV
Šiluminiai neutronai	< 0,4 eV
Tarpiniai neutronai	0,4 eV – 200 keV
Greitieji neutronai	> 200 keV
Branduolių skeveldros ir atatrakos branduoliai	1 MeV – 100 MeV

Dalelių sąveikos su medžiaga ypatybės priklauso nuo dalelių prigimties (tiksliau, nuo jų masės ir elektros krūvio). Todėl pagrindinius sąveikos vyksmus patogiausia nagrinėti atskirai šių jonizuojančiosios spinduliuotės tipų:

- 1) sunkiosios elektringosios dalelės,
- 2) lengvosios elektringosios dalelės,
- 3) fotonai (neturinčios elektros krūvio dalelės, kurių rimties masė lygi nuliui),
- 4) neutronai (neturinčios elektros krūvio sunkiosios dalelės).

3.3. Elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga

3.3.1. Sunkiųjų elektringųjų dalelių sąveika su medžiaga

Sunkiosiomis dalelėmis branduolio fizikoje vadinamos dalelės, kurių masė yra daug didesnė už elektrono masę ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg). Tai, pvz., yra protonas (krūvis $+e$, masė $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg) ir įvairių elementų atomų branduoliai (pvz., ${}^4\text{He}$ branduolys, kuris sudarytas iš dviejų protonų ir dviejų neutronų).

Kai spinduliuotė sudaryta iš elektringųjų dalelių, pagrindinė spinduliuotės poveikio medžiagai charakteristika yra jos dalelių vidutiniai energijos nuostoliai kelio vienetui. Šis dydis vadinamas **ilgine stabdymo geba** ir žymimas raide S . Kitas ilginės stabdymo gebos žymuo yra $-dE/dx$ arba $|dE/dx|$ (toks žymuo atspindi ilginės stabdymo gebos matematinę prasmę: tai yra dalelės energijos išvestinė kelio atžvilgiu su minuso ženklu). Dažnai elektringųjų dalelių energijos nuostoliai kelio vienetui apibūdinami ne ilgine stabdymo geba, o dydžiu, kuris lygus ilginės stabdymo gebos ir atomų koncentracijos n_a santykiui. Šis dydis vadinamas **atominė stabdymo geba**:

$$S_a(E) = -\frac{1}{n_a} \frac{dE}{dx} \equiv \frac{S(E)}{n_a}. \quad (3.3.1)$$

Atominė stabdymo geba $S_a(E)$ yra lygi dalelės sąveikos su atomu skerspjūvio σ_a ir vidutinio energijos sumažėjimo tos sąveikos metu δE sandaugai. Įsitikinsime tuo. Pagal sąveikos skerspjūvio apibrėžtį (3.1.1) vidutinis dalelės energijos sumažėjimas, kai dalelė pasislenka atstumu dx , yra lygus

$$dE = -\delta E dP = -\delta E \sigma_a n_a dx.$$

Padaliję šios lygybės abi puses iš $-n_a dx$ ir atsižvelgę į (3.3.1), išvedame:

$$S_a(E) = \delta E \cdot \sigma_a(E). \quad (3.3.2)$$

Iš (3.3.1) ir (3.3.2) lygybių išplaukia sąryšis tarp atominio sąveikos skerspjūvio σ_a ir ilginės stabdymo gebos S :

$$\sigma_a(E) = \frac{S(E)}{n_a \delta E}. \quad (3.3.3)$$

Sunkiųjų elektringųjų dalelių (ir elektronų, kurių energijos neviršija kelių MeV) energijos nuostolius medžiagoje sąlygoja **netamprieji kuloniniai susidūrimai su atomais**, kurių metu atomai yra arba jonizuojami, arba sužadunami (t. y. atomų elektronai yra arba išlaisvinami iš atomų, arba perkeltami į aukštesnius atominius energijos lygmenis). Tokie energijos nuostoliai vadinami **jonizaciniais energijos nuostoliais**, o atitinkama ilginė stabdymo geba vadinama **jonizacine ilgine stabdymo geba**. Minėtieji susidūrimai vadinami netampriaisiais todėl, kad jų metu pakinta atomo vidinė būseną (t. y. jo vidinė energija arba sudėtis).

Šalia netampriųjų kuloninių susidūrimų su atomais yra galimi **tamprieji kuloniniai susidūrimai su atomų branduoliais**. Toks susidūrimas vadinamas tampriuoju todėl, kad, jam įvykus, pakinta tik dalelės ir atomo slenkamojo judėjimo kinetinės energijos, tačiau nepakinta jų vidinės energijos (t. y. atomas nėra jonizuojamas arba sužadinas). Vidutinis sunkiosios elektringosios dalelės energijos sumažėjimas dėl tampriųjų kuloninių susidūrimų su atomų branduoliais yra daug mažesnis negu vidutinis energijos sumažėjimas dėl netampriųjų kuloninių susidūrimų su medžiagos atomais. Tačiau tamprieji susidūrimai su branduoliais yra pagrindinis veiksnys, dėl kurio sunkiųjų elektringųjų dalelių trajektorija medžiagoje skiriasi nuo tiesės.

Atomai, kurie yra sužadunami ir jonizuojami dėl sąveikos su greitąja elektringąja dalele, yra arti krintančiosios dalelės trajektorijos (~ 10 tarpatominių atstumų iki trajektorijos). Medžiagos atomų jonizavimą, kai į ją patenka greita sunkioji elektringoji dalelė, galima įsivaizduoti kaip elektronų „išplėšimą“ iš atomų veikiant krintančiosios dalelės elektriniam laukui. Kad toks „išplėšimas“ galėtų įvykti, elektrinis laukas turi būti pakankamai stiprus, t. y. jonizacijos srities skersiniai matmenys yra tuo didesni, kuo didesnis dalelės krūvis. Be to, elektrinis laukas turi pakankamai greitai kisti, t. y. dalelės greitis turi būti pakankamai didelis.

Elektronai, kuriuos dalelė išmušė iš medžiagos atomų (**antriniai elektronai**), praranda savo energiją taip pat kaip ir pirminė elektringoji dalelė, t. y. sužadindami ir jonizuodami medžiagos atomus. Kai kurie antriniai elektronai nutolsta nuo pirminės dalelės trajektorijos ir jonizuoja atomus toje erdvės srityje, kurios jau „nepasiekia“ pirminės dalelės elektrinis laukas. Antriniai elektronai, kurių energija yra pakankama kitų atomų jonizavimui, kartais yra vadinami **delta spinduliais**. Delta spinduliai „tarpininkauja“ perduodant krintančiosios dalelės energiją medžiagai. Tipiškomis sąlygomis krintančioji elektringoji dalelė didžiąją energijos dalį praranda dėl delta spindulių. Erdvės sritis, kurioje vyksta didžioji dalis joni-

zacijos vyksmų (ir atitinkamų cheminių virsmų), vadinama dalelės „pagrindiniu pėdsaku“. Pagrindiniu pėdsaku laikoma erdvės sritis aplink pirminės dalelės trajektoriją, kurioje visą savo energiją praranda tie antriniai elektronai, kurių energija mažesnė už 100 eV. T. y. pagrindinio pėdsako spindulys lygus sumai atstumo, kuriame pasireiškia jonizavimas pirminės dalelės lauku, ir 100 eV energijos elektronų siekio. Šis siekis yra palyginti mažas, todėl visi jonizuoti atomai yra susitelkę arti krintančiosios dalelės trajektorijos.

Kiekvieno sužadavimo arba jonizavimo metu sunkioji dalelė praranda tik mažą savo energijos dalį. Tuo galima įsitikinti pasinaudojus energijos ir judesio kiekio tvermės dėsniais, iš kurių išplaukia, kad didžiausia energija, kurią elektronui gali perduoti krintančioji dalelė, yra lygi $4m_e E/M$; čia M yra krintančiosios dalelės masė, o E yra jos kinetinė energija. Iš tų pačių dėsnų išplaukia, kad didžiausias galimas krintančiosios dalelės kampinis nuokrypis nuo pradinės judėjimo krypties yra lygus m_e/M . Kadangi M yra 3 eilėmis didesnė už m_e (pvz., plg. protono ir elektrono mases, kurios pateiktos anksčiau), tai sunkiosios dalelės energijos pokytis dėl pavienio netampriojo kuloninio susidūrimo yra labai mažas, o jos judėjimo trajektorija yra beveik tiesi.

Jeigu krintančiųjų dalelių energija yra mažesnė už 50 MeV, tada nagrinėjant sunkiųjų elektringųjų dalelių atvejį pakanka atsižvelgti tik į du anksčiau minėtus sąveikos vyksmus: netamprioji Kulono sąveika su atomais ir tamprioji Kulono sąveika su branduoliais. Be to, energijos nuostolius daugiausia sąlygoja pirmasis iš šių vyksmų (antrasis sąlygoja tik skirtingų dalelių judėjimo krypčių išsibarstymą). Šiuo atveju ilginę stabdymo gebą galima apskaičiuoti palyginti paprastai. Išvesime teorinę formulę, kuri susieja jonizacinę ilginę stabdymo gebą su krintančiosios elektringosios dalelės mase, krūviu ir energija bei medžiagos tankiu, atominiu numeriu ir vidutine atomo sužadavimo arba jonizacijos energija. Remsimės šiomis trimis prielaidomis:

1. Krintančiosios dalelės ir medžiagos elektrono sąveiką galima aprašyti klasikinės mechanikos metodais. Klasikiniai metodai tinka, jeigu dalelės kinetinė energija yra pakankamai didelė.
2. Skaičiavimuose medžiagos elektronus galima laikyti laisvais (nors iš tikrųjų jie priklauso atomams).
3. Sąveikos trukmė yra tokia maža, kad jos metu medžiagos elektronas praktiškai nepasislenka iš vietos.

x ašį nukreipsime krintančiosios dalelės judėjimo kryptimi, o koordinatės atskaitos tašku laikysime tašką, kuriame dalelė labiausiai suartėja su elektronu (žr. 4 pav.). Pralėkdama pro nejudantį elektroną, krintančioji dalelė nuolat veikia jį Kulono jėga F , kuri nukreipta išilgai dalelės jungiančios tiesės (žr. 4 pav.). Šios jėgos modulis lygus

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ze^2}{x^2 + b^2}; \quad (3.3.4)$$

čia z yra krintančiosios dalelės krūvis elementariojo krūvio e vienetais, o b yra atstumas tarp elektrono ir tiesės, kuriai priklauso krintančiosios dalelės pradinio greičio vektorius (šis atstumas vadinamas *smūgio parametru*). Sąveikos metu elektronui perduotas pilnutinis judesio kiekis yra lygus

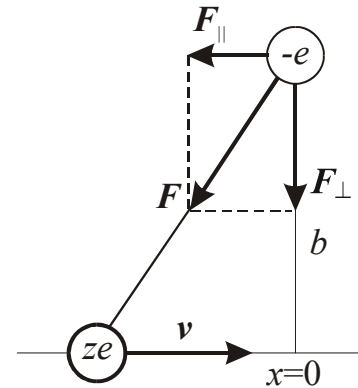
$$\mathbf{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F} dt. \quad (3.3.5)$$

Jėgos vektorių F galima išskaidyti į lygiagrečiąją komponentę F_{\parallel} ir statmenąją komponentę F_{\perp} (žr. 4 pav.). Kadangi sunkiosios dalelės greitis sąveikos metu beveik nepakinta, o „apšaudomasis“ elektronas sąveikos metu beveik nepasislenka iš vietos, tai lygiagrečiosios komponentės integralas laiko atžvilgiu lygus nuliui:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\parallel} dt = 0. \quad (3.3.6)$$

Taip yra todėl, kad šio integralo vertės dalelių suartėjimo metu ($t < 0$) ir dalelių nutolimo metu ($t > 0$) kompensuoja viena kitą. Vadinasi, judesio kiekis, kurį gauna elektronas, yra statmenas krintančiosios dalelės trajektorijai ir lygus

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt. \quad (3.3.7)$$



4 pav. Atomo jonizavimo sunkiosios elektringosios dalelės elektriniu lauku klasikinis modelis. ze – krintančiosios dalelės krūvis, $-e$ – atomo elektrono krūvis

Pasinaudojus dalelės greičio v pastovumu, galima pereiti nuo integravimo laiko t atžvilgiu prie integravimo koordinatės $x = vt$ atžvilgiu:

$$p = \frac{1}{v} \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dx. \quad (3.3.8)$$

Apskaičiavę šį integralą, gauname:

$$p = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{ze^2}{bv}. \quad (3.3.9)$$

Energija, kurią gavo elektronas (t. y. krintančiosios dalelės energijos nuostoliai sąveikos metu) yra lygi

$$\Delta E = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{1}{8\pi^2\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4}{m_e v^2 b^2}. \quad (3.3.10)$$

Dalelės energijos nuostoliai dėl sąveikos su medžiagos elektronais, esančiais žiediniame b spindulio, db pločio ir dx storio sluoksnyje aplink dalelės trajektoriją (žr. 5 pav.), yra lygūs (3.3.10) reiškinio ir elektronų skaičiaus šiame sluoksnyje sandaugai. Šis elektronų skaičius lygus elektronų koncentracijos n ir šio sluoksnio tūrio $2\pi b \cdot db \cdot dx$ sandaugai. Norint apskaičiuoti jonizacinę ilginę stabdymo gebą, reikia sudėti visų tokių „žiedų“, sudarančių dx storio medžiagos sluoksnį, poveikius ir gautąją sumą padalyti iš sluoksnio storio dx . T. y. jonizacinę ilginę stabdymo gebą yra lygi integralui

$$S_{\text{jon}} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{p_e^2}{2m_e} n 2\pi b db. \quad (3.3.11)$$

Irašę (3.3.10) reiškinį į (3.3.11) integralą, matome:

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4 n}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}. \quad (3.3.12)$$

Taigi, lieka tik apskaičiuoti didžiausią ir mažiausią atstumo b vertę ((3.3.11) integralo rėžius). Aišku, kad tikroji atstumo b vertė gali būti bet kokia (nuo 0 iki ∞), nes ji priklauso tik nuo krintančiosios dalelės judėjimo krypties bei nuo krintančiosios dalelės ir medžiagos elektrono padėčių, kurios gali būti bet kokios. Tačiau akivaizdu, kad, skaičiuojant (3.3.12) reiškinį, vertės $b_{\min} = 0$ ir $b_{\max} = \infty$ neturi prasmės. Tokį rezultatą gavome dėl atvirkštinio proporcingumo sąryšio tarp energijos nuostolių vieno susidūrimo metu E ir atstumo b kvadrato (3.3.10). Šis sąryšis savo ruožtu išplaukia iš minėtų trijų išankstinių prielaidų. Tačiau šios prielaidos galioja tik tam tikrame b verčių intervale. Todėl ir (3.3.12) išraiška galioja tik tada, kai integruojama b verčių intervale, kuriame galioja minėtosios prielaidos. Integravimo rėžiai b_{\min} ir b_{\max} yra šio intervalo ribos. Norint, kad (3.3.12) formulė būtų pakankamai tiksli praktiniams taikymams, šis intervalas turi būti kuo platesnis, t. y. b_{\min} turi būti kuo mažesnis, o b_{\max} – kuo didesnis. Tada, kai $b > b_{\max}$, sąveika tampa tokia silpna, kad krintančioji dalelė nepraranda energijos (atomas nėra nei sužadinas, nei jonizuojamas), o sąveikos įvykių su $b < b_{\min}$ skaičius tampa toks mažas, kad jų įtakos energijos nuostoliams galima nepaisyti (mažėjant b_{\min} , mažėja ir tikimybė, kad krintančioji dalelė pralėks pro medžiagos elektroną atstumu $b < b_{\min}$). Todėl integravimas nuo 0 iki b_{\min} ir nuo b_{\max} iki ∞ tampa nereikalingas.

