

VILNIAUS UNIVERSITETAS

Fizikos fakultetas

Mokomoji atomo ir branduolio fizikos laboratorija

Laboratorinis darbas Nr. 1

**FOTOEFEKTO TYRIMAS
IR PLANKO KONSTANTOS MATAVIMAS**

Parengė A. Poškus

2025-03-29

Turinys

Darbo tikslas	2
1. Užduotys	2
2. Kontroliniai klausimai	2
3. Darbo teorija	3
3.1. Planko hipotezė. Energijos kvantas	3
3.2. Elektromagnetinės spinduliuotės fotoninė teorija	3
3.3. Fotoefektas. Einšteino lygtis	3
4. Tyrimo metodika	7
4.1. Tyrimo metodo teorija	7
4.2. Darbo priemonės ir matavimo tvarka	9
4.3. Pagrindiniai skaičiavimai analizuojant matavimo duomenis	10
4.4. Aproximavimas tiese	12

Darbo tikslas

Ištirti išorinį fotoefektą, patikrinti fotoefekto Einšteino lygtį, išmatuoti Planko konstantą.

1. Užduotys

1. Išmatuoti didžiausiąjį potencialų skirtumą U_0 tarp vakuuminio fotoelemento anodo ir katodo, esant keliems į fotoelementą krintančios monochromatinės šviesos dažniams ν .
2. Patikrinti, ar funkcija $U_0(\nu)$ yra tiesinė (kaip turėtų būti pagal fotoefekto Einšteino teoriją). Pagal tos tiesės krypties koeficientą nustatyti Planko konstantą ir jos matavimo paklaidą.

2. Kontroliniai klausimai

1. Fotono sąvoka. Fotono energijos ir dažnio bei impulso ir bangos vektoriaus sąryšiai. Fotono masė. Bangos-dalelės dvejopumo sąvoka.
2. Fotoefekto sąvoka. Vakuuminio fotoelemento sandara.
3. Prieštaravimai tarp empirinių fotoefekto dėsningumų ir klasikinės fizikos.
4. Fotoefekto Einšteino lygtis.
5. Planko konstantos matavimo metodika naudojant vakuuminį fotoelementą.

Literatūra:

1. Poškus A. Atomo fizika ir branduolio fizikos eksperimentiniai metodai. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2008. 544 p.
2. Bandzaitis A., Grabauskas D. Kvantinė mechanika. Vilnius: Mokslas, 1975.
3. Матвеев А.Н. Атомная физика. Москва: Высшая школа, 1989. 439 с. 75 – 78.
4. Шпольский Э. В. Атомная физика. Т. 2. Москва: Наука, 1984. 438 с.
5. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. Москва: Высшая школа, 1963. 620 с.
6. Laboratory Experiments. Phywe Systeme GmbH, 2005 (*kompaktinis diskas*).

3. Darbo teorija

3.1. Planko hipotezė. Energijos kvantas

Siekdamas paaiškinti absoliučiai juodo kūno spinduliuotės eksperimentinius dėsningumus, vokiečių fizikas Maksas Plankas (*Planck*) 1900 m. padarė prielaidą, kad harmoninio osciliatoriaus energija ε gali būti ne bet kokia, o lygi diskrečioms vertėms, kurios yra tam tikro dydžio ε_1 kartotiniai:

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_n = n\varepsilon_1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (3.1.1)$$

Dydis ε_1 šiame reiškinyje – tai mažiausioji duotojo dažnio spinduliuotės energijos porcija, kuri vadinama **energijos kvantu** (iš lotynų kalbos žodžio *quantum* – „kiek“). Taigi, osciliatoriaus energija yra diskreti (kvantuota).

Siekiant paaiškinti eksperimentinę absoliučiai juodo kūno spinduliuotės energijos spektrinio tankio $W_{\lambda,T}$ priklausomybę nuo bangos ilgio λ , teko padaryti prielaidą, kad osciliatoriaus energijos kvantas ε_1 yra proporcingas osciliatoriaus dažniui ν . Proporcingumo koeficientas vadinamas **Planko konstanta** ir žymimas h :

$$\varepsilon_1 = h\nu = \hbar\omega; \quad (3.1.2a)$$

čia $\omega = 2\pi\nu$ yra kampinis dažnis, o $\hbar = h / 2\pi$ yra **redukuotoji Planko konstanta**. Planko konstanta lygi $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s. Kadangi $\nu = c / \lambda$, kur c yra šviesos greitis, tai osciliatoriaus energijos kvantą (3.1.2a) galime išreikšti ir šitaip:

$$\varepsilon_1 = h \frac{c}{\lambda}. \quad (3.1.2b)$$

3.2. Elektromagnetinės spinduliuotės fotoninė teorija

M. Planko hipotezės pagrindu vokiečių fizikas Albertas Einšteinas (*Einstein*) 1905 m. sukūrė **šviesos kvantinę (fotoninę) teoriją**. Remiantis Einšteinu, elektromagnetinė spinduliuotė egzistuoja diskrečių energijos porcijų pavidalu. Elektromagnetinės spinduliuotės energijos kvantą galima laikyti materialia dalele, kuri juda šviesos greičiu c ir perneša energiją

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}. \quad (3.2.1)$$

Ši dalelė vadinama **fotonu**. Kadangi fotonas veikia kaip materialinė dalelė, tai jis turi masę ir judesio kiekį. Fotono masę m_f galima išreikšti pasinaudojus reliatyvistiniu energijos ir masės sąryšiu: $h\nu = m_f c^2$. Iš čia

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}. \quad (3.2.2)$$

Reikia turėti omenyje, kad tai yra šviesos greičiu judančio fotono masė: **fotono rimties masė lygi nuliui**. Tuo fotonas skiriasi nuo materialiujų dalelių (tokių kaip elektronas, protonas ir neutronas), kurių rimties masė nelygi nuliui ir kurios gali būti rimties būsenos. Fotonas negali būti rimties būsenos, o jo greitis visada lygus šviesos greičiui c . Fotono judesio kiekis p_f (masės ir greičio sandauga) yra

