**Matematinių ekonominės analizės metodų egzamino klausimai.**

**II dalis 2021/22 pavasario sesija.**

1. Klasikinis sąlyginio optimiza­vimo uždavinys. Lagrange’o funkcija ir jos panaudojimas sprendimui. Hesses matrica (uždaviniui be apribojimų) ir aprėminta Hesses matrica (uždaviniui su apribojimuais) kaip priemonė kritinio taško ekstremalumui patikrinti. Iliustruokite teoriją nurodyto uždavinio pavyzdžiu.

Galimi klasikinių uždavinių taikymo pavyzdžiai:

a) Konkuruojančių įmonių pavyzdys. Sprendimo variantai, esant skirtingoms prielaidoms apie konkurenciją.

b) Asmuo iš turimų 16 aktyvumo valandų per parą renkasi, kiek laiko dirbti, o kiek skirti laisvalaikiui

1. Matematinio programavimo uždavinys. Geometrinis (grafinis) interpretavimas. Lokalūs ir globalūs ekstremumai. Iškiliojo programavimo uždavinys: pagrindiniai iškilumo apibrėžimai ir jų interpretavimas.
2. Būtinos ir pakankamos iškiliojo programavimo uždavinio sprendinio sąlygos, jų pagrindimas, remiantis būtina ir pakankama diferencijuojamos funkcijos iškilumo sąlyga. Bendras ir specialūs atvejai: minimizavimas visoje erdvėje Rn ir Rn+ Užrašykite šias sąlygas nurodytam uždaviniui.
3. Iškiliojo programavimo uždavinys su m-mačiais apribojimais **g(x) ≤ b**. Lagrange'o funkcijos balno taškas, jo ryšys su sprendiniu. Kuhno-Tuckerio teorema. Užrašykite minimizavimo sąlygas nurodytam uždaviniui.

Galimas taikymo pavyzdys: Netiesinis gamybos planavimo uždavinys su kainodara.

1. Gaubtinės teorema ir iš jos išplaukianti Lagrange’o daugiklių ekonominė prasmė.
2. Optimalaus valdymo teorijos uždavinys (diskrečiame laike), galimi taikymai ekonomikoje. Pateikite pavyzdžių. Uždavinio sprendimo būdai.
3. Eulerio lygtis. Pritaikymas paprasčiausiam dinaminiam daugiažingsniam uždaviniui, kuriame optimizuojama turimų santaupų vartojimo ir investavimo strategija per baigtinį laikotarpį (vartoti x0 eurų santaupas T metų, likusią dalį investuojant).
4. Eulerio lygtis. Pritaikymas makroekonominio vartojimo ir investavimo pasirinkimo uždavinio Cobbe-Douglaso funkcijos pagrindu sprendimui. Ribiniai rezultatai begalinio laiko atveju.
5. Optimalaus valdymo teorijos uždavinio sprendimas dinaminio programavimo metodu. Bellmano optimalumo principas ir rekurentinė Bellmano formulė.
6. Dinaminio uždavinio, kuriame optimizuojama turimų santaupų vartojimo ir investavimo strategija per baigtinį laikotarpį (vartoti x0 eurų santaupas T metų, likusią dalį investuojant) **tiesioginis** sprendimas rekurentinės Bellmano funkcijos pagalba.
7. Dinaminio uždavinio, kuriame optimizuojama turimų santaupų vartojimo ir investavimo strategija per begalinį laikotarpį (vartoti x0 eurų santaupas, likusią dalį investuojant) sprendimas rekurentinės Bellmano funkcijos pagalba, panaudojant prielaidą apie šios funkcijos išraišką (neapibrėžtinių koeficientų metodas). Rasti ribinius kintamųjų santykius *(steady state).*
8. Makroekonominis vartojimo ir investavimo pasirinkimo uždavinys Cobbe-Douglaso funkcijos pagrindu su begaliniu laiku. Sprendimas rekurentinės Bellmano funkcijos pagalba, panaudojant prielaidą apie šios funkcijos išraišką (neapibrėžtinių koeficientų metodas). Rasti ribinius kintamųjų santykius *(steady state).*
9. Dinaminis įrengimų paskirstymas įmonėms. Atitinkamas optimalaus valdymo uždavinys, rekurentinė Bellmano funkcija ir sprendimas tabuliavimo būdu.
10. Dinaminis įrengimo pakeitimo uždavinys. Atitinkamas optimalaus valdymo uždavinys, rekurentinė Bellmano funkcija, jos tabuliavimas.
11. McCall tarplaikinės darbo paieškos modelis. Parametrų įtakos sprendiniui įvertinimas Leibnitzo formulės pagalba.
12. McCall tarplaikinis darbo paieškos modelis su atleidimo iš darbo galimybe. Parametrų įtakos sprendiniui įvertinimas Leibnitzo formulės pagalba.
13. Stacionaraus nedarbo lygio ir darbo pasiūlymo laukimo laiko apskačiavimas remiantis tarplaikinio darbo paieškos modelio rezultatais.

Egzaminui bus pateikta po dvi užduotis. Pirma paprastesnioji, skirta pritaikyti paskaitose išdėstytus metodus standartinio optimizavimo uždavinio sprendimui. Tai

* klasikinis uždavinys su apribojimais-lygybėmis, kur reikia užrašyti sąlygas kritiniam taškui surasti ir aprėmintos Hesse matricos determinantų pagalba įvertinti tą kritinį tašką.
* arba iškiliojo programavimo uždavinys (įsitikinti, ar tikrai iškiliojo), kuriam reikia užrašyti būtinas ir pakankamas ekstremumo sąlygas.
* arba tabuliavimui (skaičiavimui lentelėmis) skirtas dinaminio programavimo uždavinys

Visais atvejais svarbiausia gauti ne patį skaitinį sprendinį (nors ir tai pageidautina), bet teisingai užrašyti sąlygas, arba suformuoti dinamines lenteles, iš kurių bus ieškomas sprendinys, ir pagrįsti, kokiais teoriniais argumentais (matematiniais teiginiais) remiantis šios sąlygos užrašytos, taip pat kokia būtų jų sprendimo eiga, jei galutinio skaitinio sprendinio (visų lentelių nesuskaičiuosite iki galo) ir nepateiksite. Rekomenduočiau pradėti nuo šios paprastesniosios užduoties, užrašyti reikiamas lygtis ir priklausomybes, paaiškinimus dėl jų, bet pačią skaitinio sprendimo procedūrą atidėti, jei liks laiko po sudėtingesnės užduoties.

Sudėtingesnioji užduotis reikalauja pritaikyti paskaitose nagrinėtus metodus paskaitose nagrinėtų ar minėtų modelių modifikuotiems variantams išspręsti. Jei gerai išsiaiškinsite, kaip taikėme optimizavimo procedūras, Eulerio lygtį, įvairius dinaminio programavimo priėjimus tam tikriems modeliams, nesunkiai juos pakartosite modifikuotam jų variantui (su kitokia tikslo funkcija, kitokiomis prielaidomis ir pan.).

Darbuose neturi būti vien formulės. Būtinai turite parašyti paaiškinimus, kodėl darote taip ar kitaip, taip pat paaiškinti ir interpretuoti gautą rezultatą.

Jei jau labai nesisektų iki galo išspręsti modifikuotą variantą, vis tiek parodykite, kaip bandėte.

Sėkmės!

Jei turite klausimų ar kas neaišku, rašykite.