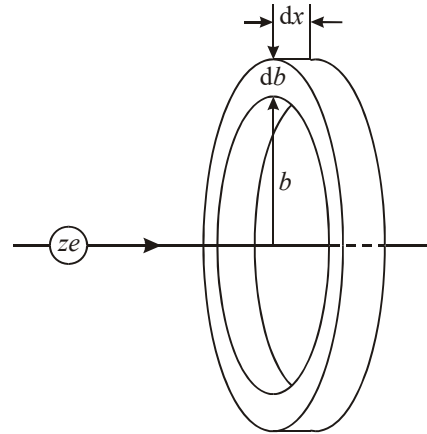
Dydžius b_{\min} ir b_{\max} išreikšime dalelės greičiu v bei medžiagos atomų vidutine sužadavimo energija \bar{I} . Ši energija – tai visų galimų atomo sužadavimo ir jonizavimo vyksmų mažiausių energijų vidurkis. \bar{I} priklauso nuo elemento atominio numerio Z . Egzistuoja kelios empirinės šios priklausomybės išraiškos. Kiekviena jų yra optimizuota tam tikram Z verčių intervalui. Pvz., elementams, kurių $Z > 47$, galioja empirinė formulė

$$\bar{I} \approx 8,8 Z \text{ [eV]}. \quad (3.3.13a)$$

Empirinė \bar{I} išraiška, kuri galioja visoms Z vertėms, yra šitokia:

$$\bar{I} \approx 9,2 \cdot Z + 4,5 \cdot Z^{1/3} \text{ [eV]}. \quad (3.3.13b)$$

Apskaičiuojant lengvųjų atomų vidutinę sužadavimo energiją, (3.3.13b) formulė yra tikslesnė už (3.3.13a), o sunkiųjų elementų (3.3.13a) formulė yra šiek tiek tikslesnė už (3.3.13b).



5 pav. Elektringosios dalelės jonizaciniams energijos nuostoliams skaičiuoti

Jonizacinę ilginę stabdymo gebą išreikšime dviem būdais – apytiksliai (tačiau paprastu) ir tiksliai (tačiau sudėtingesniu).

I būdas (apytikslis). Apskaičiuojant santykį b_{\max}/b_{\min} , kuris įeina į (3.3.12), galima pasinaudoti tuo, kad, kaip išplaukia iš (3.3.10), krintančiosios dalelės energijos nuostoliai vieno susidūrimo metu yra atvirkščiai proporcingi atstumo b kvadratui. Kitaip sakant, atstumas b yra atvirkščiai proporcingas šakniai iš energijos nuostolių. Todėl didžiausio ir mažiausio atstumų santykio logaritmą, kuris įeina į (3.3.12), galima išreikšti didžiausių ir mažiausių energijos nuostolių santykio logaritmu:

$$\ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\Delta E_{\max}}{\Delta E_{\min}}. \quad (3.3.14)$$

Nereliatyvistiniame artinyje didžiausioji energija ΔE_{\max} , kurią gali įgyti išlaisvintasis iš atomo elektronas, yra lygi

$$\Delta E_{\max} = 4m_e E/M = 2m_e v^2;$$

čia E yra krintančiosios dalelės kinetinė energija (ši lygybė išplaukia iš energijos ir judesio kiekio tvermės dėsnų). Apskaičiuojant mažiausiąją energiją ΔE_{\min} , reikia atsižvelgti į tai, kad elektronas priklauso atomui. Tarkime, yra vienoda tikimybė, kad dalelė sąveikaus su bet kuriuo elektronų sluoksniu (ir su vidiniais elektronais, ir su valentiniais elektronais). Tada mažiausioji energija, kurią gali prarasti dalelė, sužadinama arba jonizuodama atomą, yra apytiksliai lygi atomo elektrono vidutinei sužadinimo energijai \bar{I} :

$$\Delta E_{\min} = \bar{I}. \quad (3.3.15)$$

Todėl

$$\ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{I}}. \quad (3.3.16)$$

Įrašę (3.3.16) į (3.3.12), gauname tokią ilginę jonizacinę stabdymo gebos išraišką:

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4 n}{m_e v^2} \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{I}}. \quad (3.3.17)$$

Toks skaičiavimo būdas yra apytikslis, nes buvo laikoma, jog (3.3.10) sąryšis galioja visame intervale nuo ΔE_{\min} iki ΔE_{\max} . Tačiau medžiagos elektrono energijos vertė $\Delta E = \Delta E_{\max}$ pasiekama tik tada, kai smūgis centrinis ($b = 0$). Tada (3.3.10) reiškinys artėja į begalybę. Vadinasi, b_{\min} vertės, kuri atitinka $\Delta E = \Delta E_{\max}$, negalima skaičiuoti pagal (3.3.10) formulę. Šis prieštaravimas atsirado dėl to, kad, esant tokiems mažiems smūgio parametrui b , jau negalima tvirtinti, kad elektronas sąveikos metu nepasislenka iš vietos, t. y. nustoja galioti viena iš prielaidų, kuriomis remiantis buvo gauta išraiška (3.3.10).

II būdas (tikslus). Smulkiau aptarsime kiekvieną iš anksčiau minėtų trijų prielaidų:

1. *Krintančiosios dalelės ir atomo elektrono sąveiką galima aprašyti klasikiniiais metodais.* Sąveikaujančių dalelių sistemos klasikinis aprašymas leistinas tada, kai atstumo tarp dalelių ir jų pilnutinio judesio kiekio modulio (abiejų dalelių masės centro sistemoje) neapibrėžtumai yra daug mažesni už jų vidurkius. Pagal Heizenbergo nelygybę minėtų neapibrėžtumų sandauga yra \hbar eilės. Dalelių sąveikos metu atstumas tarp dalelių yra tos pačios eilės kaip smūgio parametras b (žr. 4 pav.). Taigi, klasikinis aprašymas leistinas tada, kai

$$p_{\Sigma} b \gg \hbar; \quad (3.3.18)$$

čia p_{Σ} yra sąveikaujančių dalelių pilnutinis judesio kiekis masės centro sistemoje, kuris lygus dalelių reliatyviojo greičio ir jų redukuotosios masės sandaugai. Jeigu krintančiosios dalelės masė yra daug didesnė už elektrono masę, tada redukuotoji masė apytiksliai lygi elektrono masei m_e . T. y. $p_{\Sigma} \approx m_e v$; čia v yra krintančiosios dalelės greitis. Jeigu v yra artimas šviesos greičiui, tada judesio kiekio p_{Σ} išraiškoje reikia rašyti elektrono reliatyvistinę masę $m_e / \sqrt{1 - \beta^2}$, kur $\beta \equiv v/c$ yra krintančiosios dalelės greičio ir šviesos greičio c santykis. Todėl (3.3.18) nelygybę galima užrašyti šitaip:

$$b > b_{\min} = \frac{\hbar}{p_{\Sigma}} = \frac{\hbar}{m_e v} \sqrt{1 - \beta^2} \approx 1,16 \cdot 10^{-4} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{v}; \quad (3.3.19)$$

čia greitis v išreikštas m/s, o smūgio parametras b – metrais.

2. *Medžiagos elektronus galima laikyti laisvais*, t. y. galima nepaisyti jų ryšio energijos atome. Ši prielaida reiškia, kad dalelės ir elektrono sąveikos trukmė τ turi būti daug mažesnė už elektrono apsisukimo

aplink atomo branduolį trukmę $1/\bar{\nu}$, kur $\bar{\nu}$ yra vidutinis elektrono apsisukimų aplink branduolį dažnis. Šis dažnis susijęs su vidutine atomo sužadavimo energija \bar{I} šitaip: $\bar{I} = h\bar{\nu}$; čia h yra Planko konstanta. Vadinasi, sąveikos trukmė τ turi atitikti sąlygą

$$\tau \ll 1/\bar{\nu} = h/\bar{I} \equiv 2\pi\hbar/\bar{I} \quad \text{arba} \quad \tau < \hbar/\bar{I};$$

čia $\hbar = h/(2\pi)$ yra mažoji Planko konstanta. Sąveikos trukmė τ apytiksliai lygi smūgio parametro b ir dalelės greičio v santykiui: $\tau = b/v$. Reliatyvistinė pataisa išreiškiama papildomu daugikliu $\sqrt{1-\beta^2}$:

$$\tau = \frac{b}{v}\sqrt{1-\beta^2} \quad (3.3.20)$$

(t. y. dėl reliatyvistinių efektų sąveikos trukmė sumažėja). Todėl antrąją prielaidą galima užrašyti taip:

$$b < b_{\max} = \frac{\hbar v}{\bar{I}\sqrt{1-\beta^2}} \approx \frac{\hbar v}{8,8Z\sqrt{1-\beta^2}} \approx 7,5 \cdot 10^{-17} \frac{v}{Z\sqrt{1-\beta^2}}; \quad (3.3.21)$$

čia greitis v išreikštas m/s, o atstumas b – metrais.

3. *Aplinkos atomų elektronai beveik nepasislenka sąveikos metu*, t. y. juos galima laikyti nejudančiais. Galima įrodyti, kad ši sąlyga galioja visada, kai galioja (3.3.19) ir (3.3.21) nelygybės. T. y. trečioji prielaida išplaukia iš pirmųjų dviejų.

Iš (3.3.19) ir (3.3.21) formulių išplaukia, kad, didėjant krintančiosios dalelės greičiui v , b_{\min} mažėja, o b_{\max} didėja, t. y. šių prielaidų galiojimo intervalas plečiasi. Esant pakankamai dideliame dalelės greičiui, intervalas $b_{\min} < b < b_{\max}$ apima praktiškai visas svarbias atstumo b vertes.

Irašę b_{\min} ir b_{\max} išraiškas (3.3.19) ir (3.3.21) į (3.3.12), išvedame galutinę jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraišką:

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4 n}{m_e v^2} \ln \frac{m_e v^2}{\bar{I}(1-\beta^2)}. \quad (3.3.22)$$

Egzistuoja keletas patikslintų šios formulės variantų, pvz.,

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4 n}{m_e v^2} \left\{ \ln \frac{2m_e v^2}{\bar{I}(1-\beta^2)} - \beta^2 \right\}. \quad (3.3.23)$$

Šią formulę 1930 m. išvedė vokiečių fizikas Hansas Betė (*Bethe*). Ši formulė galioja pakankamai tiksliai, kai dalelės greitis v yra didesnis už 10^7 m/s. Tai atitinka 300 eV energijos elektronus arba 2 MeV energijos α daleles.

Akivaizdu, kad nereliatyvistiniu atveju, kai $\beta \ll 1$ (t. y. kai dalelės greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį), (3.3.23) formulė tampa labai panaši į I būdu išvestą (3.3.17) formulę: skiriasi tik pastovus koeficientas prieš logaritmą. (3.3.23) formulėje tas koeficientas yra du kartus didesnis, negu (3.3.17) formulėje. Norint gauti teisingą nereliatyvistinę jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraišką I būdu, reikia vietoj ΔE_{\min} išraiškos (3.3.15) naudoti tokią išraišką:

$$\Delta E_{\min} = \frac{\bar{I}^2}{2m_e v^2}. \quad (3.3.24)$$

3.3.2. Elektronų sąveika su medžiaga

Elektronai, kaip ir sunkiosios elektringosios dalelės, medžiagoje praranda energiją dėl atomų jonizavimo ir sužadavimo (be to, kai elektronų energija yra pakankamai didelė, pasireiškia energijos nuostoliai dėl spinduliavimo, apie kuriuos bus kalbama vėliau). Kaip ir sunkiosios elektringosios dalelės, elektronai retkarčiais tampriai sąveikauja su atomų branduoliais. Krintantysis elektronas, susidūręs su medžiagos elektronu, gali prarasti didelę savo energijos dalį ir būti išsklaidytas dideliu kampu, nes abiejų susidūriantųjų dalelių masės yra vienodos². Elektronui sąveikaujant su branduoliu, elektrono energija praktiškai nepakinta (nes branduolio masė yra 4 eilėmis didesnė už elektrono masę), tačiau elektrono judėjimo krypties pokytis gali būti gana didelis. Dėl šių susidūrimų su medžiagos elektronais ir branduoliais elektronų judėjimo trajektorija medžiagoje yra netaisyklingos formos, – kitaip negu sunkiųjų elektringųjų dalelių.

² Tačiau iš energijos ir judesio kiekio tvermės dėsnių išplaukia, kad, susiduriant dviem vienodos masės dalelėms, iš kurių viena iki susidūrimo nejudėjo, krintančiosios dalelės sklaidos kampas negali būti didesnis už 90°.

Elektronų jonizacinių energijos nuostolių fizikinis mechanizmas yra praktiškai toks pat kaip ir sunkiųjų elektringųjų dalelių (tačiau, kai krintančioji dalelė yra elektronas, jėgų kryptys yra priešingos toms, kurios parodytos 4 pav.). Todėl elektronų jonizacinę ilginę stabdymo gebą taip pat galima apskaičiuoti pagal (3.3.12) formulę. Tačiau parametrus b_{\max} ir b_{\min} šioje formulėje reikia parinkti šiek tiek kitaip negu sunkiųjų dalelių. Kalbant apie elektronų sąveiką su medžiaga, jau negalima laikyti, kad sąveikos metu krintančioji dalelė juda tiesiai ir tolygiai. Jeigu krintančioji dalelė yra elektronas, tada vieno susidūrimo metu jo greitis ir judėjimo kryptis gali stipriai pasikeisti (dalelės judėjimo krypties pokytis dėl sąveikos su kita dalele vadinamas *sklaida*). Be to, elektronams susidūrus pasireiškia kvantiniai *pakaitiniai efektai*, kurie atsiranda dėl to, kad sąveikaujantieji elektronai yra neatskiriami vienas nuo kito (pvz., po susidūrimo, sukėlusio atomo jonizaciją, neįmanoma nustatyti, kuris iš dviejų išlekiančių elektronų yra krintantysis, o kuris – išlaisvintasis iš atomo). Atsižvelgus į šiuos veiksnius, gaunama šitokia elektronų jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiška (ją taip pat išvedė H. Betė):

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^4 n}{m_e v^2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left[\frac{m_e v^2 E}{2\bar{I}^2} \left(1 + \frac{E}{m_e c^2} \right)^2 \right] - \left(\sqrt{1-\beta^2} - \frac{1-\beta^2}{2} \right) \ln 2 + \frac{1-\beta^2}{2} + \frac{1}{16} \left(1 - \sqrt{1-\beta^2} \right)^2 \right\}. \quad (3.3.25)$$

Čia E yra elektrono reliatyvistinė kinetinė energija:

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_e c^2. \quad (3.3.26)$$

Palyginus sunkiųjų dalelių ir elektronų jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiškas (3.3.23) ir (3.3.25), akivaizdu, kad jos skiriasi tik daugikliu riestiniuose skliaustuose, kuris silpnai priklauso nuo dalelės greičio v ir nuo atomo vidutinės sužadavimo energijos \bar{I} . Daugiklio prieš riestinius skliaustus pavidalas abiejuose reiškiniuose yra vienodas (elektronų $z^2 = 1$). Todėl pagrindinės išvados apie jonizacinių nuostolių priklausomybę nuo krintančiosios dalelės greičio v ir nuo medžiagos elektronų koncentracijos n vienodai galioja ir sunkiosioms dalelėms, ir elektronams.

Krintantysis elektronas, kuloniškai sąveikaudamas su medžiagos elektronais ir branduoliais, dėl savo mažos masės gali įgyti didelį pagreitį. Yra žinoma, kad elektringoji dalelė, judėdama su pagreičiu, spinduliuoja elektromagnetinę spinduliuotę, kurios energijos srautas proporcingas pagreičio kvadratui. Todėl, sąveikaujant elektronams su medžiaga, atsiranda dar vienas energijos nuostolių procesas – energijos nuostoliai dėl spinduliavimo. Elektromagnetinė spinduliuotė, kuri atsiranda dėl šių energijos nuostolių, yra vadinama *stabdomąja spinduliuote*.