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (3.2.3)$$

Fotono judesio kiekio vektorius \mathbf{p}_f susijęs su jo bangos vektoriumi \mathbf{k} šitaip:

$$\mathbf{p}_f = \hbar \mathbf{k}. \quad (3.2.4)$$

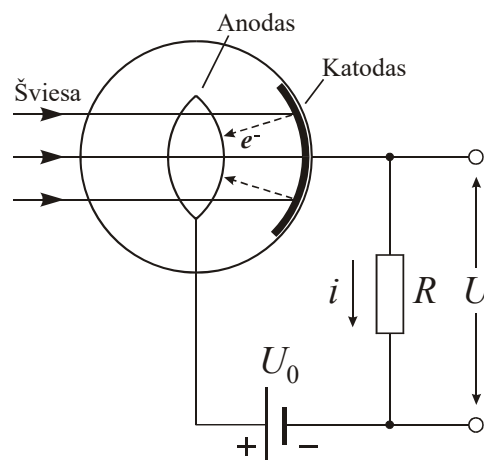
Taigi, elektromagnetinę spinduliuotę galima apibūdinti ne vien bangų parametrais λ ir ν , bet ir dydžiais m_f ir p_f , kurie mechanikoje vartojami apibūdinant materialiujų dalelių judėjimą. Tai rodo, kad elektromagnetinio spinduliavimo reiškiniuose pasireiškia **bangos-dalelės dvejojumas** (angl. *wave-particle duality*): vieni reiškiniai (interferencija, difrakcija ir poliarizacija) rodo, kad elektromagnetinė spinduliuotė yra banginis procesas, o kiti reiškiniai (šiluminės spinduliuotės savybės, fotoefektas ir Komptono efektas) rodo, kad elektromagnetinė spinduliuotė yra diskretusis, arba **kvantinis**, procesas, kurį sukelia atskirų dalelių (fotonų) veikimas.

3.3. Fotoefektas. Einšteino lygtis

XIX a. pabaigoje buvo atrastas dar vienas optinis reiškinys, kurio neįmanoma paaiškinti remiantis klasikine fizika. Buvo pastebėta, kad, apšvietus neigiamai įelektrintą metalo plokštelę ultravioletine šviesa, metalas išsielektrina greičiau, o jeigu metalas įelektrintas teigiamai, tada apšvietus jo išsielektrinimas nepagreitėja. Tai rodo, kad šviesa išlaisvina iš metalo neigiamą elektros krūvį. To neigiamąjo krūvio prigimtį 1900 m. nustatė vokiečių fizikas F. Lenardas (*Lenard*). Jis įrodė, kad neigiamieji

krūvininkai, kuriuos iš metalo išlaisvina šviesa, yra elektronai. Elektronas yra elementarioji dalelė, kurią 1897 m. atrado anglų fizikas Dž. Dž. Tomsonas (*J. J. Thomson*). Elektrono krūvio absoliučioji vertė (modulis) dažniausiai žymima raide e ir yra lygi $1,6022 \cdot 10^{-19}$ C. Šis krūvis vadinamas **elementariuoju krūviu**, nes visų gamtoje egzistuojančių dalelių krūviai yra krūvio e kartotiniai. Elektrono masė yra lygi $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Taigi, ultravioletinė spinduliuotė išlaisvina iš metalo elektronus. Šis reiškinys vadinamas **išoriniu fotoefektu**, o išlaisvintieji elektronai vadinami **fotoelektronais**. Išorinio fotoefekto kiekybinių charakteristikų tyrimui naudojamas įrenginys, kurio schema pavaizduota 1 pav. Stikliniame balione, iš kurio išsiurbtas oras, įtaisomi du metaliniai elektrodai. Vienas elektrodas – tai šviesai jautrus metalo (pvz., Na, Cs arba Sb) sluoksnis, kuris dengia iš vidaus didžiąją dalį stiklinio baliono, išskyrus mažą plotelį šviesai įeiti. Kitas elektrodas – tai vielinis žiedas arba tinklelis, įtvirtintas baliono viduryje. Toks balionas su dviem elektrodais vadinamas **vakuuminis fotoelementu**. Tinklelis atlieka anodo vaidmenį, o kitas elektrodas yra katodas. Jeigu katodas nėra apšviestas, tai elektros srovė neteka. Apšvietus katodą, atsiranda elektros srovė, kurios stipris i priklauso nuo potencialų skirtumo, spinduliuotės intensyvumo, katodo medžiagos ir šviesos dažnio. Aišku, kad srovė sukuria fotoelektronai. Ši srovė vadinama **fotosrove**. Fotosrovės stipris i nustatomas pagal įtampos kritimą $U = iR$ rezistoriuje R (žr. 1 pav.).



1 pav. Išorinio fotoefekto tyrimo schema (vakuuminis fotoelementas)

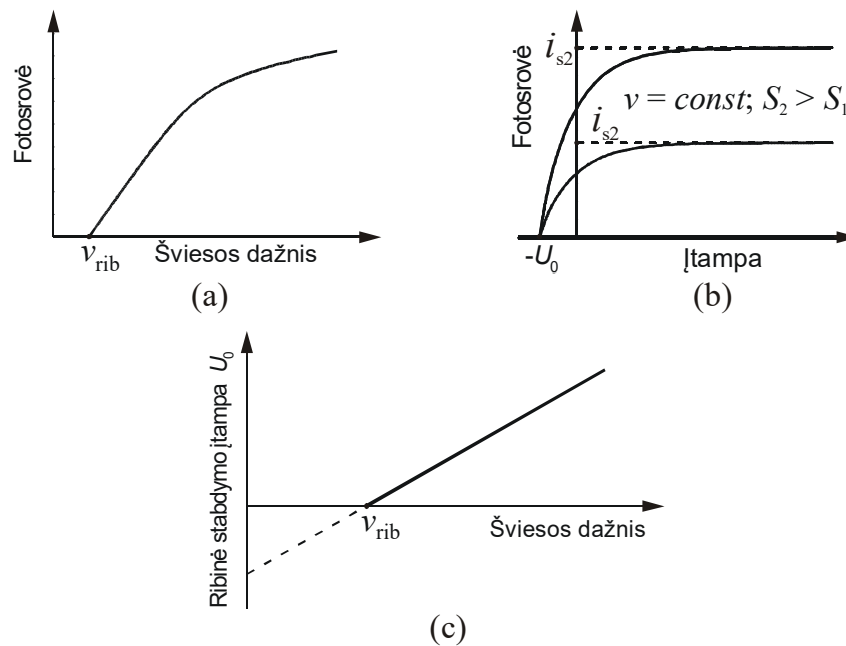
Pagal klasikinę teoriją elektronus iš metalo „išplėšia“ šviesos elektrinis laukas. Tačiau klasikinė teorija negali paaiškinti šių fotoefekto dėsningumų:

