Sveiki,

Atrodo, kad laikėte kiek prasčiau, negu tarpinį atsiskaitymą. Daugelis nespėjot antrosios užduoties. Sunkiausiai sekėsi su užduotimi, kur naudingumo funkcija – kvadratinė šaknis. Klaidžiojote skaičiuodami išvestines. O juk nebuvo taip sudėtinga, tik reikia be klaidų skaičiuoti išvestines ir atlikti algebrinius veiksmus.

Pirmąją užduotį – jei buvot gerai išsiaiškinę, buvo galima parašyti per pusvalandį – tiesiog suskaičiouti atitinkamas išvestines ir surašyti į sistemą. Dar patikrinti atitinkamą matricą. Likusių 1,5 val. antrajai užduočiai turėjo užtekti praeiti jau nagrinėtu keliu, tik su kažkiek modifikuotais parametrais. Aišku, jei tas kelias nebuvo pakankamai išnagrinėtis, tai ir nagrinėti, ir eiti su kitais parametrais buvo sunkiau.

Pateikiu jums užduočių sprendimus, galite patys įvertinti, ką parašėte. Pažymius suvesiu iki savaitės pabaigos.

Geros vasaros!

T.Medaiskis

**UŽDUOTIS**

Tegu eurų reikia T metų dalinti vartojimui ir taupymui. Metų t pradžioje dalį turimų lėšų skiriame vartojimui, likusią dalį investuojame metams su grąža . Pažymime

Pažymėkime metų t-1 pabaigoje turimas lėšas, o sprendimą, kiek suvartoti t metais. Tada dalis liks investicijoms, ir metų t pabaigoje turėsime lėšų, iš jų skirsime vartojimui ir t.t. Naudingumo funkcija – kvadratinė šaknis: yra vartojimo naudingumas. Be to, skirtingų laikotarpių naudingumo palyginimui naudokime diskontavimo koeficientą .

Išnagrinėkite šį uždavinį begalinio laiko režime (7 temos 1.3 p.) ir raskite stacionarų santykį – kokią likusių lėšų dalį optimalu stacionariai vartoti. Galite pradėti nuo „pažingsninio“ būdo, kad suskaičiavus  būtų lengviau suformuluoti prielaidą (spėjimą) dėl išraiškos per neapibrėžtinį koeficientą (šiame variante tai nebus logaritmas).

Pabandykite tą patį rezultatą gauti Eulerio lygties pagalba. Iš jos lengvai rasite santykį , o iš jo apskaičiuosite ribinę reikšmę

**SPRENDIMAS**

Rekurentinė funkcija šiuo atveju

Tikėdamiesi, kad galima gauti jos išreikštinį pavidalą ir norėdami jį atspėti, suskaičiuokime kelias reikšmes, kaip įprasta, „nuo galo“:

Skaičiuojam figūriniuose skliaustuose esančio reiškinio išvestinę ir prilyginam nuliui

Dabar galime gauti išraišką

Matome, kad galime daryti spėjimą, jog . Šį spėjimą galima būtų patikrinti matematinės indukcijos būdu, bet kadangi mums rūpi stacionarus procesas, tai imkime , rekurentinė lygtis virs

Remkimės aukščiau pagrįsta prielaida .

Skaičiuojam su šia prielaida

 Figūriniuose skliaustuose esančio reiškinio išvestinę prilyginam nuliui

Dabar galime gauti išraišką

Todėl

arba

Iš anksčiau gautos formulės

ko ir buvo ieškoma.

**UŽSUOTIS**

Modifikuokite McCallo tarplaikinės darbo paieškos modelį tokiu būdu: tegu priėmęs pasiūlymą dirbti už eurų, asmuo toliau gauna ne pastovų kaip originaliame modelyje, o didėjantį uždarbį: ir t.t. . Taigi priėmus darbo pasiūlymą gaunama nauda yra ( Išveskite šiam atvejui lygtį, iš kurios apskaičiuotume *„reservation wage“* (rezervavimo algą). Siūlomos algos pasiskirstymo funkcija laike nekinta. Bandykite Leibnitzo formulės pagalba pagrįsti, kokia šiuo atveju bus *„reservation wage“*, lyginant su baziniu modeliu: didesnė ar mažesnė? Pradėkit nuo paprastesnio modelio varianto; jei liks laiko, bandykite modifikuoti ir sudėtingesnį (su atleidimo iš darbo tikimybe) variantą. Tačiau galite iš karto pradėti ir nuo sudėtingesnio varianto, o paprastesnis bus gaunamas kaip jo dalinis atvejis.

**SPRENDIMAS**

Dabar nauda iš priimto pasiūlymo yra

Todėl rekurentinė formulė dabar atrodo taip

Daugiklis prie integralo parodo, kad vertinama būsimo laikotarpio nauda; dėl trumpumo žymima tiesiog , nes kitų pasiskirstymo funkcijų šiame uždavinyje nėra.