Stabdomosios spinduliuotės spektras yra ištisinis. T. y. stabdomosios spinduliuotės fotonų energijos tolygiai pasiskirsčiusios nuo 0 iki didžiausios vertės. Ši didžiausioji vertė yra lygi krintančiojo elektrono energijai, nes elektronas negali prarasti daugiau energijos negu jos turi. Taigi, didėjant krintančiojo elektrono energijai, didėja didžiausioji spinduliuojamų fotonų energija, o kartu didėja ir vidutinė fotonų energija. Tai reiškia, kad didėja energijos nuostoliai. Ilginė stabdymo geba, kurią sąlygoja energijos nuostoliai dėl spinduliavimo, yra lygi

$$S_{\text{rad}} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z(E + m_e c^2) n}{137 m_e^2 c^4} \left[4 \ln \frac{2(E + m_e c^2)}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right]; \quad (3.3.27)$$

čia E yra krintančiojo elektrono kinetinė energija. Šią stabdymo gebą patogiau išreikšti tokiu pavidalu:

$$S_{\text{rad}} = n(E + m_e c^2) \sigma_{\text{rad}}; \quad (3.3.28)$$

čia σ_{rad} yra nuostolių dėl spinduliavimo efektinis skerspjūvis, kuris silpnai priklauso nuo energijos. Dydį (3.3.28) vadinsime *radiacine ilgine stabdymo geba*. Šio dydžio išraišką (3.3.27) kaip ir jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiškas (3.3.23) ir (3.3.25) gavo H. Betė. Jeigu elektronų energija atitinka sąlygą $E + mc^2 \gg 137mc^2/Z^{1/3}$, tada σ_{rad} nepriklauso nuo energijos, o σ_{rad} vertė yra apytiksliai lygi $2 \cdot 10^{-31} Z^2 \ln(183/Z^{1/3})$ [m²]. Esant mažesnėms elektronų energijoms, σ_{rad} priklauso nuo energijos, tačiau ši priklausomybė yra silpna:

$$\sigma_{\text{rad}} \approx 6 \cdot 10^{-32} Z^2 \left[4 \ln \frac{2(E + m_e c^2)}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right] \quad [\text{m}^2]. \quad (3.3.29)$$

Energijos nuostolių dėl spinduliavimo ir jonizacinių energijos nuostolių santykį apytiksliai nusako formulė

$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{jon}}} \approx \frac{EZ}{1600m_e c^2}. \quad (3.3.30)$$

Turint omenyje, kad $m_e c^2 \approx 0,5 \text{ MeV}$, iš (3.3.30) išplaukia, kad nuostoliai dėl spinduliavimo viršija jonizacinius tada, kai krintančiojo elektrono energija viršija $800 / Z \text{ MeV}$. Pvz., jeigu sugėriklis sudarytas iš sunkiųjų elementų (pvz., švino), kai Z yra artimas 100, nuostoliai dėl spinduliavimo pradeda vyrauti, jau kai elektronų energija viršija 10 MeV. Aliuminio ($Z = 13$) jonizaciniai nuostoliai viršija nuostolius dėl spinduliavimo, kol elektrono energija yra mažesnė už 60 MeV.

3.3.3. Pagrindiniai veiksniai, kurie lemia jonizacinius energijos nuostolius

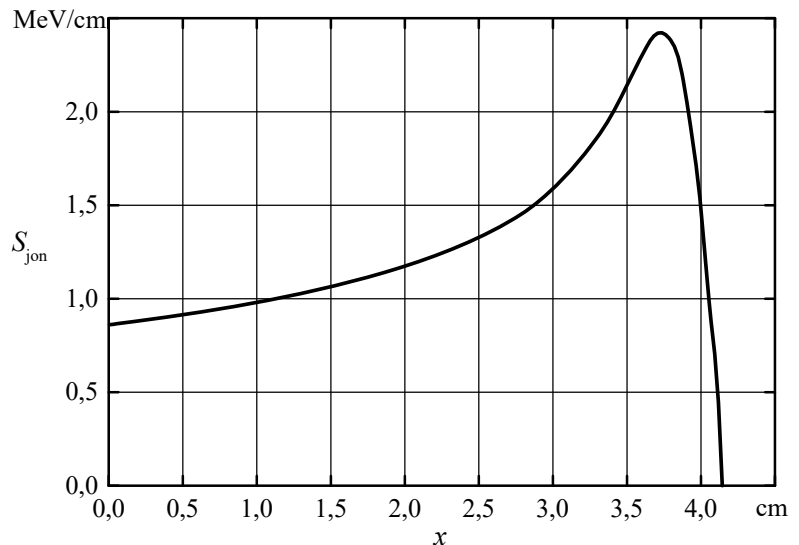
Apibendrinsime anksčiau gautus rezultatus, kurie susiję su elektringųjų dalelių jonizaciniais energijos nuostoliais.

Iš (3.3.23) ir (3.3.25) formulių išplaukia, kad jonizacinius energijos nuostolius lemia nedidelis skaičius fizikinių dydžių: krintančiosios dalelės greitis v ir krūvis z , elektronų skaičius tūrio vienetu n ir vidutinė atomo sužadavimo energija \bar{I} . Priklausomybė nuo \bar{I} yra logaritminė, t. y. gana silpna. Pvz., α dalelių, kurias spinduliuoja radioaktyvūs nuklidai, energija yra tarp 4 MeV ir 9 MeV. Tai atitinka v/c vertes nuo 0,046 iki 0,069. Tada daugiklis laužtiniuose skliaustuose (3.3.23) reiškinyje yra vienetų eilės. Pvz., kai v/c kinta nuo 0,046 iki 0,069, Li atomams ($Z = 3$, $\bar{I} \approx 34 \text{ eV}$) šis daugiklis kinta nuo 4,2 iki 5,0, o U atomams ($Z = 92$, $\bar{I} \approx 810 \text{ eV}$) jis kinta nuo 1,0 iki 1,8. Todėl, apskaičiuojant jonizacinės stabdymo gebos didumo eilę, dažniausiai pakanka apskaičiuoti tik daugiklį prieš skliaustus (3.3.23) reiškinyje.

Jonizacinės ilginės stabdymo gebos (3.3.23) stiprią priklausomybę nuo dalelės greičio v , krūvio z ir elektronų koncentracijos n galima paaiškinti šitaip. Dalelės energijos sumažėjimas vienos sąveikos metu yra proporcingas atomo elektronui perduotojo judesio kiekio kvadratui (tai išplaukia iš elektrono kinetinės energijos išraiškos judesio kiekiu). Šis judesio kiekis yra proporcingas sąveikos trukmei (žr. (3.3.5)), o pastaroji yra atvirkščiai proporcinga dalelės greičiui. Todėl jonizacinė ilginė stabdymo geba yra atvirkščiai proporcinga v^2 . Antra vertus, iš (3.3.5) išplaukia, kad elektronui perduotasis judesio kiekis yra proporcingas sąveikos jėgai, kuri pagal Kulono dėsnį yra proporcinga krintančiosios dalelės krūviui ze . Todėl jonizaciniai energijos nuostoliai yra tiesiog proporcingi z^2 . Vidutinis susidūrimų skaičius trajektorijos ilgio vienetu yra proporcingas medžiagos elektronų koncentracijai n , todėl ir jonizacinė ilginė stabdymo geba yra proporcinga n .

Lėtėjant elektringajai dalelei medžiagoje, jos ilginė jonizacinė stabdymo geba didėja: didžiąją dalį savo energijos dalelė praranda trajektorijos pabaigoje (žr. 6 pav.). Todėl dalelių pėdsakai branduolinėje emulsijoje yra storesni pėdsako gale negu pradžioje. Ilginės jonizacinės stabdymo gebos priklausomybė nuo dalelės nueito kelio medžiagoje vadinama **Brego kreive**³.

I (3.3.23) ir (3.3.25) formules neįeina krintančiosios dalelės masė. Tai reiškia, kad skirtingų masių dalelių, kurių greičių ir krūvių moduliai sutampa (pvz., vienodo greičio elektrono ir protono), jonizaciniai energijos nuostoliai kelio vienetui yra apytiksliai vienodi. Tačiau vienodos energijos elektrono ir protono jonizacinė ilginė stabdymo geba labai skiriasi. Taip yra todėl, kad duotosios energijos dalelės greitis stipriai priklauso nuo jos masės. Pvz., nereliatyvistinės dalelės greitis v ir kinetinė energija E susiję sąryšiu



6 pav. α dalelių, kurių pradinė energija 5,49 MeV, ilginės jonizacinės stabdymo gebos priklausomybė nuo kelio ore esant normaliam atmosferos slėgiui

³ „Brego kreivė“ taip pat vadinama **jonizacijos tankio** (jonizuotų atomų skaičiaus trajektorijos ilgio vienetui) priklausomybė nuo dalelės nueito kelio. Jonizacijos tankis duotajame dalelės trajektorijos taške yra proporcingas ilginei jonizacinei stabdymo gebai tame taške.

$$v^2 = \frac{2E}{M}; \quad (3.3.31)$$

čia M yra dalelės masė. Įrašę (3.3.31) į jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraišką (3.3.23) ir atsižvelgę į tai, kad nereliatyvistiniu atveju $\beta \ll 1$, matome:

$$S_{\text{jon}} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0^2} \frac{z^2 e^4 n M}{m_e E} \ln \frac{4m_e E}{\bar{M}}. \quad (3.3.32)$$

Panaši yra ir nereliatyvistinių elektronų jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiška. Kaip matome, nereliatyvistinių dalelių jonizaciniai energijos nuostoliai yra proporcingi dalelės masei. Todėl sunkiųjų nereliatyvistinių elektringųjų dalelių (pvz., protonų) jonizacinė ilginė stabdymo geba yra daug didesnė už tos pačios energijos elektronų jonizacinę ilginę stabdymo gebą. Pvz., 0,5 MeV energijos protono jonizacinė ilginė stabdymo geba yra maždaug 2000 kartų didesnė už tos pačios energijos elektrono jonizacinę ilginę stabdymo gebą. Vadinasi, sunkioji elektringoji dalelė medžiagoje nueina daug mažesnę atstumą negu tos pačios energijos elektronas.

Iš (3.3.23) ir (3.3.25) formulių akivaizdu, kad svarbiausias medžiagos parametras, kuris lemia elektringųjų dalelių jonizacinių nuostolių dydį, yra elektronų koncentracija n . Jeigu medžiaga sudaryta iš vienos rūšies atomų, tada

$$n = Zn_a; \quad (3.3.33)$$

čia Z yra elemento atominis numeris (t. y. elektronų skaičius viename atome), o n_a yra atomų koncentracija. Atomų koncentracija n_a (cm^{-3}) yra lygi $\rho N_A/A$, kur ρ yra medžiagos tankis (g/cm^3), $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ yra Avogadro skaičius, o A yra medžiagos atominė masė (g/mol). Todėl elektronų koncentracija (cm^{-3}) lygi

$$n = \frac{Z}{A} N_A \rho. \quad (3.3.34)$$

Santykis Z/A kinta nuo 0,5 lengviesiems atomams (išskyrus vandenilį, kuriam $Z/A = 1$) iki 0,4 sunkiesiems atomams. Taigi, jonizaciniai nuostoliai yra proporcingi medžiagos tankiui ρ , ir šio proporcingumo koeficiento vertės skirtingose medžiagose yra artimos viena kitai.

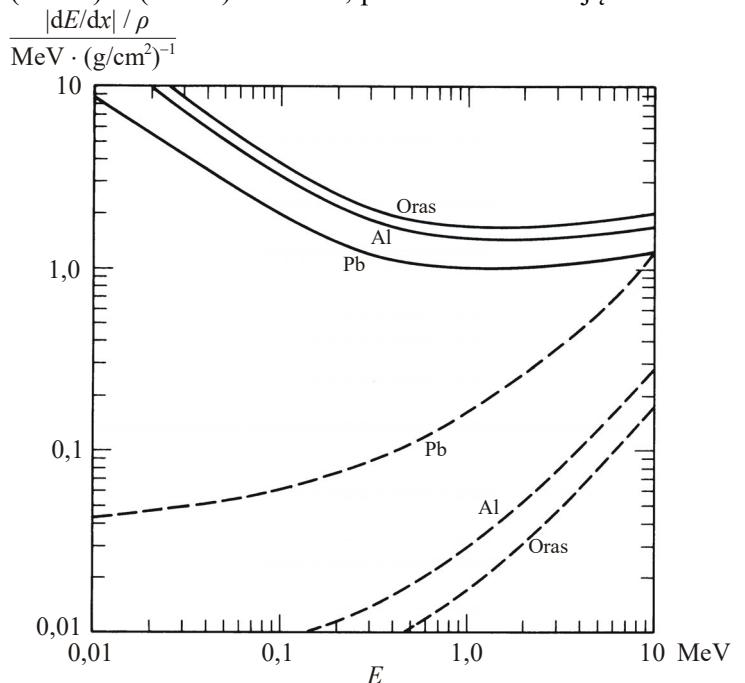
Apibendrinant tai, kas anksčiau pasakyta apie jonizacinius energijos nuostolius, galima teigti, kad jonizacinė ilginė stabdymo geba, kurią nusako (3.3.23) ir (3.3.25) formulės, priklauso nuo dviejų dalelės charakteristikų – greičio v ir krūvio z – ir nuo

dviejų medžiagos charakteristikų – medžiagos tankio ρ ir atomo vidutinės sužadavimo energijos \bar{I} (visi kiti dydžiai yra pagrindinės fizikinės konstantos). Be to, dydžiai z ir ρ įeina į S_{jon} išraišką pastovaus daugiklio pavidalu ($z^2 \rho$), greitis v vienareikšmiškai išsireiškia per energiją E , o dydis \bar{I} yra po logaritmo ženklo, todėl turi silpną įtaką S_{jon} vertei. Taigi,

$$S_{\text{jon}} \approx z^2 \rho \cdot f(E); \quad (3.3.35)$$

čia f priklauso tik nuo dalelės energijos.

Dydis $-dE/(\rho dx) \equiv S/\rho$ yra vadinamas **masine stabdymo geba**. Iš (3.3.35) išplaukia, kad jonizacinė masinė stabdymo geba S_{jon}/ρ palyginti silpnai priklauso nuo medžiagos cheminės sudėties (pvz., žr. 7 pav.). Todėl, jeigu energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai, tada duotosios rūšies ir energijos elektringosios dalelės pilnutinis kelias medžiagoje (t. y. kelias, kuriame dalelė praranda visą savo kinetinę energiją, „siekis“), išreiškus jį masinio kelio vienetais (g/cm^2), yra apytiksliai vienodas beveik visose medžiagose.



7 pav. Elektronų masinės stabdymo gebos ore, aliuminyje ir švine priklausomybės nuo elektronų kinetinės energijos. Išsitiesusios linijos nusako jonizacinę masinę stabdymo gebą, o brūkšninės linijos nusako radiacinę masinę stabdymo gebą (iš [3])

Anksčiau teigėme, kad medžiaga sudaryta iš vienos rūšies atomų. Jeigu medžiaga sudaryta iš kelių elementų atomų, tada galima pasinaudoti vadinamąja **Brego ir Klymano taisykle** (angl. *Bragg-Kleeman rule*): pilnutinė jonizacinė ilginė stabdymo geba yra lygi visų tą medžiagą sudarančių elementų jonizacinių ilginių stabdymo gebų sumai:

$$S_{\text{jon}} = \sum_{k=1}^K S_{\text{jon}}^{(k)} ; \quad (3.3.36)$$

čia $S_{\text{jon}}^{(k)}$ yra k -tojo elemento jonizacinė ilginė stabdymo geba, o K yra elementų skaičius. Brego ir Klymano taisyklė galioja bent 2 % tikslumu visoms medžiagoms, į kurių sudėtį įeina sunkieji ir vidutinieji elementai (pvz., junginiams Al_2O_3 , SiO_2 , Fe_2O_3 , Fe_3O_4 , SiC , Si_3N_4 , ZnO ir daugeliui kitų). Tačiau medžiagoms, kurios sudarytos tik iš lengvųjų elementų (pvz., H, O, N, C ir F), ta taisyklė galioja daug blogiau (santykinė paklaida gali viršyti 20 %), nes šiuose junginiuose didesnis vaidmuo tenka valentiniams elektronams, kurių būseną skiriasi nuo jų būsenos izoliuotame atome.