a) Kiekvienam metalui yra būdingas tam tikras mažiausias fotoefekto šviesos dažnis ν_{rib} . Kitaip sakant, egzistuoja maksimalus šviesos bangos ilgis, kurį viršijus fotoefektas nevyksta. Pvz., apšvietus cinko plokštelę regimosios šviesos spinduliais, jie neišlaisvins iš cinko elektronų kad ir koks stiprus būtų šviesos srautas. Tačiau ultravioletiniai spinduliai, net jeigu jų srautas yra labai silpnas, išlaisvina iš cinko elektronus. Taigi, bandymo su cinku atveju mažiausias šviesos dažnis, kuriam esant vyksta fotoefektas, yra ultravioletinių spindulių diapazone. Šis mažiausias dažnis, arba didžiausias bangos ilgis, vadinamas **fotoefekto raudonąja riba**. Raudonosios ribos egzistavimą iliustruoja 2a pav.: fotosrovė skiriasi nuo nulio tik tada, kai $\nu > \nu_{\text{rib}}$. Be to, fotosrovė stiprėja didėjant šviesos dažniui. Tokia priklausomybė prieštarauja klasikinei teorijai, pagal kurią šviesos elektrinis laukas „įsiūbuoja“ metalo elektronus ir, kai elektrono priverstinių virpesių amplitudė tampa pakankamai didelė, jis išlekia iš metalo. Vadinasi, pagal klasikinę teoriją fotosrovė turėtų būti didžiausia tada, kai šviesos dažnis lygus elektrono savųjų virpesių dažniui, t. y. fotosrovės priklausomybė nuo šviesos dažnio turėtų būti rezonansinė.

b) Fotoelektronų didžiausias greitis v_{max} nepriklauso nuo katodo energinės apšvietos S (**energinė apšvieta** – tai spinduliuotės energijos kiekis, kuris krinta per laiko vienetą į ploto vienetą). Greitis v_{max} praktikoje matuojamas taip. Prie anodo (t. y. elektrodo, kuris surenka fotoelektronus) prijungiama neigiama įtampa atžvilgiu katodo (t. y. elektrodo, iš kurio išlekia fotoelektronai). Tada fotoelektronai yra lėtinami ir pasiekusių anodą elektronų skaičius mažėja didėjant lėtinimo įtampai. Atitinkamai fotosrovė mažėja (žr. 2b pav.). Kai lėtinimo įtampa pasiekia vertę U_0 , kuriai esant netgi greičiausi elektronai nepasiekia anodo, fotosrovė sumažėja iki nulio (žr. 2b pav.). Pagal įtampos U_0 vertę galima apskaičiuoti didžiausią fotoelektronų greitį v_{max} . Esant šiai įtampai, greičiausieji elektronai kelyje nuo katodo iki anodo praranda visą savo kinetinę energiją, kuri lygi $mv_{\text{max}}^2/2$ (čia m yra elektrono masė). Antra vertus, įtampos U_0 poveikis pasireiškia tuo, kad elektrono kinetinė energija sumažėja dydžiu eU_0 (čia e yra elektrono krūvis). Todėl

$$eU_0 = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} \quad \text{ir} \quad v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}. \quad (3.3.1)$$

Kaip parodyta 2b pav., U_0 nepriklauso nuo energinės apšvietos S . Tai prieštarauja klasikinei teorijai, pagal kurią energinė apšvieta yra proporcinga elektromagnetinės bangos elektrinio lauko amplitudės kvadratui. Ši amplitudė, savo ruožtu, yra proporcinga didžiausiai jėgai, kuria šviesa veikia metalo elektronus. Didėjant šiai jėgai, turėtų didėti ir išlaisvintų elektronų didžiausias greitis. T. y. pagal klasikinę teoriją fotoelektronų didžiausias greitis v_{max} (ir ribinė stabdymo įtampa U_0) turėtų didėti didėjant energinei apšvietai.



2 pav. Fotoefekto dėsningumai: (a) raudonoji riba; (b) fotoelektronų didžiausias greitis nepriklauso nuo energinės apšvietos S ; (c) fotoelektronų didžiausia energija proporcinga šviesos dažniui

c) Fotoelektronų didžiausia energija yra proporcinga šviesos dažniui (žr. 2c pav.). Pagal klasikinę teoriją fotoelektrono didžiausia energija turėtų didėti didėjant jo priverstinių virpesių amplitudei, t. y. didžiausios energijos priklausomybė nuo dažnio turėtų būti su maksimumu (žr. ankstesnį aptarimą).

d) Laiko tarpas tarp metalo apšvietimo ir fotoelektrono išlėkimo yra labai mažas (mažesnis negu 10^{-9} s). Pagal klasikinę teoriją elektronų „išsiūbavimo“ trukmė turėtų būti daug kartų didesnė.

Šiuos fotoefekto dėsningumus 1905 m. paaiškino Einšteinas pasinaudojęs fotonine šviesos prigimties hipoteze. Remiantis Einšteinu, fotonas, pataikęs į metalą, gali atiduoti savo energiją $h\nu$ vienam metalo elektronui. Šios energijos dalis išekvojama darbui A , kuris atliekamas išlaisvinant elektroną iš metalo (*elektrono išlaisvinimo darbu*), o likusioji dalis virsta išlaisvinto elektrono kinetine energija. Išlaisvinto elektrono greitis yra lygus didžiausiam fotoelektronų greičiui v_{\max} , kuris nustatomas pagal stabdymo įtampą U_0 (tai paaiškinta anksčiau), o jo kinetinė energija lygi $mv_{\max}^2/2$ (čia m yra elektrono masė). Pagal energijos tvermės dėsnį fotono energija turi būti lygi išlaisvinimo darbo A ir išlaisvinto elektrono kinetinės energijos sumai:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}. \quad (3.3.2)$$

Tai yra *fotoefekto Einšteino lygtis*. Fotoelektronai dalį savo energijos praranda sąveikaudami su metalo atomais. Todėl iš metalo jie išlekia greičiu, kuris mažesnis už didžiausią greitį v_{\max} .