*Kai kas nusprendėt, kad daugiklį reikia dėti ir prie integralo, t.y. rašyti*

*Bet kodėl? Ką čia pasako tas prie integralo? Juk dabar jau apibrėžiame kaip „modifikuotą“ naudą, jau atsižvelgiančią į pradinio darbo užmokesčio didėjimą. Antrą kartą atsižvelgti, dauginant iš , nebereikia. Juk dabar – naujojo, o ne senojo uždavinio . Jei manote, kad reikėtų atsižvelgti, jog ateityje asmeniui siūlomos algos indeksuosis dydžiu , tai sąlygoje specialiai pasakyta: siūlomos algos pasiskirstymo funkcija laike nekinta. Kitaip tariant, tai tik sutikusio dirbti už eurų asmens alga didėja, o algų pasiūla rinkoje nekinta. Jei norėtume daryti prielaidą, kad laike kinta, tai taip paprastai padauginti iš nepavyktų vien jau dėl to, kad galėtų viršyti vienetą, bet juk tai tikimybė, kuri negali būti didesnė. Be to tektų imti rėžius ir o tai jau kita istorija.*

Užrašymo racionalizavimui esam pažymėję .

 Funkcijos struktūra dabar yra maksimumas iš tiesės pagal , būtent , ir konstantos taigi tiesiog laužtė, storesne raudona linija pavaizduota brėžinyje.

Vieta, kur kertasi linijos ir kaip tik ir yra ta vieta, kur darbo pasiūlymas dirbti už eurų pradeda būti naudingesnis už kito pasiūlymo laukimą. Raudona linija yra todėl iš brėžinio turėtų būti matoma, kad modifikuotame modelyje rezervavimo alga mažesnė. Tačiau čia galima būtų ginčytis, nes linija yra aukščiau, nes dabar didesnis. Todėl atsakymas ne toks jau paprastas ir turėtų būti formaliai įrodytas.

Atlikę visus veiksmus (žr. paskaitas), gauname

Ši lygtis ir yra mūsų ieškota lygtis su vienu nežinomuoju, būtent , kuris ir yra tas atlyginimas, už kurį verta pradėti dirbti. Ar vis dėlto ? Ar ? (čia - nemodifikuoto modelio sprendinys).

Tai galima išsiaiškinti Leibnitzo formulės pagalba, skaičiuojant išvestinę pagal .

Sveikam protui neturėtų prieštarauti rezultatas, kad asmuo imsis iš pradžių dirbti už mažiau, žinodamas, kad jo atlyginimas kils.

**UŽDUOTIS**

Užrašykite būtinas ir pakankamas sąlygas nurodytos funkcijos minimumui rasti

su apribojimais-nelygybėmis

Paaiškinkite, kokia teorija remiantis užrašėte šias sąlygas. *(Patarimas: Pirmoje nelygybėje lengvai galite pakeisti į padauginę ją iš -1, o tada jau galite taikyti paskaitose nagrinėtas sąlygas).* Jei liks laiko,bandykite rasti skaitines sprendinio reikšmes.

**SPRENDIMAS**

Patikriname, ar turime reikalo su iškiliojo programavimo uždaviniu. Apribojimai tiesiniai, todėl savaime apibrėžia iškiliąją daugiabriaunę aibę.

Tikslo funkcijos iškilumui patikrinti suskaičiuojame Hesses matricą

Jos pagrindiniai minorai 4 > 0, 4·10-3·3 = 31 > 0, visos matricos determinanatas 238 > 0, taigi funkcija iškilioji, o visas uždavinys iškiliojo programaviomo. Todėl pagal žinomą teoriją jo sprendinys sutampa su Lagrange‘o funkcijos

balno tašku, kuriam rasti rašome sąlygas

*Čia pražiopsojote visi. Jei nėra laisvas, o reikalaujama , tai reikia rašyti dvi priklausomybes – nelygybę ir lygybę.*

*Kadangi neneigiamumo nereikalaujama, tai užtenka atitinkamas išvestines prilyginti nuliui.*

Jei bandytume variantą sprendinio negautume.

Sprendinį gauname variantu Šiuo variantu turime 4 lygtis su 4 nežinomaisiais

Sprendinys:

**UŽDUOTIS**

Užrašykite sąlygas, iš kurių galima rasti nurodytos funkcijos minimumą ar maksimumą

tenkinantį apribojimus-lygybes

Kaip patikrinsite, ar šias sąlygas tenkinantis kritinis taškas yra minimumas ar maksimu­mas.Jei liks laiko, apskaičiuokite to taško skaitines nežinomųjų reikšmes.

**SPRENDIMAS**

Užrašome Lagrange‘o funkciją. yra dvimatis, nes m = 2

Skaičiuojame išvestines

Išsprendę šią 6 lygčių su 6 nežinomaisiais sistemą, gauname kritinį tašką

Apskaičiuojame aprėmintą Hesses matricą. Kadangi m=2, viršutiniame kampe 2x2 nulių blokas.

Kadangi m = 2, mus domina minorai, pradedant nuo H3. Minimumui jie turi būti (-1)2 ženklo, t.y. teigiami. H3 yra

Pasitelkę Excel funkciją MDETERM , įsitikiname, kad tikrai jo reikšmė H3 =448.

H4 yra visos matricos determinantas. Jo reikšmė H4 = 36480.