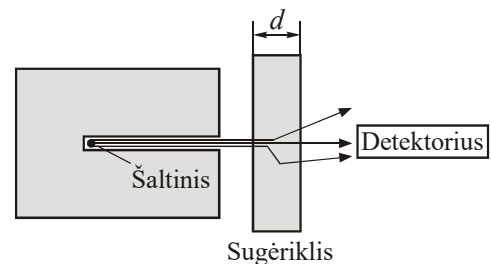
Anksčiau pateiktosios jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiškos nėra pakankamai tikslios kiekybinei analizei. Pvz., jos netinka dalelės trajektorijos pabaigoje. Kai sunkiosios elektringosios dalelės greitis tampa mažesnis už elektrono orbitinį greitį Boro atomo modelyje ($\sqrt{2\bar{I}/m_e}$), aplink dalelę susiformuoja aplinkos elektronų „debesėlis“, kuris sumažina dalelės efektyvią krūvį z (t. y. iš dalies ekranuoja dalelės teigiamąjį krūvį). Šis elektronų „prilipimo“ efektas stiprėja toliau mažėjant dalelės greičiui, todėl jonizacinė ilginė stabdymo geba didėja lėčiau negu pagal (3.3.32) formulę, kuri šio efekto neįskaito. Esant dar mažesniems greičiams, jonizacijos tikimybė pradeda mažėti (matematiškai tai atspindi logaritminio dėmens $\ln(2m_e v^2 / \bar{I})$ mažėjimas (3.3.23) formulėje). Todėl dalelės trajektorijos pabaigoje jonizacinė ilginė stabdymo geba, pasiekusi maksimumą, pradeda staigiai mažėti (žr. 6 pav.). Šioje greičių srityje pilnutinę ilginę stabdymo gebą pradeda lemti dalelių tarpieji kuloniniai susidūrimai su atomų branduoliais.

3.3.4. Elektronų pereiga pro storas folijas. Silpimo koeficientas

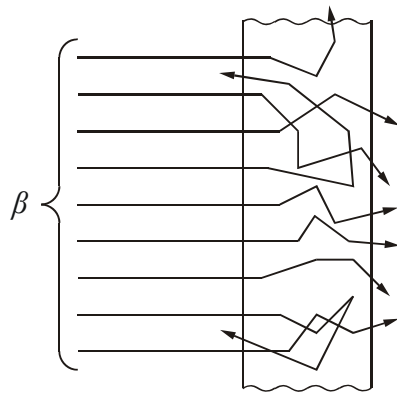
Dalelių sugerties medžiagoje tyrimo supaprastintoji schema pavaizduota 8 pav. Matavimų metu keičiamas sugėriklio storis d . Į detektorius per laiko vienetą krintančių dalelių skaičius priklauso nuo tų dalelių sąveikos su sugėriklio medžiaga ypatybių. Elektronų trajektorija medžiagoje yra sudėtinga laužtė (žr. 9 pav.). Kuo didesnis medžiagos sluoksnio storis, tuo daugiau susidūrimų su atomais patiria elektronas. Kadangi kiekvieno susidūrimo metu pakinta elektrono judėjimo kryptis, tai, didėjant susidūrimų skaičiui, didėja vidutinis kampinis nuokrypis nuo pradinės krypties. Be to, kiekvieno susidūrimo metu elektronas praranda dalį savo kinetinės energijos, t. y. jo greitis nuolat mažėja. Esant pakankamai dideliame sluoksnio storiui, elektronas gali ir neišeiti iš jo, t. y. prarasti jame visą savo kinetinę energiją. 10 pav. pavaizduota vidutinio per laiko vienetą užregistruotų elektronų skaičiaus priklausomybė nuo folijos masinio storio (t. y. nuo folijos storio d ir tankio ρ sandaugos, kuri nusako medžiagos sluoksnio ploto vieneto masę), kai yra kelios pradinės elektronų energijos. Šios kreivės vadinamos **sugerties kreivėmis**. Kaip matome 10 pav., didinant folijos storį, detektorius pasiekusių elektronų skaičius mažėja. Taip yra visų pirma dėl to, kad, didėjant folijos storiui, didėja vidutinis kampinis elektrono nuokrypis nuo pradinės judėjimo krypties. Elektronui nukrypus nuo pradinės krypties tiek, kad jis nepataiko į detektorius, jis nebus užregistruotas. Be to, didėjant medžiagos sluoksnio storiui, užregistruotų elektronų skaičius mažėja dar ir dėl to, kad daugėja elektronų, kurie nepereina to sluoksnio, t. y. praranda jame visą kinetinę energiją.

Kuo didesnė elektrono energija, tuo mažesnė sklaidos dideliu kampu tikimybė ir tuo mažesni jonizaciniai energijos nuostoliai (žr. 3.3.1–3.3.3 poskyrius). Todėl, didinant pradinę elektronų energiją, didėja santykinė dalis elektronų, kurie perėjo pro foliją be didelių krypties pokyčių (ir todėl buvo detektoriaus užregistruoti). Tuo aiškinamas skirtumas tarp sugerties kreivių, kurios atitinka skirtingas pradines elektronų energijas (žr. 10 pav.).

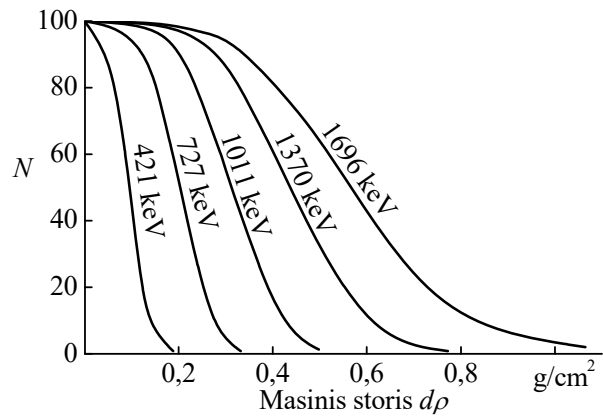
Sugerties kreivės, kurios pavaizduotos 10 pav., atitinka tą atvejį, kai visi į foliją krintantys elektronai yra vienodos energijos. Tačiau bet kuris β radioaktyvusis nuklidas spinduliuoja įvairių energijų



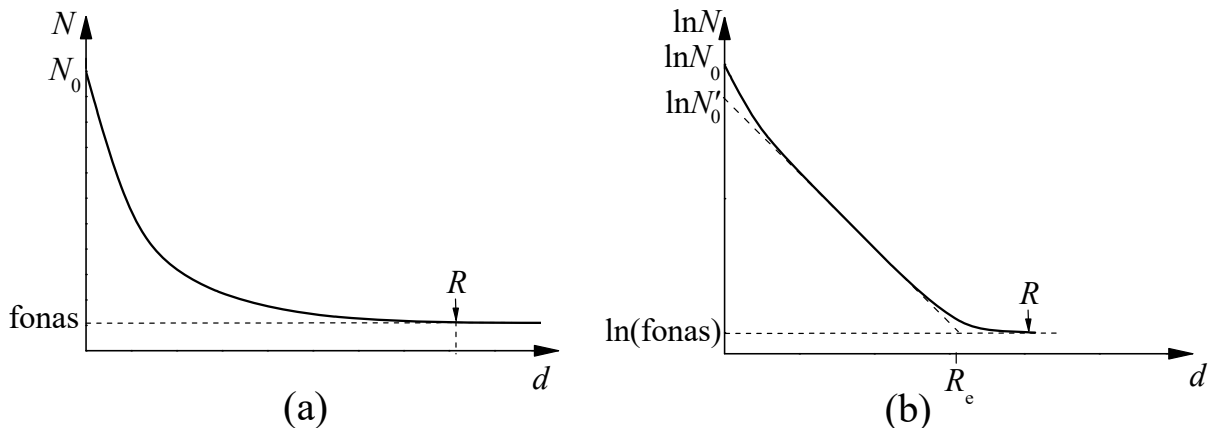
8 pav. Dalelių sugerties medžiagoje tyrimo eksperimentas



9 pav. Lygiagretais elektronų pluošto sklaida medžiagoje



10 pav. Įvairių energijų elektronų sugerties kreivės aliuminyje



11 pav. Tipiška elektronų, kuriuos spinduliuoja β radioaktyvusis šaltinis, sugerties kreivė. (a) Tiesinė ordinačių ašies skalė, (b) logaritminė skalė

elektronus arba pozitronus. Kadangi elektronų, kuriuos spinduliuoja branduoliai, energijos spektras yra tolydus ir prasideda nuo nulinės energijos, tai jų sugerties kreivės skiriasi nuo monoenergiinių elektronų sugerties kreivių, kurios pavaizduotos 10 pav. Branduolinės β spinduliuotės sugerties kreivės yra apytiksliai eksponentinio pavidalo (žr. 11 pav.). Greitesnis sugerties kreivės mažėjimas pradinėje jos dalyje aiškinamas tuo, kad lėčiausieji elektronai sugeriami stipriausiai, nes jų jonizaciniai nuostoliai yra didžiausi. T. y. pradinė sugerties kreivės dalis atspindi mažiausios energijos elektronų sugertį medžiagoje. Toliau didinant medžiagos sluoksnio storį, lieka tik didžiausių energijų elektronai, kurių sugertis medžiagoje yra silpnesnė. Todėl sugerties kreivės kritimas sulėtėja. Naudojant logaritminę ordinačių ašies skalę, galima išskirti tiesinę sritį (žr. 11b pav.), t. y. sluoksnio storį intervalą, kuriame elektronų srauto mažėjimas yra eksponentinis:

$$N(d) = N'_0 \exp(-\mu d); \quad (3.3.37)$$

čia d yra sluoksnio storis. (3.3.37) formulės parametras μ vadinamas **silpimo koeficientu** arba **sugerties koeficientu**. Šis koeficientas taip pat vadinamas **ilginiu silpimo koeficientu** siekiant jį atskirti nuo toliau apibrėžto masinio silpimo koeficiento. Ilginis silpimo koeficientas yra atvirkštinis dydis medžiagos sluoksnio storiui, kurį perėjusių elektronų srautas yra $e \approx 2,718$ kartų mažesnis už pradinį elektronų srautą N_0 . Kaip matyti 11b pav., daugiklis N'_0 yra šiek tiek mažesnis už tikrąjį pradinį elektronų srautą N_0 , nes sugerties kreivės pradžioje jos mažėjimas yra greitesnis.

Detektorių pasiekusių dalelių vidutinio skaičiaus per laiko vienetą santykinį sumažėjimą, kai yra sugėriklis (palyginti su tuo atveju, kai sugėriklio nėra), lemia keturi veiksniai:

1. Medžiagos dalelių („taikinių“ arba „kliūčių“), su kuriomis sąveikauja krintančioji dalelė, skaičius sugėriklio sluoksnio ploto vienetui (t. y. „taikinių“ koncentracijos ir sugėriklio sluoksnio storio sandauga). Iš jonizacinės ilginės stabdymo gebos išraiškos išvedimo 3.3.1 poskyryje aišku, kad minėtų „taikinių“ vaidmenį atlieka medžiagos elektronai. Kadangi elektronų koncentracija yra proporcinga medžiagos tankiui (žr. (3.3.34)), tai galima teigti, kad, esant duotam dalelių šaltiniui ir duotai

matavimų geometrijai, vidutinį elektronų skaičių ploto vienetui lemia medžiagos tankio ρ ir jos sluoksnio storio d sandauga („masinis storis“).

2. Sąveikos skerspjūvis. Šio skerspjūvio ir minėto taikinių skaičiaus ploto vienetui sandauga lemia sąveikos tikimybę (žr. (3.1.1)). Kai krintančiųjų dalelių energija yra pakankamai didelė, jų sąveikos su medžiagos elektronais skerspjūvis („elektroninis sąveikos skerspjūvis“) silpnai priklauso nuo atomų, kuriems tie elektronai priklauso, rūšies ir nuo to, ar tie elektronai yra vidiniuose atomų elektronų sluoksniuose, ar jie yra valentiniai.
3. Vidutinis dalelės energijos sumažėjimas δE vieno susidūrimo metu. Šis dydis yra svarbus todėl, kad sąveikos skerspjūvis priklauso nuo krintančiosios dalelės energijos (taigi, pilnutinis susidūrimų skaičius duotame sluoksnyje priklauso nuo to, kaip greitai mažėja krintančiųjų dalelių energija, kai dalelės pereina tą sluoksnį). Yra žinoma, kad δE vertės įvairioms medžiagoms yra panašios ir artimos 30 eV.
4. Dalelės judėjimo krypčių pasiskirstymas po susidūrimo (ši pasiskirstymą nusako diferencialinis sąveikos skerspjūvis). Šis pasiskirstymas yra svarbus todėl, kad detektorius gali užregistruoti tik apibrėžtos judėjimo krypties daleles (tas, kurios juda link detektoriaus langelio). Kaip ir anksčiau minėtas pilnutinis (integralinis) skerspjūvis, diferencialinis skerspjūvis silpnai priklauso nuo medžiagos cheminės sudėties (kaip ir anksčiau, čia turimas omenyje *elektroninis*, o ne atominis sąveikos skerspjūvis).

Vadinasi, jeigu nubraižytume dalelių skaičiavimo spartos priklausomybes nuo masinio storio ρd , kurios gautos naudojant skirtingus sugėriklius, tačiau tą patį šaltinį ir tą patį detektorių, tada jos visos turėtų būti artimos viena kitai⁴. Tai reiškia, kad anksčiau minėtas ilginis silpimo koeficientas (μ) yra apytiksliai proporcingas medžiagos tankiui ir silpnai priklauso nuo medžiagos cheminės sudėties bei agregatinės būsenos. Tai yra viena iš priežasčių, dėl kurių praktikoje dažnai vartojamas *masinis silpimo koeficientas* μ_m , kuris gaunamas padalijus ilginį silpimo koeficientą μ iš medžiagos tankio ρ :

$$\mu_m = \mu / \rho. \quad (3.3.38)$$

Masinis silpimo koeficientas yra atvirkštinis dydis medžiagos sluoksnio masiniam storiui, kurį perėjusių elektronų srautas yra $e \approx 2,718$ kartų mažesnis už pradinį elektronų srautą N_0 . Remiantis tuo, kas anksčiau pasakyta, masinis silpimo koeficientas μ_m turėtų būti apytiksliai vienodas visoms medžiagoms. Vartojant masinį silpimo koeficientą μ_m vietoj ilginio silpimo koeficiento μ , (3.3.37) formulė užrašoma šitaip:

$$N(d) = N'_0 \exp(-\mu_m \rho d) \equiv N'_0 \exp(-\mu_m d_m); \quad (3.3.39)$$

čia d_m yra medžiagos masinis storis – medžiagos sluoksnio storio d ir medžiagos tankio ρ sandauga. Didėjant didžiausiai elektronų energijai E_{max} , silpimo koeficientas mažėja. T. y. sugerties kreivės pavidalo kitimas, kintant didžiausiai elektronų energijai, yra panašus į tą, koks yra gaunamas, kai elektronai yra monoenerginiai (žr. 10 pav.).

EkspONENTINIS silpimo dėsnis (3.3.37) teoriškai išvestas laboratorinio darbo Nr. 10 teorinėje dalyje nagrinėjant γ spinduliuotės sąveiką su medžiaga. Čia paminėsime tik pagrindinę prielaidą, kuria remiasi tas išvedimas: laikoma, kad į detektorių pataiko tik tos dalelės, kurios nesąveikavo *nė su vienu* medžiagos atomu. Remiantis šia prielaida, gaunama, kad silpimo koeficientas turėtų būti atvirkštinis krintančiųjų dalelių vidutiniam laisvajam keliui l , t. y. detektoriaus vidutinė skaičiavimo sparta turėtų būti proporcinga $\exp(-d/l)$. Tačiau β dalelių sugerties kreivių matavimų duomenys rodo, kad eksponentinis silpimo dėsnis (3.3.37) galioja tada, kai sugėriklio storis yra daug didesnis už l , t. y. kai dalelės pasiekia detektorių po sąveikos su daugeliu medžiagos atomų. Įsitikinsime tuo išnagrinėję vieną pavyzdį. Yra žinoma, kad eksponentinis silpimo dėsnis (3.3.37) apytiksliai galioja, kai sugėriklis yra maždaug 1 mm storio aliuminio sluoksnis, o krintančiųjų elektronų energijos spektras yra maždaug toks kaip Sr-90/Y-90 radioaktyviojo šaltinio (didžiausia elektronų energija – maždaug 2,3 MeV). Šiuo atveju daugumos elektronų energija yra didesnė negu 0,3 MeV. Pagal 7 pav. aliuminio tokios energijos elektronų jonizacinė ilginė stabdymo geba yra tarp $4 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^{-1}$ ir $7 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^{-1}$ (aliuminio tankis $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$). Pagal bendrąją laisvojo lėkio išraišką (3.1.4) laisvasis lėkis lygus $l = 1/(\sigma_a n_a)$; čia σ_a yra atominis sąveikos skerspjūvis, o n_a yra atomų koncentracija. Įrašę σ_a išraišką (3.3.3) į minėtąją l išraišką, gauname:

$$l = \frac{\delta E}{S(E)}. \quad (3.3.40)$$

⁴ Analogiškai samprotaujant, galima pagrįsti ir 3.3.3 poskyryje minėtą masinės jonizacinės stabdymo gebos apytikslį pastovumą skirtingose medžiagose. Tačiau pastaruoju atveju ketvirtasis veiksnys neturi jokios reikšmės, nes energija priklauso tik nuo dalelės greičio modulio ir nepriklauso nuo dalelės judėjimo krypties.