Pagal (3.3.2) lygtį galima paaiškinti minėtus fotoefekto dėsningumus:

a) *Fotoefekto raudonosios ribos (žr. 2a pav.) aiškinimas*. Pagal (3.3.2) lygtį fotoelektronų didžiausia energija lygi fotono energijos ir išlaisvinimo darbo skirtumui:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = h\nu - A. \quad (3.3.3)$$

Jeigu fotono energija $h\nu$ yra mažesnė už išlaisvinimo darbą A , tada (3.3.3) lygybės dešinioji pusė yra neigiama. Tačiau kinetinė energija negali būti neigiama. Todėl, jeigu $h\nu < A$, fotoefekto nėra. Taigi, fotoefekto raudonoji riba ν_{rib} atitinka lygybę

$$h\nu_{\text{rib}} = A. \quad (3.3.4)$$

Elektrono išlaisvinimo darbas A – būdingas katodo medžiagai dydis, todėl skirtingų katodo medžiagų ribinis dažnis ν_{rib} yra skirtingas. A vertė lemia fotoefekto raudonąją ribą.

b) *Didžiausiojo greičio v_{\max} nepriklausomumo nuo energinės apšvietos (žr. 2b pav.) aiškinimas*. Pagal (3.3.3) lygtį fotoelektronų didžiausias greitis v_{\max} priklauso tik nuo fotonų dažnio ν ir nuo išlaisvinimo darbo A . Taigi, jis nepriklauso nuo energinės apšvietos.

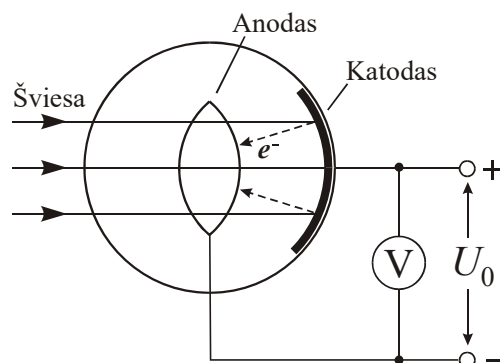
- c) *Fotoelektronų didžiausios energijos tiesinė priklausomybė nuo šviesos dažnio* (žr. 2c pav.) taip pat tiesiogiai išplaukia iš (3.3.3) lygties.
- d) *Maža fotoefekto vėlinimo trukmė* susijusi su tuo, kad ją lemia fotono sąveikos su medžiaga tikimybė, o ne medžiagos elektronų „išsiūbavimo“ trukmė.

Kai kurie fotoelektronai visą savo energiją praranda katodo medžiagoje, t. y. neišlekia iš katodo ir neturi įtakos matuojamai elektros srovei. Didėjant dažniui ν (t. y. didžiausiam fotoelektronų greičiui v_{\max}), tokių fotoelektronų skaičius mažėja, todėl srovė didėja (žr. 2a pav.).

4. Tyrimo metodika

4.1. Tyrimo metodo teorija

Šiame darbe naudojamas vakuuminis elementas, prie kurio prijungtas elektrometrinis stiprintuvas (įtampos kartotuvus) ir multimetras. Elektrometrinis stiprintuvas kartu su multimetru atlieka didelės įėjimo varžos ($> 10^{13} \Omega$) voltmetro vaidmenį (didelė įėjimo varža reikalinga tam, kad sumažinti krūvio nuotėkį per voltmetrą). 3 pav. tas voltmetras pažymėtas simboliu „V“. Kriniant šviesai į vakuuminio fotoelemento katodą, iš jo išlaisvinami fotoelektronai, kurių dalis pasiekia neapšviestą anodą. Taigi, katodas įsielektrina teigiamai, o anodas – neigiamai¹. Šis krūvio persiskirstymas tarp katodo ir anodo vyksta tol, kol potencialų skirtumas tarp katodo ir anodo yra mažesnis už ribinę vertę U_0 , kurią nusako (3.3.1) reiškinys. Todėl, praėjus trumpam (kelių minučių) įsielektrinimo laikui, fotoelektronai jau nebegali pasiekti anodo ir krūvio persiskirstymas baigiasi, o potencialų skirtumas nusistovi ties verte U_0 . Pagal (3.3.1) ir (3.3.3), įtampa U_0 yra tiesiog proporcinga šviesos dažniui:



3 pav. Ribinės stabdymo įtampos U_0 matavimo schema

$$U_0 = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}. \quad (4.1.1)$$

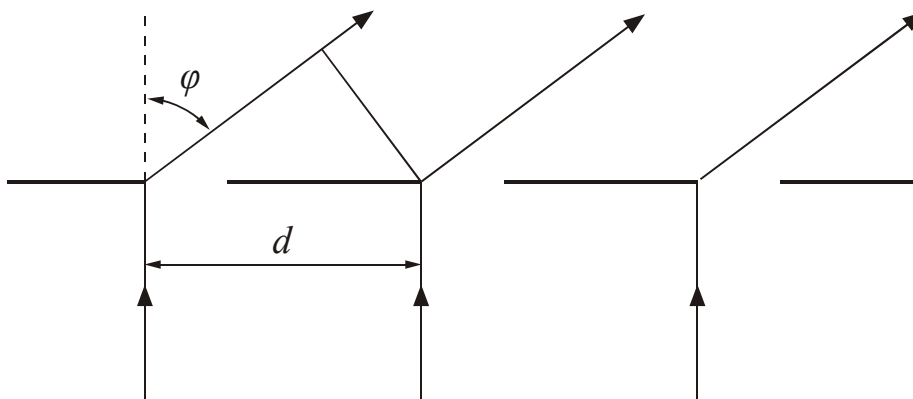
Vadinasi, nubrėžus U_0 priklausomybę nuo ν , gaunama tiesė, kurios krypties koeficientas (polinkis) lygus Planko konstantos h ir elementariojo krūvio e santykiui. Tokiu būdu galima išmatuoti Planko konstantą.

Norint praktiškai pritaikyti aukščiau aprašytąjį metodą, reikia gauti reguliuojamo dažnio monochromatinę šviesą. Tai galima pasiekti, naudojant difrakcinę gardelę ir šviesos šaltinį, kuris spinduliuoja kelių tiksliai apibrėžtų bangos ilgių šviesą. Iš banginės optikos žinome, kad praėjusios pro difrakcinę gardelę monochromatinės šviesos intensyvumo maksimumai (*difrakciniai maksimumai*) stebimi tam tikromis tiksliai apibrėžtomis kryptimis, kurios tenkina sąlygą

$$\sin \varphi = n \frac{\lambda}{d} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots); \quad (4.1.2)$$

čia φ yra *sklaidos kampas*, t. y. kampas tarp pradinės krypties (kuri sutampa su difrakcinės gardelės normale) ir intensyvumo maksimumo krypties (žr. 4 pav.), λ yra bangos ilgis, d yra difrakcinės gardelės periodas (t. y. difrakcinės gardelės pločio ir rėžių skaičiaus santykis), o sveikasis skaičius n vadinamas difrakcinio *maksimumo eile*. Vadinasi, jeigu į difrakcinę gardelę krinta kelių bangos ilgių šviesa, tada skirtingų bangos ilgių šviesos maksimumai bus stebimi skirtingomis kryptimis, kurios atitinka (4.1.2) sąlygą. Atitinkamai, pagal išmatuotą kampą φ , kuris nusako kryptį į vieną iš tų maksimumų, galima apskaičiuoti bangos ilgį:

$$\lambda = \frac{d}{n} \sin \varphi \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (4.1.3)$$



4 pav. Kampas φ ir difrakcinės gardelės periodo d apibrėžtys

¹ „Katodu“ vadinamas poliarizuoto elektrinio įtaiso elektrodas, kuriuo išorinės grandinės elektros srovė *išteka* iš įtaiso, o „anodu“ – elektrodas, kuriuo išorinė srovė *įteka* į įtaisą. Šiuo atveju išorinėje grandinėje srovė išteka iš *teigiamojo* elektrodo, todėl jis vadinamas „katodu“, o neigiamasis vadinamas „anodu“. Palyginimas: dujinio detektoriaus išorinės grandinės srovė išteka iš *neigiamojo* elektrodo, todėl dujinio detektoriaus neigiamasis elektrodas vadinamas „katodu“, o teigiamasis – „anodu“.

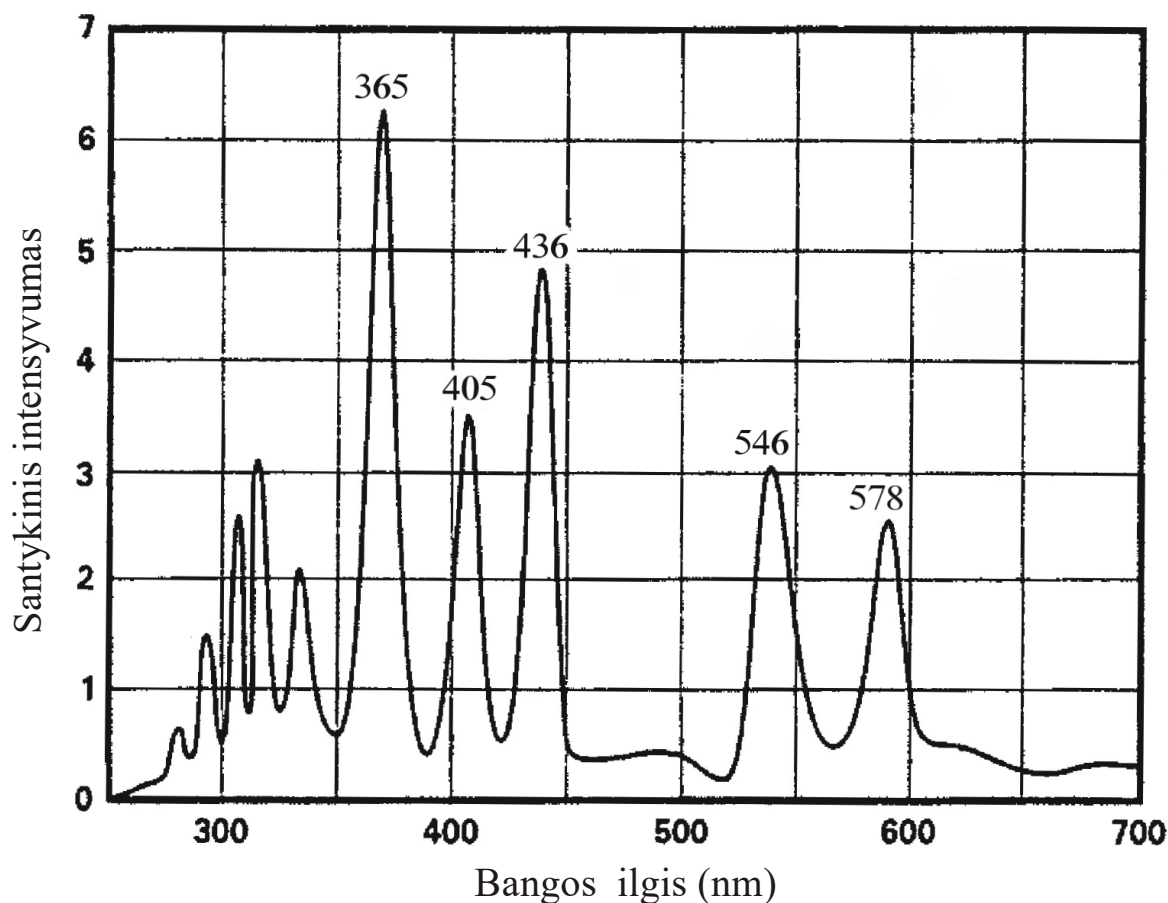
Kitas šio sąryšio taikymas yra šviesos monochromatizavimas – tiksliai apibrėžto bangos ilgio šviesos išskyrimas iš kelių bangos ilgių mišinio. Būtent tokiu būdu gaunama monochromatinė šviesa šiame darbe.