Anksčiau minėta, kad δE vertės įvairioms medžiagoms yra artimos 30 eV. Įrašę vertes $S = 4 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^{-1}$ ir $\delta E = 30 \text{ eV}$ į laisvojo lėkio išraišką (3.3.40), gauname $l = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ mm} \ll 1 \text{ mm}$. Vadinasi, β dalelei pereinant 1 mm storio aliuminio sluoksnį, ji sąveikauja su daugeliu tūkstančių atomų. Taigi, nors β dalelių sugerties kreivėje galima išskirti eksponentinę sritį, tačiau to eksponentinio dėsnio matematinis aiškėjimas yra kitoks negu γ spinduliuotės sugerties kreivių (be to, β dalelių sugerties kreivių eksponentinė aproksimacija yra ne tokia tiksli, kaip γ spinduliuotės sugerties kreivių). Aprašant beta dalelių judėjimą medžiagoje, tikslesnis būtų kampinės difuzijos modelis.

3.3.5. Dalelės kelio medžiagoje skaičiavimas, kai yra duotos pradinė ir galutinė energijos. Dalelių siekiai

Žinant ilginės stabdymo gebos S priklausomybę nuo dalelės energijos E , galima apskaičiuoti dalelės kelią x , kurį nuėjus, dalelės energija sumažėja nuo pradinės energijos E_0 iki tam tikros vertės E_1 . Pagal ilginės stabdymo gebos apibrėžtį tas kelias yra

$$x = \int_{E_1}^{E_0} \frac{dE}{S(E)}. \quad (3.3.41)$$

Jeigu dalelės energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai, tada $S(E) \equiv S_{\text{jon}}(E)$. Įrašę $S_{\text{jon}}(E)$ išraišką (3.3.35) į (3.3.41) matome:

$$x = \frac{1}{z^2 \rho} \int_{E_1}^{E_0} \frac{dE}{f(E)} \equiv \frac{1}{z^2 \rho} g(E_0, E_1); \quad (3.3.42)$$

čia $g(E_0, E_1)$ yra universali dalelės pradinės ir galutinės energijų funkcija. Vadinasi, žinant kelią x_1 , kurį dalelė nueina vienoje medžiagoje, galima nesunkiai apskaičiuoti kelią x_2 , kurį turėtų nueiti ta pati dalelė kitoje medžiagoje, kad jos energija sumažėtų tuo pačiu dydžiu (nuo E_0 iki E_1):

$$x_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} x_1 \equiv \frac{x_m}{\rho_2}; \quad (3.3.43)$$

čia ρ_1 ir ρ_2 yra abiejų medžiagų tankiai, o x_m yra vadinamasis **masinis kelias** – dalelės nueito kelio x ir medžiagos tankio ρ sandauga:

$$x_m = \rho x. \quad (3.3.44)$$

Masinis kelias – tai medžiagos „stulpelio“, kurio skerspjūvio plotas yra vienetinis, o aukštis lygus tikrajam keliui x , masė (šiam pavyzdyje masinis kelias turi būti vienodas abiejose medžiagose).

Tarkime, dalelė statmenai krito į medžiagos sluoksnį ir išlėkė pro to sluoksnio kitą paviršių. Kadangi dalelės trajektorija to sluoksnio viduje nebūtinai yra tiesi, tai pilnutinis dalelės kelias (t. y. trajektorijos ilgis) tame sluoksnyje bendroju atveju yra didesnis už sluoksnio storį. Tačiau dalelės kelio verčių dviejose medžiagose sąryšis (3.3.43) tinka ir tada, kai vietoj kelio verčių vartojamos tų medžiagų sluoksnių storių vertės. Taip yra todėl, kad, galiojant minėtoms prielaidoms (kad dalelės energijos sumažėjimas abiejose medžiagose yra vienodas ir kad dalelės energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai), medžiagos sluoksnio storis yra proporcingas pilnutiniam keliui nuo dalelės įlėkimo į tą sluoksnį iki jos išlėkimo pro kitą sluoksnio paviršių (net kai dalelės trajektorija tam sluoksnyje nėra tiesi), o proporcingumo koeficientas silpnai priklauso nuo medžiagos prigimties. Taigi, kai dalelės energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai, dviejų medžiagų sluoksnių *storai* d_1 ir d_2 , kuriuose dalelės energijos sumažėja nuo E_0 iki E_1 , yra susiję šitaip:

$$d_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} d_1 \equiv \frac{d_m}{\rho_2}; \quad (3.3.45)$$

čia d_m yra **masinis storis** – medžiagos sluoksnio storio d ir medžiagos tankio ρ sandauga:

$$d_m = \rho d. \quad (3.3.46)$$

Dalelės **siekis** – tai dalelės pilnutinis nulėktas kelias medžiagoje, t. y. kelias, kuriame dalelė praranda visą savo kinetinę energiją. Kitaip sakant, siekis – tai dalelės trajektorijos ilgis medžiagoje. Taip apibrėžtas siekis kartais vadinamas **ilginiu siekiu** (masinis siekis apibrėžtas toliau). Siekį galima išreikšti ilgine stabdymo geba S . Ši išraiška – tai bendresnės formulės (3.3.41) atskiras atvejis, kai dalelės galutinė energija E_1 lygi nuliui.

$$R = \int_0^{E_0} \frac{dE}{S(E)}; \quad (3.3.47)$$

čia E_0 yra dalelės pradinė kinetinė energija.

Dalelės siekis neturėtų būti painiojamas su dalelės įsiskverbimo į medžiagą gyliu. Įsiskverbimo į medžiagą gylis priklauso nuo dalelės trajektorijos formos ir yra didžiausias tada, kai dalelės trajektorija yra tiesi ir statmena medžiagos paviršiui. Tačiau siekis praktiškai nepriklauso nuo trajektorijos formos. T. y., „ištiesinus“ duotosios rūšies ir energijos dalelės trajektoriją duotojoje medžiagoje, visada gaunama maždaug to paties ilgio atkarpa nepriklausomai nuo tikrojo trajektorijos pavidalo. Kadangi sunkiųjų elektringųjų dalelių trajektorija yra tiesės pavidalo, tai jų siekis ir įsiskverbimo gylis beveik sutampa (jeigu dalelių greitis statmenas paviršiui). Tačiau elektronų įsiskverbimo į medžiagą vidutinis gylis yra daug mažesnis už siekį (3.3.47), nes elektronai, judėdami medžiagos sluoksnyje, daug kartų pakeičia judėjimo kryptį (šių elektronų savybę iliustruoja 9 pav.).

Minėtasis skirtumas tarp sunkiųjų elektringųjų dalelių ir elektronų tampa ypač akivaizdus palyginus perėjusių pro medžiagos sluoksnį sunkiųjų dalelių ir elektronų skaičius priklausomybes nuo sluoksnio storio (atitinkamai 12 pav. ir 10 pav.). Matome, kad sunkiųjų dalelių kreivė iš pradžių yra horizontali. Taip yra todėl, kad išlėkusių iš šaltinio sunkiųjų dalelių ir perėjusių sugėriklio sluoksnį sunkiųjų dalelių greičiai yra praktiškai tos pačios krypties. Todėl, jeigu pradinis dalelių greitis buvo nukreiptas į detektorius, tada perėjusios sluoksnį dalelės taip pat judės link detektoriaus (nors ir mažesniu greičiu), taigi bus užregistruotos. Kai sluoksnio storis prilygsta siekiui R , perėjusių dalelių skaičius staigiai sumažėja iki nulio, nes dalelės nepereina sugėriklio sluoksnio. Elektronų sugerties kreivės yra kitokio pavidalo. Perėjusių sluoksnį ir pataikiusių į detektorius elektronų skaičius visą laiką mažėja didėjant sluoksnio storiui d (žr. 10 pav.). Taip yra todėl, kad, didėjant storiui d , didėja tikimybė, kad elektronas nukryps nuo pradinės judėjimo krypties tiek, kad nepataikys į detektorius (net ir tada, kai d yra daug mažesnis už siekį). Kai sluoksnio storis d tampa lygus siekiui R , detektorius gali užregistruoti tik tuos elektronus, kurie medžiagoje judėjo tiesiomis trajektorijomis iki pat sustojimo. Kai $d > R$, pro sluoksnį nepereina nė vienas elektronas.

Dėl statistinių fluktuacijų jonizacijos vyksmo metu vienodos energijos α dalelių siekiai šiek tiek skiriasi. Todėl, kai medžiagos sluoksnio storis prilygsta siekiui, α dalelių srautas sumažėja ne šuoliškai, o tolydžiai (žr. 12 pav.). Atstumas, kuriame α dalelių srautas lygus pusei pradinės vertės, nusako *vidutinį* siekį, kurį toliau vadinsime tiesiog „siekį“ ir žymėsime R . *Didžiausias* siekis R_{\max} – tai medžiagos sluoksnio storis, kurio nepereina nė viena duotos energijos α dalelė (žr. 12 pav.). Praktikoje lengviau išmatuoti α dalelių vidutinį siekį, nes, norint išmatuoti α dalelių didžiausiąjį siekį, reikia labai ilgų matavimų (dėl labai mažos dalelių skaičiavimo spartos 12 pav. pavaizduotos kreivės dešiniame krašte).

Jeigu dalelės energijos nuostoliai yra grynai jonizaciniai, tada siekį galima išreikšti (3.3.42) formule, kurioje $E_1 = 0$:

$$R = \frac{1}{z^2 \rho} \int_0^{E_0} \frac{dE}{f(E)} \equiv \frac{1}{z^2 \rho} \varphi(E_0); \quad (3.3.48)$$

čia $\varphi(E_0)$ yra universali dalelės pradinės energijos funkcija. Vadinas, žinant duotos energijos dalelės siekį vienoje medžiagoje (R_1), tos pačios rūšies ir tos pačios energijos dalelės siekį bet kurioje kitoje medžiagoje (R_2) galima apskaičiuoti pagal paprastą proporcingumo sąryšį:

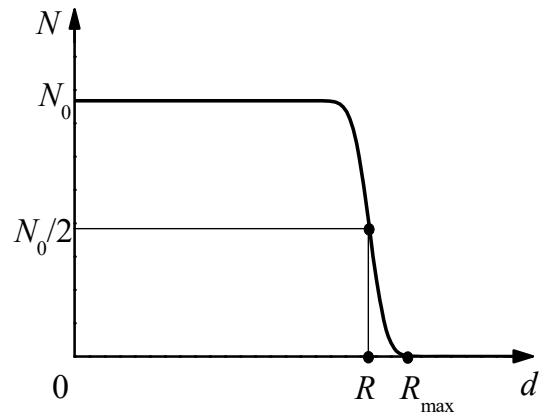
$$R_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} R_1; \quad (3.3.49)$$

čia ρ_1 yra pirmosios medžiagos tankis, o ρ_2 yra antrosios medžiagos tankis. Dėl šios priežasties vietoj anksčiau minėto ilginio siekio dažnai vartojamas vadinamasis *masinis siekis* R_m , kuris lygus ilginio siekio R ir medžiagos tankio ρ sandaugai:

$$R_m = \rho R. \quad (3.3.50)$$

Elektringųjų dalelių masinis siekis yra apytiksliai vienodas visoms medžiagoms.

Tas faktas, kad duotosios dalelės siekis duotojoje medžiagoje yra proporcingas dydžiui, kuris priklauso tik nuo dalelės pradinės energijos (žr. (3.3.48)), turėjo svarbią praktinę reikšmę ankstyvaisiais



12 pav. Tipiška vienos energijos α dalelių srauto priklausomybė nuo sugėriklio storio d . R ir R_{\max} yra vidutinis ir didžiausias siekiai

radioaktyvumo tyrimo metais. Išmatavus α dalelės siekį medžiagoje ir žinant funkcijos $\varphi(E)$ pavidalą bei medžiagos tankį ρ , galima apytiksliai apskaičiuoti α dalelės energiją. Kadangi šiuo metu egzistuoja detektoriai, kurių signalo amplitudė tiesiogiai nusako α dalelių energiją, tokie netiesioginiai energijos matavimo metodai jau nėra taikomi praktikoje.

Atsižvelgus į tai, kad sunkiosioms nereliatyvistinėms dalelėms galioja $f(E) \sim 1/v^2 \sim 1/E$ (plg. (3.3.35) ir (3.3.23)), iš (3.3.48) išplaukia proporcingumo sąryšis $R \sim E_0^2$. [Toliau pradinės energijos žymenyje nerašysime apatinio indekso „0“.] Bendruoju atveju laipsnio rodiklis šiek tiek skiriasi nuo 2:

$$R \sim E^k \quad (k = 0,75-2). \quad (3.3.51)$$

Laipsnio rodiklio k vertė priklauso nuo dalelių rūšies, tiriamojo energijų intervalo ir (silpniau) nuo medžiagos prigimties. Pvz., skaičiuojant α dalelių siekį ore, energijos intervale $4,5 < E < 8$ MeV galima taikyti empirinę formulę

$$R = 3,18 E^{3/2}, \quad (3.3.52)$$

kur R išreikštas mm, o E išreikštas MeV (ši funkcija pavaizduota 13a pav.). Jeigu $E > 8$ MeV, α dalelių siekiui ore galioja sąryšis $R \sim E^2$, o jeigu $E < 4,5$ MeV, $R \sim E^{0,75}$. Apskaičiuojant įvairių rūšių sunkiųjų elektringųjų dalelių siekius branduolinėje emulsijoje, galioja empirinis sąryšis

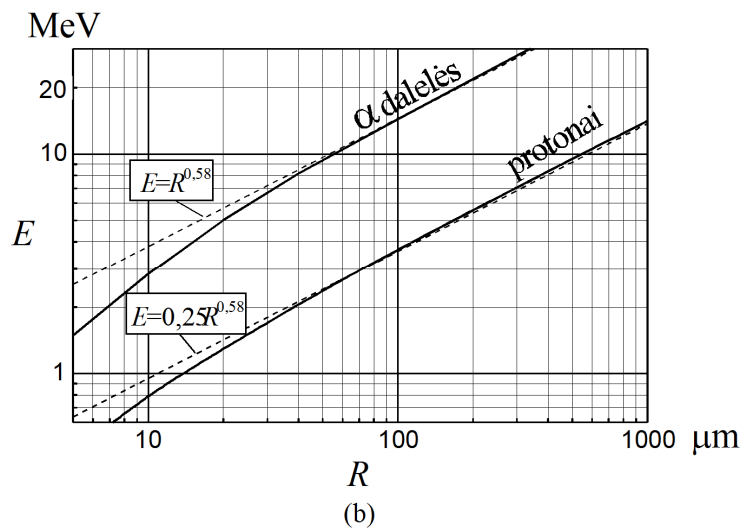
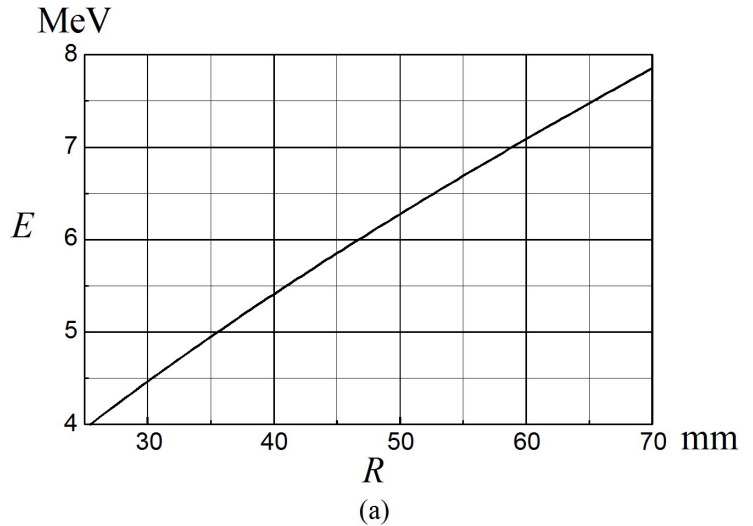
$$R = \alpha (M/m_p)^{1-k} z^{-2} E^k; \quad (3.3.53)$$