Kaip matome (4.1.3) formulėje, duotoji kryptis φ atitinka daugelį galimų bangos ilgių, priklausomai nuo maksimumo eilės n . Todėl, pvz., jeigu krintančiojoje spinduliuotėje yra ne tik bangos ilgis $d \sin \varphi$, bet ir bangos ilgis $(d/2) \sin \varphi$ arba $(d/3) \sin \varphi$, tada visos tos komponentės bus sklaidomos ta pačia kryptimi φ ir išsklaidytoji spinduliuotė nebus tiksliai monochromatinė. Siekiant išvengti šio reiškinių, šiame darbe naudojami šviesos filtrai, kurie pašalina trumpabanges (ultravioletinės šviesos) komponentes, kurios atitinka $n > 1$.

Šiame darbe naudojama aukšto slėgio gyvsidabrio lempa. Tokios lempos tipiškas spektras parodytas 5 pav.

Nors žmogaus akis nėra jautri ultravioletinei šviesai, tačiau šiame darbe ultravioletines linijas galima stebėti, pasinaudojus tuo, kad popierius fosforescuoja, kai į jį krinta ultravioletinė šviesa (ši fosforescencija pasireiškia popieriaus mėlynu švytėjimu). Pvz., tokiu būdu galima pamatyti gyvsidabrio garų spinduliuotės 365 nm bangos ilgio liniją, kuri priklauso ultravioletiniam diapazonui.

Planko konstantos matavimas naudojant fotoefektą yra ne toks tikslus kaip Planko konstantos nustatymas pagal stabdomosios rentgeno spinduliuotės spektro trumpabangę ribą. Pagal funkcijos $U_0(\nu)$ nustatytos Planko konstantos vertės sisteminė paklaida gali siekti 10%. Šių paklaidų pagrindinė priežastis yra nuotėkio srovė (tai yra ta pati srovė, dėl kurios fotoelementas išsielektrina išjungus apšvietimą). Nuotėkio srovė neleidžia pasiekti didžiausios įtampos, ir šis sotes įtampos sumažėjimas yra tuo didesnis, kuo lėčiau vyksta fotoelemento įsielektrinimas, t. y. elektros krūvio persiskirstymas tarp anodo ir katodo apšvietus fotoelementą. Todėl visi reiškiniai, kurie sulėtina minėtąjį fotoelemento įsielektrinimą, tuo pačiu sumažina eksperimentinę sotes įtampą U_0 . Pvz., jeigu dėl neoptimalios geometrijos dalį krintančios šviesos sugeria konstrukciniai komponentai (pvz., vamzdžio kraštas), tada U_0 sumažėja, nes sumažėja fotoelementą pasiekiančios šviesos srautas. Kita U_0 sumažėjimo priežastis yra ta, kad fotoelektronų emisija vyksta ne tik iš fotoelemento katodo, bet ir iš anodo (dėl to pilnutinis elektronų srautas iš katodo į anodą sumažėja). Dėl šių veiksnių išmatuotoji Planko konstantos vertė gaunama mažesnė už tikrąją.



5 pav. Tipiškos aukšto slėgio gyvsidabrio lempos spinduliuotės bangos ilgių spektras. Virš spektro maksimumų nurodyti bangos ilgiai (nm) (iš tinklalapių <www.apsc.csi.cuny.edu/courses/ENS463/2PhotoLithography.pdf> ir <<http://ioannis.virtualcomposer2000.com/spectroscope/amici.html#1hgp>>)

4.2. Darbo priemonės ir matavimo tvarka

Šiam darbui naudojamas Vokietijos kompanijos „Phywe Systeme“ mokomosios įrangos komplektas. Matavimo įrangos bendras vaizdas parodytas 6 pav. Darbo įrangą sudaro:

- 1) vakuuminis fotoelementas (katodo medžiaga – PbS, katodo plotas $3,3 \text{ cm}^2$, spektro diapazonas 300 – 650 nm);
- 2) aukšto slėgio gyvsidabrio lempa (80 W). **Dėmesio!** Darbo metu lempa įkaista iki labai aukštos temperatūros, todėl, kai lempa įjungta, jos negalima liesti;
- 3) lempos maitinimo blokas;
- 4) difrakcinė gardelė (režių tankis – 600 režių/mm);
- 5) apskritas ekranas su reguliuojamo pločio stačiakampiu plyšiu;
- 6) lęšis (lęšio židinio nuotolis – 100 mm, lęšio skersmuo – 40 mm);
- 7) du spalvų filtrai (vienas jų slopina bangos ilgį, kurie mažesni už 580 nm, o kitas – bangos ilgį, kurie mažesni už 525 nm);
- 8) optinis stendas (dvi 60 cm ilgio sekcijos, sujungtos šarnyru);
- 9) elektrometrinis stiprintuvas (įėjimo varža $> 10^{13} \Omega$);
- 10) skaitmeninis multimetras;

Be to, naudojami du aliuminio vamzdžiai, kurie sumažina aplinkos apšvietimo įtaką (tie vamzdžiai neįeina į originalią PHYWE įrangą). Vienas vamzdis yra tarp ekrano su plyšiu ir difrakcinės gardelės, o kitas – tarp difrakcinės gardelės ir fotoelemento (žr. 6 pav.)



6 pav. Matavimo įrangos bendras vaizdas

Darbo metu reikia išmatuoti vakuuminio fotoelemento soties įtampą U_0 , kai į fotoelemento langelį krinta žinomo bangos ilgio monochromatinė šviesa. Tiriama penkis bangos ilgius, kurie atitinka penkis gyvsidabrio spinduliuotės spektro linijas. Atitinkami spinduliuotės dažniai apskaičiuojami pagal formulę $\nu = c / \lambda$. naudojant tiksluosius bangos ilgius, kurie pateikti 5 pav. (šiuose darbe bangos ilgius nematuojami; matuojama tik fotoelemento soties įtampa). Taigi, išmatuotąją įtampą priklausomybę nuo dažnio sudaro penki taškai. Matavimus reikia pakartoti penkis kartus. T. y, reikia išmatuoti penkis priklausomybes nuo dažnio, kurių kiekvieną sudaro penki taškai (iš viso – 25 įtampų matavimai).