čia R išreikštas μm , o E išreikštas MeV, $k = 1,72$, $\alpha = 10,9$, M yra dalelės masė, m_p yra protono masė, z yra dalelės krūvio skaičius. Pvz., α dalelių atveju (kai $M \approx 4m_p$, $z = 2$), įrašę skaitines vertes į (3.3.53), gauname tokią pėdsako branduolinėje emulsijoje ilgio išraišką:

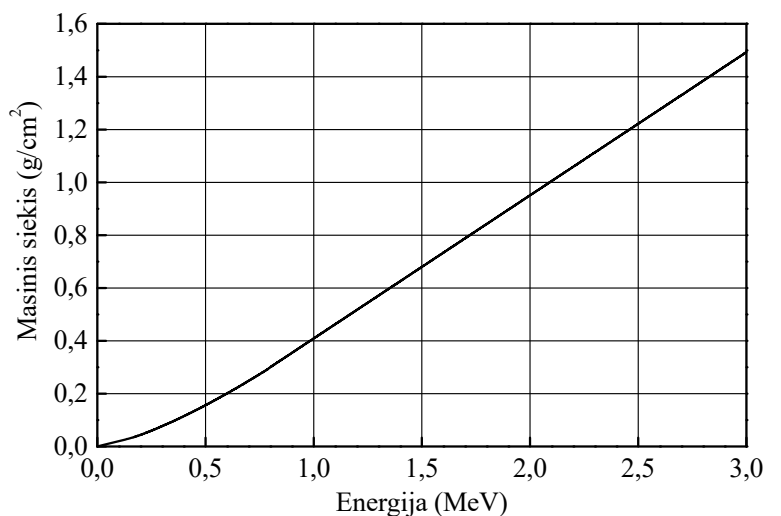
$$R = E^{1,72}. \quad (3.3.54)$$

Tiksloji energijos E priklausomybė nuo siekio R branduolinėje emulsijoje pavaizduota 13b pav. ištisinėmis linijomis (brūkšninėmis linijomis pavaizduota laipsninė funkcija (3.3.53)).

β dalelių, kurias spinduliuoja β radioaktyvieji nuklidai, didžiausios energijos E_{max} matavimui galima panaudoti empirinį sąryšį tarp masinio siekio ir didžiausios energijos E_{max} :



13 pav. α dalelių energijos priklausomybė nuo siekio: (a) priklausomybė nuo siekio ore ((3.3.52) formulė), (b) priklausomybė nuo siekio branduolinėje emulsijoje (brūkšninės linijos atitinka apytikslę priklausomybę (3.3.53))



14 pav. β dalelių masinio siekio priklausomybė nuo didžiausios energijos

$$R_m \approx 0,11(\sqrt{1 + 22,4 \cdot E_{\max}^2} - 1); \quad (3.3.55)$$

čia E_{\max} išreikšta MeV, o R_m išreikštas g/cm². Ši priklausomybė pavaizduota 14 pav. Ji galioja, kai β dalelių didžiausia energija priklauso intervalui $0 < E_{\max} < 3$ MeV.

Praktikoje β dalelių siekis R matuojamas ekstrapoliuojant (pratęsiant) sugerties kreivės eksponentinę sritį iki susikirtimo su vadinamuoju „fono lygiu“ – horizontalia tiese, kuri nusako vidutinės skaičiavimo spartos logaritmą pašalinus tiriamąjį β dalelių šaltinį (žr. 11b pav.). Taip išmatuotas siekis vadinamas **ekstrapoliuotuoju siekiu** (11b pav. jis pažymėtas R_e). Kaip matome 11b pav., ekstrapoliuotasis siekis yra mažesnis už tikrąjį siekį R . Taip matuojant siekį, santykinė matavimo paklaida gali siekti –5 %.

3 ir 4 lentelėse pateikti įvairių energijų α ir β dalelių siekiai skirtingose medžiagose. Šiose lentelėse akivaizdu, kad dalelės siekis didėja, didėjant jos energijai, ir kad sunkiųjų dalelių (pvz., α dalelių) siekiai yra daug mažesni už β dalelių siekius. Šie dėsningumai išplaukia iš siekio išraiškos (3.3.47) ir iš to, kad sunkiųjų elektringųjų dalelių ilginė stabdymo geba S yra daug didesnė už tos pačios energijos elektronų ilginę stabdymo gebą (žr. 3.3.3 poskyrį).

3 lentelė. Įvairių energijų α dalelių siekiai

Radioaktyvusis nuklidas	α dalelės energija, MeV	Siekis ore, cm	Siekis biol. audinyje arba vandenyje, μ m
²¹⁰ Po	5,3	3,8	45
²¹² Po	8,8	8,6	105
²²⁶ Ra	4,8	3,3	40
²²² Rn	5,5	4,0	49
²³² Th	4,0	2,5	31
²³⁸ U	4,2	2,7	34
²³⁹ Pu	5,15	3,7	43

4 lentelė. Įvairių nuklidų spinduliuojamų β dalelių didžiausieji siekiai

Radioaktyvusis nuklidas	Didžiausia β dalelių energija, MeV	Didžiausias siekis ore, cm	Didžiausias siekis biolog. audinyje arba vandenyje, cm	Didžiausias siekis Al, cm
¹² C	0,155	22	0,02	0,008
²⁴ Na	1,390	465	0,72	0,222
³² P	1,704	610	0,92	0,285
³⁵ S	0,167	28	0,02	0,010
⁴⁵ Ca	0,255	47	0,06	0,022
⁶⁰ Co	0,310	62	0,09	0,029
⁸² Br	0,465	116	0,16	0,056
⁸⁵ Kr	0,670	172	0,28	0,087
⁸⁹ Sr	1,480	510	0,80	0,247
⁹⁰ Sr	0,546	126	0,20	0,064
⁹⁰ Y	2,280	820	1,27	0,406
¹⁴⁷ Pm	0,220	37	0,06	0,019
¹⁸⁵ W	0,430	93	0,15	0,044
²⁰⁴ Tl	0,783	217	0,35	0,110

4. Tyrimo metodika

4.1. Alfa dalelių sugerties ore tyrimo metodo teorija

[Kadangi beta dalelių sugerties tyrimo metodas buvo trumpai aptartas anksčiau, tai šioje aprašo dalyje bus kalbama tik apie alfa dalelių sugerties tyrimo metodo teoriją.]

Tiriant alfa dalelių sugertį ore, keičiamas atstumas x tarp šaltinio ir detektoriaus. Šiame darbe naudojamas šaltinis, kuris spinduliuoja α daleles visomis kryptimis (taigi, nėra formuojamas siauras lygiagretus α dalelių pluoštas, naudojant 8 pav. metodiką). Todėl, kintant atstumui x , detektorių pasiekiančių dalelių skaičius keičiasi ne tik dėl jų sugerties, bet ir dėl to, kad keičiasi erdvinis kampas Ω , kuriuo matoma detektoriaus darbinė sritis (langelis) iš šaltinio taško. Kadangi mus domina tik α dalelių sąveika su oro molekulėmis, minėtąją priklausomybę nuo erdvinio kampo reikia „panaikinti“ (kompensuoti), padalinus visus išmatuotuosius skaičius N iš atitinkamo daugiklio („geometrinio daugiklio“), kuris priklauso nuo atstumo tarp šaltinio ir detektoriaus. Detektorių pasiekiančių dalelių skaičius yra proporcingas minėtam erdviniam kampui Ω . Taigi, minėtasis geometrinis daugiklis yra lygus Ω . Vadinasi, norint panaikinti erdvinio kampo kitimo įtaką matavimo rezultatams, užregistruotą α dalelių skaičių N reikia padalinti iš erdvinio kampo Ω . Tokiu būdu gaunamas α dalelių srauto **kampinis tankis** $N_{\Omega} \equiv dN/d\Omega$ (dalelių skaičius į vieną steradianą), kuris jau nepriklauso nuo Ω .

$$N_{\Omega} \equiv \frac{dN}{d\Omega} = \frac{N}{\Omega}. \quad (4.1.1)$$

Palyginimas: tiriant β dalelių sugertį, sugėriklio storis keičiamas dedant vieną ant kitos sugėriklio plokštes, tačiau detektoriaus ir β dalelių šaltinio tarpusavio išsidėstymas nesikeičia, todėl geometrinis daugiklis yra pastovus ir neturi įtakos užregistruotų dalelių skaičiaus priklausomybės nuo sugėriklio storio *formai* (taigi, neturi įtakos ir pagal tą priklausomybę apskaičiuotiems sugerties koeficientui bei siekiui), – net ir tada, kai β dalelių pluoštas nėra lygiagretus. Todėl, tiriant β dalelių sugertį, duomenų transformacija (4.1.1) nėra reikalinga.

Alfa dalelių srauto kampinio tankio (4.1.1) priklausomybė nuo sugėriklio (oro) storio turėtų atrodyti maždaug taip, kaip 12 pav. (t.p. žr. 15 pav.). Alfa dalelių vidutinis siekis R randamas pagal tašką, kuris atitinka dalelių srauto kampinio tankio sumažėjimą 2 kartus, lyginant su pradine verte $N_{\Omega 0}$ (žr. 15 pav.). Toks vidutinio siekio matavimo būdas tinka, kai išmatuotąją sugerties kreivę sudaro pakankamai daug taškų, o α dalelių skaičiaus statistinės fluktuacijos yra palyginti mažos.

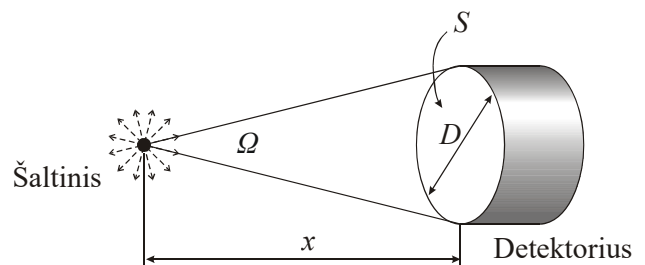
Išsiaiškinsime, kaip skaičiuojamas erdvinis kampas Ω (geometrinis daugiklis). Tarkime, kad spinduliuotės šaltinis yra pakankamai mažas, kad jį būtų galima aproksimuoti taškiniu šaltiniu. Jeigu matavimų geometrija yra tokia kaip parodyta 16 pav., tada erdvinis kampas Ω lygus

$$\Omega = 2\pi \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + (D/2)^2}} \right]; \quad (4.1.7)$$

čia x yra atstumas tarp šaltinio ir detektoriaus, o D yra detektoriaus priekinio paviršiaus (arba jame esančio langelio) skersmuo. Kai $x \gg D$, erdvinis kampas tampa apytiksliai lygus detektoriaus priekinio paviršiaus ploto ir atstumo kvadrato santykiui:

$$\Omega \approx \frac{S}{x^2} = \frac{\pi D^2}{4x^2}, \quad (4.1.8)$$

t. y. erdvinis kampas (ir užregistruotas α dalelių skaičius) yra apytiksliai atvirkščiai proporcingas atstumo kvadratui. Pvz., kai $x = 3D$, (4.1.8) formulės santykinė paklaida, palyginti su tikslesniąja išraiška (4.1.7), yra tik 2 %.



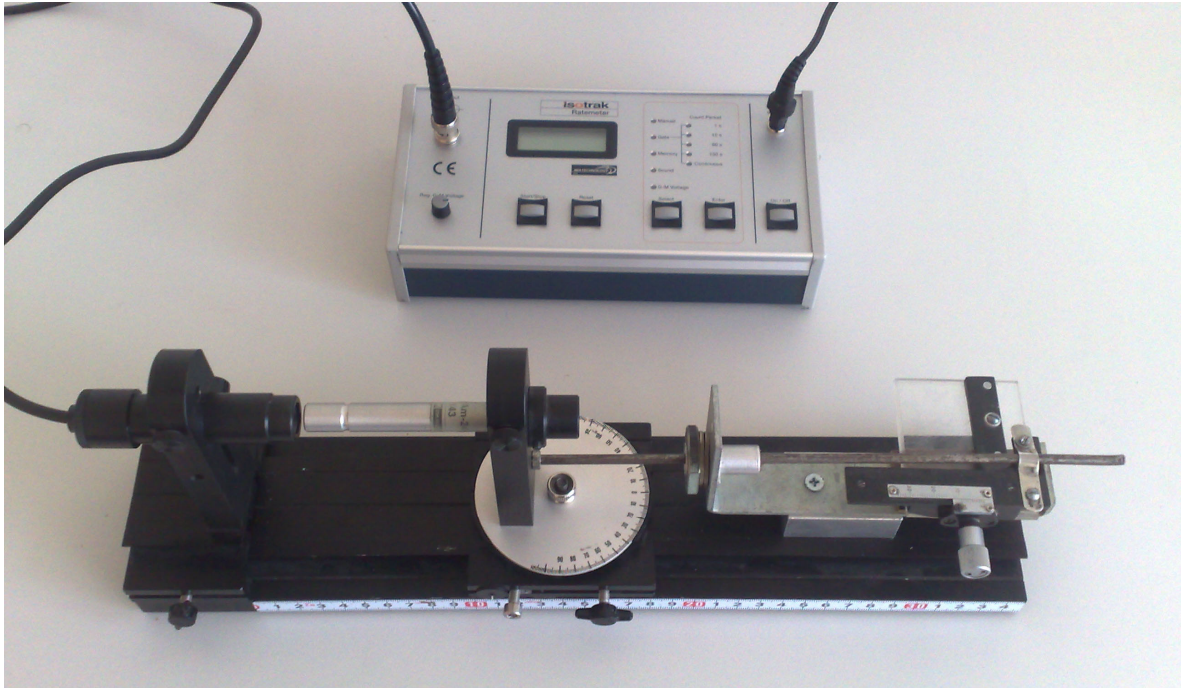
16 pav. Taškiniu radioaktyviojo šaltinio ir detektoriaus tarpusavio išsidėstymas

4.2. Darbo priemonės

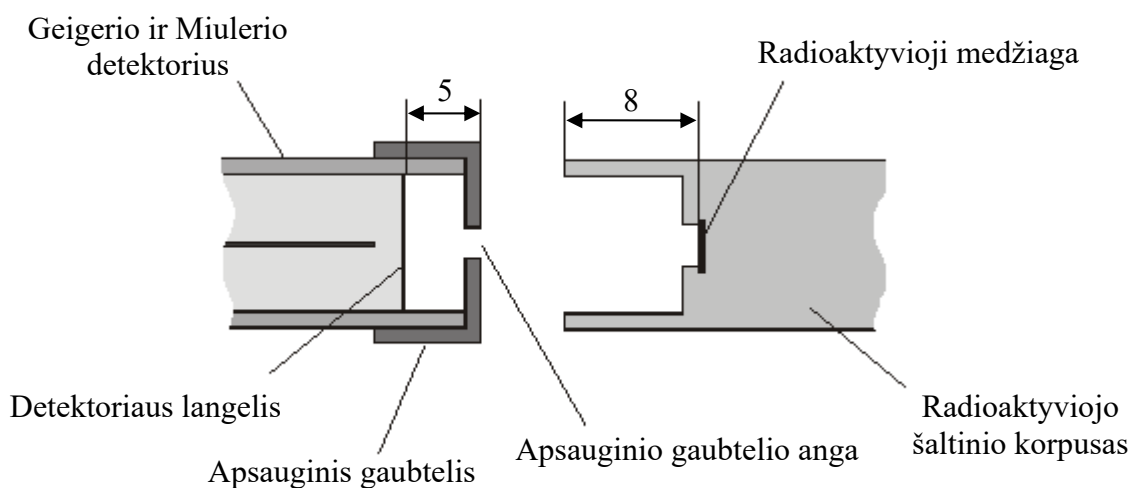
1. Alfa dalelių sugerties ore tyrimo priemonės

- 1.1) Atviras ^{241}Am α radioaktyvusis šaltinis (aktyvumas – 3,7 kBq);
- 1.2) Geigerio ir Miulerio detektorius (langelio skersmuo $D = 9$ mm, langelio masinis storis $d_m = (1,8 \pm 0,2) \text{ mg/cm}^2$, detektoriaus neveikos trukmė $\approx 0,001 \text{ s} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ min}$);
- 1.3) Isotrak impulsų skaičiavimo įrenginys.

Alfa dalelių sugerties ore matavimo įrangos bendras vaizdas pateiktas 17 pav.



17 pav. Alfa dalelių sugerties ore tyrimo įrangos bendras vaizdas



18 pav. Detektoriaus ir alfa radioaktyviojo šaltinio skerspjūvis (atstumai nurodyti milimetrais). Detektoriaus langelio skersmuo $D = 9$ mm. Apsauginis gaubtelis naudojamas tik prieš pradėdant matavimus, siekiant tiksliai nustatyti pradinį atstumą tarp šaltinio ir detektoriaus. Tolimesni matavimai atliekami be apsauginio gaubtelio. [Šis brėžinys atitinka α dalelių sugerties tyrimą, bet ne β dalelių sugerties tyrimą.]

β dalelių sugerties tyrimui naudojamas kitoks Geigerio ir Miulerio detektorius, kuris čia nepavaizduotas. Beta dalelių šaltinio geometrija taip pat skiriasi nuo alfa dalelių šaltinio geometrijos.

Abiejų Geigerio ir Miulerio detektorių, kurie naudojami šiame darbe, langelio medžiaga yra žėrutis. Langelio masinis storis – $(1,8 \pm 0,2) \text{ mg/cm}^2$; žėručio tankis yra $1,5 - 2 \text{ g/cm}^3$. Vadinasi, langelio storis yra maždaug $0,01 \text{ mm} = 10 \text{ }\mu\text{m}$. Taigi, langelis yra labai plonas, ir menkiausias prisilietimas gali jį pažeisti. Todėl draudžiama liesti detektorių langelius.

2. Beta dalelių sugerties tyrimo priemonės

- 2.1) $^{90}\text{Sr} - ^{90}\text{Y}$ β radioaktyvusis šaltinis aliuminio konteineryje;
- 2.2) Geigerio ir Miulerio detektorius (**neveikos trukmė $\approx 0,001 \text{ s}$**) su švino gaubtu fonui sumažinti;
- 2.3) emiterinis kartotuvas;
- 2.4) impulsų skaičiavimo įrenginys su mikrokontroleriu;
- 2.5) personalinis kompiuteris;
- 2.6) aliuminio ir organinio stiklo plokštelės (sugėrikliai). Organinio stiklo tankis $\rho = 1,33 \text{ g/cm}^3$.

Emiterinis kartotuvas yra naudojamas todėl, kad Geigerio ir Miulerio skaitiklio išėjimo varža yra daug didesnė už impulsų skaičiavimo įrenginio įėjimo varžą. Todėl, tiesiogiai prijungus impulsų skaičiavimo įrenginį prie Geigerio ir Miulerio skaitiklio, didžioji išėjimo impulso įtampos dalis kristų skaitiklio išėjimo varžoje, o skaičiavimo įrenginio įėjimo impulso amplitudė būtų mažesnė už to įrenginio jautrio ribą. Emiterinio kartotuvo paskirtis – sumažinti išėjimo varžą, nekeičiant išėjimo įtampos (jo įėjimo varža yra didelė, o išėjimo varža yra maža). Geigerio ir Miulerio skaitiklio išėjimas sujungtas su emiterinio kartotuvo įėjimu, o impulsų skaičiavimo įrenginio įėjimas sujungtas su emiterinio kartotuvo išėjimu.

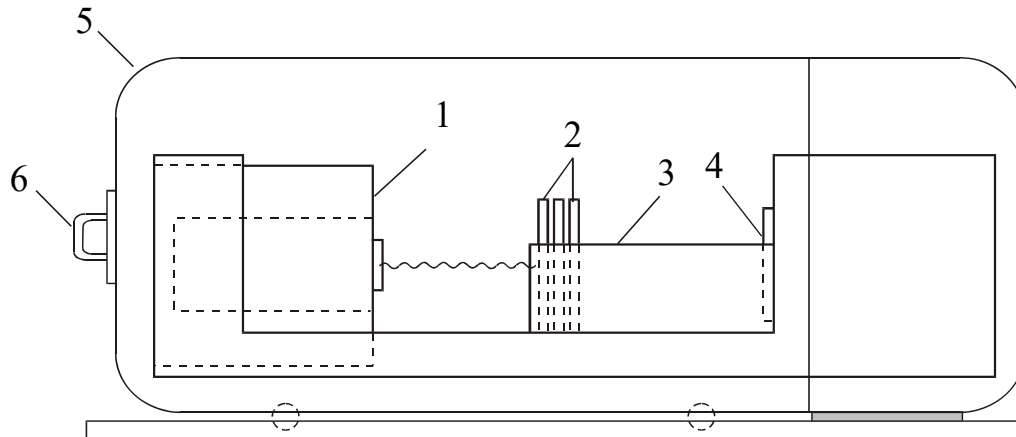
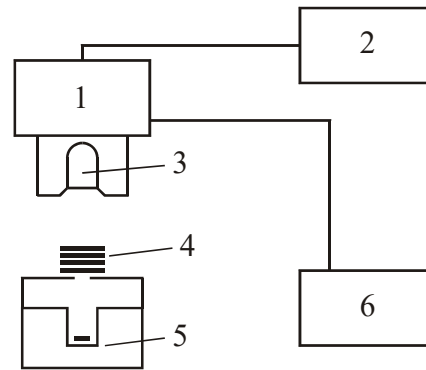
Beta dalelių sugerties tyrimo įrangos bendras vaizdas parodytas 19 pav.

Beta dalelių sugerties tyrimo įrangos apibendrintoji struktūrinė schema pateikta 20 pav. Šiame darbe naudojamas detektoriaus blokas UMF (rus. УМФ, „Устройство малого фона“; „Mažo fono įrenginys“). Detektoriaus, šaltinio ir sugėriklių tarpusavio išsidėstymas įrenginyje UMF pavaizduotas 21 pav. Vienintelis neatitikimas, lyginant su šiuo paveikslu, yra tas, kad konteineris su β radioaktyviu šaltiniu (1) turi būti priglaustas prie sugėriklių laikiklio (3) (ne taip, kaip parodyta 21 pav.). Visas įrenginys patalpintas į metalinį gaubtą, kuris sumažina aplinkos foninio spinduliavimo įtaką matavimo rezultatams.



19 pav. Beta dalelių sugerties tyrimo įrangos bendras vaizdas. Detektoriaus blokas (įrenginys UMF) yra ant grindų šalia stalo. Prieš detektorius padėtas aliuminio konteineris su radioaktyviuoju bandiniu. Ant stalo yra matomi dėžutė su aliuminio ir organinio stiklo plokštelėmis bei monitorius, kuriame atvaizduoti valdymo programos pagrindinis langas bei programos „Origin“ lentelės su matavimo duomenimis

20 pav. β dalelių sugerties tyrimo įrangos struktūrinė schema. 1 – stiprintuvas, 2 – aukštos įtampos šaltinis, 3 – β dalelių (Geigerio ir Miulero) detektorius, 4 – sugėrikliai, 5 – β dalelių šaltinis, 6 – impulsų skaičiavimo įrenginys. *Pastaba:* Šiame darbe įrenginiai 1, 2 ir 3 yra viename korpuse (detektoriaus bloke).



21 pav. Radioaktyviojo šaltinio, sugėriklių ir detektoriaus tarpusavio išsidėstymas įrenginyje UMF. 1 – aliuminio konteineris su β radioaktyviu šaltiniu, 2 – sugėrikliai (aliuminio arba organinio stiklo plokštelės), 3 – sugėriklių laikiklis, 4 – Geigerio ir Miulero detektoriaus langas, 5 – detektoriaus gaubtas, 6 – rankena gaubto slankiojimui. *Pastaba:* Konteineris su β radioaktyviu šaltiniu (1) turi būti priglaustas prie sugėriklių laikiklio (3) (ne taip, kaip parodyta šiame paveiksle)

Nors beta radioaktyviąją medžiagą, kuri naudojama šiame darbe, yra įprasta vadinti ^{90}Sr arba „Sr-90“, tačiau faktiškai tai yra dviejų radioaktyviųjų nuklidų – stroncio Sr-90 ir itrio Y-90 mišinys. Y-90 susidaro skylančiam Sr-90. Taigi, jeigu bandinyje yra Sr-90, tada ten būtinai yra ir Y-90. Šis mišinys yra radioaktyvios pusiausvyros būsenos. Tai reiškia, kad abiejų jo komponentų (Sr-90 ir Y-90) aktyvumai yra vienodi. Tačiau šiame laboratoriniame darbe labiau pasireiškia Y-90 spinduliuotė, nes Y-90 spinduliuoja aukštesnės energijos beta daleles (taigi, Y-90 spinduliuotė yra skvarbesnė negu Sr-90 spinduliuotė).

4.3. Matavimo tvarka

1. Alfa dalelių sugerties tyrimas

Darbo metu atstumas tarp šaltinio korpuso ir detektoriaus korpuso keičiamas nuo 0 iki 18 mm kas 2 mm. Kaip matyti iš 18 pav., atstumas tarp radioaktyviosios medžiagos ir detektoriaus langelio, kuris turi būti naudojamas (4.1.7) formulėje, yra 13 mm didesnis, t. y. jis kinta nuo 13 mm iki 31 mm. Esant kiekvienai atstumo vertei, išmatuojami du dalelių skaičiai N per 1 min – su atidengtu detektoriumi ir uždengus detektorių popieriaus lapu. Popierius beveik nesugeria γ kvantų ir β dalelių, tačiau pilnai sugeria α daleles. Taigi, dalelių skaičius, kuris matuojamas uždengus detektorių popieriumi, atitinka pašalinę spinduliuotės komponentę (vadinamąją „foną“), kurią reikia eliminuoti, kad liktų tik α spinduliuotė, kuri turi būti tiriama šiame darbe. Tai atliekama apskaičiavus abiejų išmatuotų skaičių skirtumą. Minėtojo „fono“ pagrindinė priežastis yra ta, kad kartu su α spinduliuote ^{241}Am spinduliuoja ir γ kvantus bei vidinės konversijos elektronus (beta daleles). Todėl šis „fonas“ priklauso nuo atstumo tarp šaltinio ir detektoriaus ir jį reikia matuoti esant kiekvienam atstumui. Be to, yra mažas pastovus dėmuo, kurį sąlygoja aplinkos natūralioji spinduliuotė.

2. Beta dalelių sugerties tyrimas

- 2.1. Atidaromas detektoriaus gaubtas (žr. 21 pav.). Visi tolimesnieji matavimai bus atliekami su atidengtu gaubtu. **Dėmesio!** Geigerio ir Miulerio detektoriaus langelis yra labai trapus, todėl negalima jo liesti.
- 2.2. Įjungiami kompiuteris, impulsų skaičiavimo įrenginys ir emiterinis kartotuvas.
- 2.3. Išmatuojamas aplinkos fonas. Tam atliekami 20 matavimų po 10 s ir apskaičiuojamas vidurkis. Šių matavimų metų prieš detektorių neturi būti šaltinio.
- 2.4. Prieš detektoriaus langelį padedamas ^{90}Sr – ^{90}Y β radioaktyvusis šaltinis.
- 2.5. Dedant aliuminio folijas ir plokšteles tarp šaltinio ir detektoriaus langelio, išmatuojama β dalelių sugerties kreivė aliuminyje. Sugėriklis (aliuminis) turi būti kuo arčiau šaltinio (t. y. kuo toliau nuo detektoriaus langelio). Keičiant sugėriklius, negalima liesti šaltinio konteinerio, kad nepasikeistų jo padėtis. Aliuminio sluoksnio storis d didinamas nuo 0 iki 2 mm kas 0,1 mm arba kas 0,2 mm. Esant kiekvienam storiui, išmatuojama dalelių skaičiavimo sparta (s^{-1}) bei jos standartinis nuokrypis. Matavimo rezultatai įrašomi į lentelę (programa, kuri valdo impulsų skaičiavimo įrenginį, įrašo matavimo duomenis į „Origin“ lentelę).
- 2.6. Išmatuojama organinio stiklo sugerties kreivė. Matavimų tvarka yra tokia pati, kaip ir atliekant 2.5 punktą (tačiau storių seka yra kitokia).
- 2.7. Impulsų skaičiavimo įrenginys, emiterinis kartotuvas ir kompiuteris išjungiami. Uždaromas detektoriaus gaubtas.

Baigus visus matavimus, po lentelėmis su matavimo duomenimis pasirašo darbo vadovas arba laborantas.

Prie matavimo įrangos yra atskiras matavimo tvarkos aprašas, kuris yra daug smulkesnis, negu tas, kuris pateiktas čia. Tuo aprašu reikia naudotis tik matavimo metu. Baigus matuoti, jį reikia palikti prie matavimo įrangos. Ruošiantis darbui, nebūtina žinoti visų matavimo tvarkos smulkmenų. Jeigu matavimo tvarkos nurodymai, kurie buvo pateikti anksčiau, neatitinka nurodymų, kurie pateikti detalajame apraše, tada matuojant reikia vadovautis detalioju aprašu.

4.4. Pagrindiniai skaičiavimai analizuojant matavimo duomenis

1. Alfa dalelių sugerties tyrimo duomenų analizė

- 1.1. Visų matavimų rezultatai pataisomi, atsižvelgiant į detektoriaus neveikos trukmę (žr. knygos [1] 15.7.1 poskyrį arba laboratorinio darbo Nr. 6 teorinę dalį). T. y., jeigu N' yra išmatuotasis dalelių skaičius per 1 min, o τ_n yra neveikos trukmė (išreikšta minutėmis), tada tikrasis dalelių skaičius per 1 min lygus

$$N = \frac{N'}{1 - N'\tau_n}. \quad (4.4.1)$$

- 1.2. Pataisytieji dalelių skaičiai, kurie buvo užregistruoti su uždengtu detektoriumi, atimami iš atitinkamų pataisytųjų skaičių, kurie buvo užregistruoti su atidengtu detektoriumi (tokiu būdu gaunami α dalelių skaičiai N , kurie nėra iškraipyti neveikos trukmės arba γ spinduliuotės).
- 1.3. Gautieji α dalelių skaičiai dalinami iš erdvinio kampo Ω , kuriuo matomas detektoriaus langelis iš šaltinio taško. Erdvinis kampas apskaičiuojamas pagal (4.1.7) formulę. Čia reikia naudoti tikrąjį atstumą x tarp radioaktyviosios medžiagos ir detektoriaus langelio (matavimų metu jis buvo keičiamas nuo 13 mm iki 31 mm).
- 1.4. Dalelių srauto kampinio tankio N/Ω priklausomybė nuo x pavaizduojama grafiškai (jeigu matavimai buvo sėkmingi, tada jos bendras pavidalas turėtų būti maždaug toks kaip 12 pav.).
- 1.5. Nustatoma x vertė, kuri atitinka dydžio N/Ω sumažėjimą du kartus lyginant su pradine verte. Siekiant sumažinti atsitiktines paklaidas, vietoj pradinės vertės galima naudoti penkių pirmųjų taškų vidurkį. Jeigu grafike nėra taško, kuris atitinka sumažėjimą tiksliai du kartus, tada reikia taikyti tiesinio interpoliavimo metodą. Tokiu būdu gauta x vertė – tai „efektinis“ vidutinis siekis R_{ef} . Jis skiriasi nuo tikrojo vidutinio alfa dalelių siekio ore todėl, kad alfa dalelės netenka energijos ne tik ore, bet ir detektoriaus langelio medžiagoje – žerutyje. Norint gauti alfa dalelių tikrąjį vidutinį siekį ore, prie efektinio siekio reikia pridėti oro sluoksnio storį, kuriame alfa dalelės prarastų tiek pat energijos, kiek jos netenka žeručio sluoksnyje. Tam reikia pasinaudoti (3.3.45) formule. Oro tankis normaliomis sąlygomis yra $0,001293 \text{ g/cm}^3$. Detektoriaus langelio masinis storis pateiktas matavimo priemonių apraše (4.2 poskyryje). Apskaičiuojama vidutinio siekio paklaida ΔR . Ją lemia detektoriaus langelio masinio storio paklaida, kuri irgi pateikta matavimo priemonių apraše (paklaida, kuri atsiranda dėl netiklaus sumažėjimo pusiau taško nustatymo, turėtų būti daug mažesnė).
- 1.6. α dalelių energija apskaičiuojama pagal (3.3.52) formulę. Pagal bendrąsias paklaidų skaičiavimo taisykles apskaičiuojama tos energijos standartinė paklaida. Bendroji taisyklė yra tokia: jeigu dydis f yra dydžio x funkcija, tada dydžio f paklaida yra lygi

$$\Delta f = \left| \frac{df}{dx} \right| \Delta x, \quad (4.4.2)$$

čia Δx yra dydžio x paklaida. Šiuo atveju „ f “ yra energija E , o „ x “ yra vidutinis siekis R . Gautoji energijos vertė palyginama su tikrąja ^{241}Am spinduliuojamų α dalelių energijos verte (5,48 MeV).