Darbo metu į lentelę surašomos įtampos vertės ir atitinkami sklaidos kampai φ , kurie lemia bangos ilgį.

Baigus matavimus, po lentelę su matavimo duomenimis pasirašo darbo vadovas arba laborantas.

Prie matavimo įrangos yra atskiras matavimo tvarkos aprašas, kuris yra daug smulkesnis, negu tas, kuris pateiktas čia. Tuo aprašu reikia naudotis tik matavimo metu. Baigus matuoti, jį reikia palikti prie matavimo įrangos. Ruošiantis darbui, nebūtina žinoti visų matavimo tvarkos smulkmenų. Jeigu matavimo tvarkos nurodymai, kurie buvo pateikti anksčiau, neatitinka nurodymų, kurie pateikti detalijame apraše, tada matuojant reikia vadovautis detalioju aprašu.

4.3. Pagrindiniai skaičiavimai analizuojant matavimo duomenis

Pagal kampo φ vertes, naudojant (4.1.3) formulę, apskaičiuojami apytiksliai bangos ilgiai, kurie atitinka stebėtąsias linijas. Kadangi sklaidos kampų vertės yra labai netikslios, tai šitaip apskaičiuoti bangos ilgiai taip pat yra labai netikslūs. Juos reikia pakeisti tiksliais. Tikslusis bangos ilgis nustatomas, pasirenkant vieną iš penkių verčių, kurios pateiktos 5 pav. (reikia rinktis vertę, kuri artimiausia išmatuotajai). Nustačius bangos ilgį, apskaičiuojami atitinkami spektro linijų dažniai $\nu = c / \lambda$. Grafiškai pavaizduojama funkcija $U_0(\nu)$ (po penkis taškus kiekvienam dažniui). Pagal (4.1.1) formulę, ta funkcija turėtų būti tiesė, kurios krypties koeficientas lygus h / e . Atlikus tiesinę aproksimaciją (žr. 4.4 skirsnį), nustatoma Planko konstanta h ir jos matavimo paklaida (tiksliau, pasikliautinąjo intervalo pusplotis, „pasikliautoji paklaida“). Siekiant atskirti atsitiktines paklaidas nuo neatsitiktinių (sisteminių), reikia atskirai aproksimuoti kiekvieną iš penkių išmatuotųjų įtampos priklausomybių nuo dažnio ir taip gauti penkias eksperimentines Planko konstantos vertes. Paskui reikia apskaičiuoti tų penkių verčių vidurkį ir Planko konstantos matavimo paklaidą (tiksliau, pasikliautinąjo intervalo pusplotį, „pasikliautinąją paklaidą“). Aproksimuojančios tiesės turi būti pavaizduotos tame pačiame grafike, kaip ir išmatuotoji priklausomybė $U_0(\nu)$. Jeigu visos penkios aproksimuojančios tiesės yra taip arti viena kitos, kad vizualiai jas sunku atskirti, tada užtenka pavaizduoti tik vieną iš jų, arba tik dvi, kurios labiausiai skiriasi viena nuo kitos (tokiu atveju reikalingas atitinkamas paaiškinimas tekste). Planko konstantos 95 % pasikliautinąjo paklaida turi būti apskaičiuota pagal formulę

$$\Delta h = t_{95\%,n-1} \frac{\sigma_h}{\sqrt{n}}, \quad (4.3.1)$$

čia $t_{95\%,n-1}$ yra Stjudento koeficientas, atitinkantis pasikliautinąją tikimybę 95 % ir laisvės laipsnių skaičių $n - 1$, kur n yra Planko konstantos matavimų skaičius (šiuo atveju $n = 5$), o σ_h yra eksperimentinės Planko konstantos standartinis nuokrypis:

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (h_k - \bar{h})^2}, \quad (4.3.2)$$

čia h_k yra eksperimentinė Planko konstantos vertė, apskaičiuota pagal k -tojo tiesinio aproksimavimo rezultatus (t. y. pagal k -tąjį stabdymo įtampų, atitinkančių penkis dažnius, verčių rinkinį), o \bar{h} yra penkių eksperimentinių Planko verčių aritmetinis vidurkis:

$$\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n h_k. \quad (4.3.3)$$

Stjudento koeficientų reikšmės, atitinkančios įvairias pasikliautinasias tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius, yra pateiktos 4.1 lentelėje

Planko konstantos galutinį matavimo rezultatą reikia užrašyti taip:

$$h = (\bar{h} \pm \Delta h) \text{ J} \cdot \text{s}, \quad (4.3.4)$$

čia vietoj \bar{h} ir Δh turi būti įrašytos atitinkamos skaitinės vertės, kurių matavimo vienetas yra J·s (pastarąjį matavimo vienetą galima užrašyti ir kitaip: m²·kg/s). Eksperimentinė Planko konstantos vertė palyginama su tikrąja verte. Tiksliau, reikia patikrinti, ar tikroji vertė priklauso 95 % pasikliautinajam intervalui, kurio ribos yra nusakomos (4.3.4) lygybe. Jeigu priklauso, tada galima spėti, kad paklaidos yra daugiausia atsitiktinės (t. y. vienodomis sąlygomis pakartojus eksperimentą daug kartų, rezultatų vidurkis priartėtų prie tikrosios vertės). Jeigu tikroji vertė nepriklauso 95 % pasikliautinajam intervalui, tada galima spėti, kad labiausiai pasireiškia sisteminės (neatsitiktinės) paklaidos (t. y. vienodomis sąlygomis kartojant eksperimentą daug kartų, rezultatų vidurkis neartėtų prie tikrosios vertės). Minėtieji spėjimai yra pakankamai patikimi tik tada, kai skirtingų matavimų rezultatai skiriasi vienas nuo kito vien dėl atsitiktinių paklaidų (nors jų nuokrypiai nuo tikrosios vertės gali būti ne vien atsitiktiniai). Šiuo atveju taip ir yra: penki eksperimentiniai Planko konstantos įverčiai skiriasi vienas nuo kito vien dėl stabdymo