2. Beta dalelių sugerties tyrimo duomenų analizė

- 2.1. Dalelių skaičiavimo spartos pataisomos, atsižvelgiant į detektoriaus neveikos trukmę (žr. knygos [1] 15.7.1 poskyrį arba laboratorinio darbo Nr. 6 teorinę dalį):

$$N = \frac{N'}{1 - N'\tau}; \quad (4.4.3)$$

čia N' yra išmatuota skaičiavimo sparta (s^{-1}), o τ yra detektoriaus neveikos trukmė (s). Ši pataisa būtina tik tuo atveju, kai reiškinys $N'\tau$ yra didesnis už 0,01.

- 2.2. Dalelių skaičiavimo spartų natūraliųjų logaritmų priklausomybės nuo medžiagos storio d (sugerties kreivės) pavaizduojamos grafiškai. Taip pat pavaizduojamos jų priklausomybės nuo masinio storio ρd (čia ρ – medžiagos tankis). Sugerties kreivės, atitinkančios aliuminį ir organinį stiklą, turi būti pavaizduotos viename grafike, kad jas būtų lengviau palyginti. Taigi, turi būti du grafikai, kurių kiekviename turi būti dvi kreivės: 1) grafikas, kuriame pavaizduotos funkcijos $\ln N(d)$ aliuminiui ir organiniam stiklui; 2) grafikas, kuriame pavaizduotos funkcijos $\ln N(\rho d)$ aliuminiui ir organiniam stiklui. Masinis storis ρd turi būti išreikštas g/cm^2 . Fono atimti nereikia, nes ekstrapoliuotasis siekis bus nustatomas pagal 11b pav. metodiką. Masinio storio verčių intervale $\rho d > 0,1 \text{ g/cm}^2$ šios kreivės

turėtų būti artimos tiesėms (t. y. skaičiavimo spartos mažėjimas didėjant storiui turėtų būti apytiksliai eksponentinis).

- 2.3. Tiesinės aproksimacijos būdu (žr. 4.5 skirsnį) randami aliuminio ir organinio stiklo sugerties koeficientai μ ir jų atsitiktinės paklaidos $\Delta\mu$. Aproksimuojančios tiesės pavaizduojamos tame pačiame grafike kaip ir sugerties kreivės. **Aproksimuojant reikia naudoti tik tuos taškus, kurie atitinka $\rho d > 0,1 \text{ g/cm}^2$.** Taip yra todėl, kad tiriamąjį šaltinį sudaro du radioaktyvieji nuklidai: stroncio izotopas ^{90}Sr (didžiausioji β dalelių energija 0,546 MeV) ir itrio izotopas ^{90}Y (didžiausioji energija 2,280 MeV). Esant mažiems storiams, pasireiškia abiejų nuklidų spinduliuotė, o esant didesniems storiams pasireiškia tik skvarbesnioji (nuklido ^{90}Y) komponentė. Kadangi taškų skaičius pradinėje sugerties kreivės srityje ($\rho d < 0,1 \text{ g/cm}^2$) yra nepakankamas ^{90}Sr spinduliuotės kiekybinei analizei, tų taškų nereikia naudoti skaičiavimuose.
- 2.4. Apskaičiuojami aliuminio ir organinio stiklo masiniai sugerties koeficientai $\mu_m = \mu/\rho$ ir jų paklaidos $\Delta\mu_m = \Delta\mu/\rho$ (aliuminio tankis $\rho = 2,70 \text{ g/cm}^3$, organinio stiklo tankis $\rho = 1,33 \text{ g/cm}^3$). Abu masiniai sugerties koeficientai paklaidų ribose turėtų sutapti.
- 2.5. Sugerties kreivės pratęsimas iki susikirtimo su fono lygiu (žr. 11b pav.). Randamas ekstrapoliuotasis siekis R_e :

$$R_e = \frac{\ln(N'_0) - \ln(N_f)}{\mu}; \quad (4.4.4)$$

čia N_f yra vidutinė fono impulsų skaičiavimo sparta (s^{-1}), o N'_0 yra apytikslė pradinė β dalelių skaičiavimo sparta (s^{-1}) (apytikslio pradinio skaičiaus N'_0 ir tiksliojo pradinio skaičiaus N_0 skirtumą iliustruoja 11b pav.).

- 2.6. Apskaičiuojamas masinis siekis $R_m = \rho R_e$ ir jo paklaida. Kadangi R_e priklauso nuo trijų dydžių (μ , $\ln(N'_0)$ ir $\ln(N_f)$), kurių kiekvienas išmatuotas su tam tikra paklaida, tai, apskaičiuojant siekio paklaidą, reikia naudoti bendrąją kelių atsitiktinių dydžių funkcijos paklaidos apskaičiavimo taisyklę: jeigu dydis f yra n nepriklausomų argumentų funkcija, kurios argumentai yra x_1, x_2, \dots, x_n , tada dydžio f paklaida yra lygi

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 (\Delta x_2)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2}, \quad (4.4.5)$$

čia $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ yra dydžių x_1, x_2, \dots, x_n paklaidos. Šiuo atveju „ f “ yra ekstrapoliuotasis siekis R_e , o funkcijos f argumentai yra μ , $\ln(N'_0)$ ir $\ln(N_f)$. Šiame analizės etape dydžių μ ir $\ln(N'_0)$ paklaidos jau turėtų būti žinomos iš tiesinio aproksimavimo rezultatų. Fonas N_f yra daug mažesnis už N'_0 , todėl dydžio $\ln(N_f)$ paklaida yra daug mažesnė už dydžio $\ln(N'_0)$ paklaidą ir fono paklaidos galima nepaisyti (t. y. skaičiuoti galima taip, lyg fono paklaida būtų lygi nuliui). Gautoji masinio siekio vertė palyginama su verte, kurią numato empirinė formulė (3.3.55). Šioje formulėje reikia naudoti ^{90}Y spinduliuojamų β dalelių didžiausiąją energiją (2,280 MeV).

4.5. Aproksimavimas tiese

Aproksimavimo tiesė („tiesinio aproksimavimo“) tikslas – apskaičiuoti tiesės lygties

$$y = A + B \cdot x \quad (4.5.1)$$

koeficientus A ir B ir jų paklaidas mažiausiųjų kvadratų metodu. Mažiausiųjų kvadratų metodo esmė yra tokia. Tarkime, turime matavimo duomenų rinkinį, kurį sudaro argumento x vertės $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ ir atitinkamos funkcijos $y(x)$ vertės; n yra matavimų skaičius. Funkcijos vertes žymėsime y_1, y_2, \dots, y_n . Teorinė y vertė, kuri atitinka duotąją argumento vertę x_k , yra nežinomųjų koeficientų A ir B funkcija (žr. (4.5.1)), todėl galima užrašyti $y(x_k) = y(x_k; A, B)$ ($k = 1, 2, \dots, n$). Koeficientų A ir B apskaičiavimo uždavinys formuluojamas tokiu būdu. Labiausiai tikėtinos yra tos nežinomųjų koeficientų A ir B reikšmės, kurios atitinka reiškinio

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n [y(x_k; A, B) - y_k]^2 \quad (4.5.2)$$

absoliutųjį minimumą. (4.5.2) reiškinys – tai teorinių verčių nuokrypių nuo išmatuotųjų verčių kvadratų suma (iš čia – pavadinimas „mažiausiųjų kvadratų metodas“). Šis reiškinys visada turi minimumą, esant tam tikroms tiksliai apibrėžtomis A ir B reikšmėms. Tačiau, net jeigu teorinės funkcijos $y(x)$ pavidalas

tiksčiai atitinka tikrąjį matuojamųjų dydžių y ir x sąryšį, šios optimalios A ir B reikšmės, kurios atitinka kvadratų sumos F minimumą, nebūtinai sutampa su tikrosiomis A ir B reikšmėmis. Taip gali būti, pvz., dėl matavimo paklaidų. Mažiausiųjų kvadratų metodu galima apskaičiuoti tik labiausiai tikėtinas koeficientų A ir B reikšmes.

Viskas, kas anksčiau pasakyta apie mažiausiųjų kvadratų metodą, tinka ne vien tuo atveju, kai teorinė funkcija $y(x)$ yra tiesė. Nepriklausomai nuo šios funkcijos pavidalo ir nuo nežinomųjų koeficientų skaičiaus, reikia minimizuoti (4.5.2) pavidalo reiškinį. Tačiau, kai $y(x)$ yra tiesė, šį uždavinį galima išspręsti analiziškai (t. y. A ir B galima išreikšti elementariais algebriniais reiškiniais), o netiesinės funkcijos atveju šį uždavinį galima išspręsti tik skaitmeniškai (nuosekliųjų artinių metodu, naudojant kompiuterį).

Jeigu $y(x)$ yra tiesinė funkcija (4.5.1), tada kvadratų suma (4.5.2) yra tokio pavidalo:

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n (A + Bx_k - y_k)^2 = nA^2 + B^2 \sum_{k=1}^n x_k^2 + \sum_{k=1}^n y_k^2 + 2AB \sum_{k=1}^n x_k - 2A \sum_{k=1}^n y_k - 2B \sum_{k=1}^n x_k y_k. \quad (4.5.3)$$

Kaip žinoma iš matematinės analizės, kelių kintamųjų funkcijos minimumo taške jos dalinės išvestinės visų kintamųjų atžvilgiu yra lygios nuliui. Prilyginus nuliui (4.5.3) reiškinio dalines išvestines A ir B atžvilgiu, gaunama dviejų tiesinių algebrinių lygčių sistema, kurios nežinomieji yra koeficientai A ir B . Šios lygčių sistemos sprendinys yra

$$B = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k y_k - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right) \left(\sum_{k=1}^n y_k \right)}{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}; \quad (4.5.4a)$$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k - \frac{B}{n} \sum_{k=1}^n x_k. \quad (4.5.4b)$$

Koeficientas B vadinamas tiesės krypties koeficientu arba tiesės „polinkiu“. Koeficientas A nusako y vertę, kai $x=0$. Koeficientų A ir B vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai („empiriniai standartiniai nuokrypiai“) apskaičiuojami pagal formules

$$\Delta A = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)} \left(1 + \frac{\bar{x}^2}{D_x} \right)}, \quad (4.5.5a)$$

$$\Delta B = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n(n-2)D_x}}, \quad (4.5.5b)$$

čia F_{\min} yra mažiausioji kvadratų sumos (4.5.3) reikšmė (t. y. kvadratų suma, kai koeficientai B ir A yra lygūs savo optimaliosioms reikšmėms (4.5.4a) ir (4.5.4b)), \bar{x} yra argumento verčių vidurkis:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad (4.5.6)$$

o D_x yra argumento verčių dispersija:

$$D_x = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{k=1}^n x_k^2}{n} - \bar{x}^2. \quad (4.5.7)$$

Jeigu tikrasis matuojamojo dydžio y ir argumento x sąryšis yra tiesinis, o matavimo paklaidos yra nepriklausomos ir pasiskirsčiusios pagal Gauso skirstinį, kurio plotis nepriklauso nuo taško numerio, tada, padauginus dydžius ΔA ir ΔB iš Stjudento koeficiento, atitinkančio laisvės laipsnių skaičių $n-2$ ir pasirinktą pasikliautinąją tikimybę α , yra gaunamas atitinkamas to koeficiento pasikliautinąjo intervalo pusplotis („pasikliautinąji paklaida“). Nustatant Stjudento koeficientą, kai yra du nežinomi koeficientai, laisvės laipsnių skaičius yra lygus $n-2$, o ne n , nes *nepriklausomų* taškų skaičius yra dviem mažesnis už pilnutinį taškų skaičių (nes yra du sąryšiai (4.5.4a) ir (4.5.4b)). Taigi, tiesės koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriems su tikimybe α priklauso tikrosios (nežinomos) tų koeficientų reikšmės, yra

$$A' - t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A < A < A' + t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta A, \quad (4.5.8a)$$

$$B' - t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B < B < B' + t_{\alpha, n-2} \cdot \Delta B, \quad (4.5.8b)$$

čia A' ir B' yra aproksimavimo būdu gautos reikšmės (jas nusako (4.5.4a,b)), $t_{\alpha, n-2}$ yra Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę α ir laisvės laipsnių skaičių $n-2$, o ΔA ir ΔB išreiškiami (4.5.5a) ir (4.5.5b) formulėmis. Koeficientų A ir B reikšmių intervalai, kuriuos apibrėžia nelygybės

(4.5.8a,b), vadinami tų koeficientų „pasikliautiniais intervalais“, atitinkančiais duotąją pasikliautinąją tikimybę α . Kaip matome iš (4.5.8a,b) nelygybių, koeficiento A arba B pasikliautinąjo intervalo pusplotis (t. y. pusė jo pločio) yra atitinkamai $t_{\alpha,n-2} \cdot \Delta A$ arba $t_{\alpha,n-2} \cdot \Delta B$. Matavimo rezultatus įprasta pateikti taip:

$$A = A' \pm t_{\alpha,n-2} \cdot \Delta A, \quad (4.5.9a)$$

$$B = B' \pm t_{\alpha,n-2} \cdot \Delta B. \quad (4.5.9b)$$

Užrašymas (4.5.9a,b) pagal prasmę yra tapatus užrašymui (4.5.8a,b).

Analizuojant matavimo duomenis, dažniausiai naudojama pasikliautiniosios tikimybės reikšmė yra $0,95 = 95\%$. Kai matavimų skaičius n yra didelis, Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę 95% , yra apytiksliai lygus 2. Stjudento koeficientų reikšmės, atitinkančios įvairias pasikliautinasias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius, yra pateiktos 5 lentelėje.

Dauguma duomenų analizės programų turi aproksimavimo tiesę funkciją. Pvz., programa **Origin** arba Excel funkcija LINEST apskaičiuoja ir koeficientus (4.5.4a,b), ir vidutinius kvadratinius nuokrypius (4.5.5a,b). Tačiau tos programos nedaugina tų nuokrypių iš Stjudento koeficiento. Galutinis aproksimavimo rezultatas neturėtų priklausyti nuo programos, nes visose programose naudojamos tos pačios formulės, t. y. (4.5.4a,b) ir (4.5.5a,b).

5 lentelė. Stjudento koeficientai, atitinkantys įvairias pasikliautinasias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius

Pasikliautinąji tikimybė Laisvės laipsnių skaičius	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99,5%	99,8%	99,9%
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,60
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
100	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291