įtampos svyravimų, kurie atsiranda dėl elektrometrinio stiprintuvo išėjimo įtampos nestabilumo, netikslaus optinių komponentų padėties užfiksavimo skirtinguose matavimuose ir kt. (visi šie veiksniai yra atsitiktiniai). Tačiau yra galimi ir pasikartojantys (neatsitiktiniai) veiksniai, dėl kurių visi penki eksperimentiniai Planko konstantos įverčiai gali būti maždaug 10 % mažesni už tikrąją Planko konstantą (apie to sumažėjimo priežastis užsiminta 4.1 skirsnio pabaigoje). Kadangi pastarieji veiksniai vienodai veikia visus matavimus (t. y. visada pakeičia jų rezultatas vienodu dydžiu ir ta pačia kryptimi), tai jie neturi įtakos anksčiau aprašytu būdu apskaičiuotai pasikliautinajai paklaidai Δh .

4.1 lentelė. Stjudento koeficientai, atitinkantys įvairias pasikliautinas tikimybes ir įvairius laisvės laipsnių skaičius

Pasikliautoji tikimybė Laisvės laipsnių skaičius	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99,5%	99,8%	99,9%
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,60
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21	12,92
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,767
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
80	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
100	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,160	3,373
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291

4.4. Aproximavimas tiese

Aproximavimo tiese („tiesinio aproximavimo“) tikslas – apskaičiuoti tiesės lygties

$$y = A + B \cdot x \quad (4.4.1)$$

koeficientus A ir B ir jų paklaidas mažiausiųjų kvadratų metodu. Mažiausiųjų kvadratų metodo esmė yra tokia. Tarkime, turime matavimo duomenų rinkinį, kurį sudaro argumento x vertės $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ ir atitinkamos funkcijos $y(x)$ vertės; n yra matavimų skaičius. Funkcijos vertes žymėsime y_1, y_2, \dots, y_n . Teorinė y vertė, kuri atitinka duotąją argumento vertę x_k , yra nežinomųjų koeficientų A ir B funkcija (žr. (4.4.1)), todėl galima užrašyti $y(x_k) = y(x_k; A, B)$ ($k = 1, 2, \dots, n$). Koeficientų A ir B apskaičiavimo uždavinys formuluojamas tokiu būdu. Labiausiai tikėtinos yra tos nežinomųjų koeficientų A ir B reikšmės, kurios atitinka reiškinio

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n [y(x_k; A, B) - y_k]^2 \quad (4.4.2)$$

absoliutųjį minimumą. (4.4.2) reiškinys – tai teorinių verčių nuokrypių nuo išmatuotųjų verčių kvadratų suma (iš čia – pavadinimas „mažiausiųjų kvadratų metodas“). Šis reiškinys visada turi minimumą, esant tam tikroms tiksliai apibrėžtoms A ir B reikšmėms. Tačiau, net jeigu teorinės funkcijos $y(x)$ pavidalas tiksliai atitinka tikrąjį matuojamųjų dydžių y ir x sąryšį, šios optimalios A ir B reikšmės, kurios atitinka kvadratų sumos F minimumą, nebūtinai sutampa su tikrosiomis A ir B reikšmėmis. Taip gali būti, pvz., dėl matavimo paklaidų. Mažiausiųjų kvadratų metodu galima apskaičiuoti tik labiausiai tikėtinas koeficientų A ir B reikšmes.

Viskas, kas anksčiau pasakyta apie mažiausiųjų kvadratų metodą, tinka ne vien tuo atveju, kai teorinė funkcija $y(x)$ yra tiesė. Nepriklausomai nuo šios funkcijos pavidalo ir nuo nežinomųjų koeficientų skaičiaus, reikia minimizuoti (4.4.2) pavidalo reiškinį. Tačiau, kai $y(x)$ yra tiesė, šį uždavinį galima išspręsti analiziškai (t. y. A ir B galima išreikšti elementariais algebriniais reiškiniais), o netiesinės funkcijos atveju šį uždavinį galima išspręsti tik skaitmeniškai (nuosekliųjų artinių metodu, naudojant kompiuterį).

Jeigu $y(x)$ yra tiesinė funkcija (4.4.1), tada kvadratų suma (4.4.2) yra tokio pavidalo:

$$F(A, B) \equiv \sum_{k=1}^n (A + Bx_k - y_k)^2 = nA^2 + B^2 \sum_{k=1}^n x_k^2 + \sum_{k=1}^n y_k^2 + 2AB \sum_{k=1}^n x_k - 2A \sum_{k=1}^n y_k - 2B \sum_{k=1}^n x_k y_k. \quad (4.4.3)$$

Kaip žinoma iš matematinės analizės, kelių kintamųjų funkcijos minimumo taške jos dalinės išvestinės visų kintamųjų atžvilgiu yra lygios nuliui. Prilyginus nuliui (4.4.3) reiškinio dalines išvestines A ir B atžvilgiu, gaunama dviejų tiesinių algebrinių lygčių sistema, kurios nežinomieji yra koeficientai A ir B . Šios lygčių sistemos sprendinys yra

$$B = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k y_k - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right) \left(\sum_{k=1}^n y_k \right)}{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}; \quad (4.4.4a)$$

$$A = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k - \frac{B}{n} \sum_{k=1}^n x_k. \quad (4.4.4b)$$

Koeficientas B vadinamas tiesės krypties koeficientu arba tiesės „polinkiu“. Koeficientas A nusako y vertę, kai $x = 0$.

Dauguma duomenų analizės programų (pvz., „Origin“) turi aproximavimo tiesę funkciją. Naudojant Excel, tuo tikslu galima pasinaudoti funkcija LINEST. Nepriklausomai nuo naudojamos programos, tiesės koeficientai apskaičiuojami pagal tas pačias formules (4.4.4a) ir (4.4.4b).