**Klausimai jums bus įkelti balandžio 9 d. 9 val. į mano tinklapį web.vu.lt/ef/t.medaiskis.**

**Kiekvienam laikančianm – 4 klausimai, viso 10 balų.**

**Visa medžiaga pasiruošti yra mano vadovėlyje, o ko nėra – mano tinklapyje pateiktoje paskaitų medžiagoje. Beje, vadovėlis taip pat įdėtas į tinklapį, o netiesinio programavimo mokomoji medžiaga formaliai surašyta pirmąkart (ankstesniais metais reikėjo kliautis paskaitų metu daromais užrašais).**

**Kadangi o mokėjimas rašyti ir naudoti formules – esminė šio dalyko dalis, tai tikriausiai teks parašyti atsakymus ranka, skanuoti (fotografuoti) ir įmanomai kompaktiškesniu būdu sudėti į atsakymo failą (geriausiai pdf formato). Šį failą atsiųsti man nurodytu e-mail adresu** **tmedaiskis@gmail.com**

**Per laiką, likusį iki egzamino, siūlau koncentruotis ties dviem dalykais:**

**Pirma, pasikartoti, pasiaiškinti semestro medžiagą. Pridedu orientacijai, kaip gali atrodyti klausimai, kurie bus jums pateikti. Sąrašas nėra visiškai išsamus, bet supratimą, manau, duos. Konkrečios formuluotės gali būti kiek pakeistos, kad būtų jums sudaryta proga parodyti bent kiek kūrybiškumo, ne vien faktinės medžiagos žinojimą.**

**Antra, pasitreniruoti spręsti iškiliojo programavimo uždavinius, nes tokie gali būti pateikti egzamine, o laikas ribotas. Sprendimų pavyzdžiai pateikti jums paskaitose, kai ką pridedu ir čia.**

**Jei mokantis kas bus neaišku, nesidrovėkite klausti. Geriau adresu** **tmedaiskis@gmail.com**

ORIENTACINIAI EGZAMINO KLAUSIMAI

Išvardinkite ir trumpai pakomentuokite pagrindinius operacijų tyrimo uždavinio bruožus.

Iš ko, kada ir kaip kilo „operacijų tyrimo“ pavadinimas?

Apibūdinkite svarbiausiais operacijų tyrimo uždavinių klases.

Kokius uždavinius sprendžia matematinis programavimas? Kokias žinote jo rūšis (dalis)?

Kokie matematiniai metodai naudojami operacijų tyrime? Išvardinkite ir trumpai apibūdinkite.

Užrašykite gamybos planavimo uždavinį. Paaiškinkite, ką reiškia jo apribojimų matricos, tikslo funkcijos koeficientai ir kokia jo apribojimų bei tikslo funkcijos prasmė.

Suformuluokite dietos uždavinį. Paaiškinkite, ką reiškia jo apribojimų matricos, tikslo funkcijos koeficientai ir kokia jo apribojimų bei tikslo funkcijos prasmė.

Brėžiniu atvaizduokite ir paaiškinkite atvejį, kai tiesinio programavimo uždavinio tikslo funkcija neaprėžta.

Brėžiniu atvaizduokite ir paaiškinkite atvejį, kai tiesinio programavimo uždavinys turi ne vienintelį sprendinį.

Brėžiniu atvaizduokite ir paaiškinkite atvejį, kai tiesinio programavimo uždavinio apribojimai prieštaringi.

Trumpai paaiškinkite simpleksinio metodo esmę. Kodėl šio metodo žingsnių skaičius baigtinis? Ar visada?

Baigiamosios simpleksinės lentelės apatinėje eilutėje yra nulių. Ką tai sako apie optimalų planą?

Sprendžiate gamybos planavimo uždavinį su 5 išteklių rūšimis ir 12 galimų gaminti produktų rūšių. Kiek daugiausia produktų optimaliame atraminiame plane bus gaminama? Kodėl?

Suformuluokite dualų gamybos planavimo uždavinį. Paaiškinkite, kodėl formuluojate būtent taip, ypatingai atkreipkite dėmesį į jo nežinomųjų (dualių kainų) ekonominę prasmę.

Kokia dualaus gamybos planavimo uždavinio apribojimų **pa**j ≥ cj ekonominė prasmė?

Kaip interpretuotumėte dietos uždavinio dualius nežinomuosius?

Įrodykite, kad tiesioginio ir dualaus tiesinio programavimo uždavinių tikslo funkcijų reikšmes leistinuose planuose sieja nelygybė **cx ≤ pb.** Pateikite jos interpretaciją gamybos planavimo uždavinyje.

Kada tiesioginio ir dualaus gamybos planavimo uždavinio tikslo funkcijų reikšmes leistinuose planuose **x** ir **p** sieja griežta nelygybė **cx < pb?** Įrodykite ir pateikite ekonominę interpretaciją.

Tiesioginio ir dualaus uždavinio leistinus planus **x\*** ir **p\*** sieja lygybė **cx\* = p\*b. Ar** ši sąlyga tik būtina, tik pakankama, ar būtina ir pakankama, kad **x\*** ir **p\*** būtų pripažinti optimaliais planais? Įrodykite teisingą variantą ir pateikite sąlygos **cx\* = p\*b** ekonominį interpretavimą.

Jei vieno iš dualių uždavinių tikslo funkcija neaprėžta, tai kitas uždavinys (a) neturi leistinų planų; (b) jo tikslo funkcija taip pat neaprėžta; (c) turi tik išsigimusius atraminius planus. Įrodykite teisingą variantą.

Kiek padidės gamybos planavimo uždavinyje maksimalus pelnas, jei i-tųjų išteklių kiekis padidės dydžiu Δbi ? Kodėl?

Antrosios dualumo teoremos formulavimas ir interpretavimas

Suformuluokite transporto uždavinį ir paaiškinkite jo nežinomųjų, parametrų bei apribojimų prasmę.

Ar transporto uždavinys yra tiesinio programavimo uždavinys? Ar jis sprendžiamas simpleksiniu metodu? Atsakymą pagrįskite.

Ar subalansuotas transporto uždavinys visada išsprendžiamas? Kodėl?

Transporto uždavinyje su fiktyviu tiekėju žinoma, kad už produkto vieneto nepristatymą septintam gavėjui pervežimus organizuojanti įmonė moka 50 eurų baudą. Kaip į tai atsižvelgsite, spręsdami uždavinį?

Transporto uždavinyje reikia, kad trečias tiekėjas tiektų ne mažiau kaip 10 vienetų produkto septintam gavėjui. Kaip to pasieksite?

Transporto uždavinyje su fiktyviu tiekėju reikia, kad septintas gavėjas būtinai gautų visą užsakytą produktą. Kaip to pasieksite? Paaiškinkite.

Transporto uždavinyje su fiktyviu gavėju žinoma, kad septinto tiekėjo sandėlyje likusio neišvežto produkto vieneto sandėliavimas kainuos 10 eurų, ir už tai turės sumokėti pervežimus organizuojanti įmonė. Kaip į tai atsižvelgsite, spręsdami uždavinį?

Suformuluokite atsargų valdymo uždavinį (įmonė planuoja gamybą ir atsargas m dienų į priekį). Kaip šį uždavinį paverčiame įprastu transporto uždaviniu?

Suformuluokite paskyrimų uždavinį. Paaiškinkite jo nežinomųjų, parametrų, apribojimų prasmę.

Kas yra sveikaskaitinio programavimo uždaviniai? Kokie gali būti jų taikymai? Apibūdinkite jums žinomus sveikaskaitinio programavimo uždavinių sprendimo metodus, jų galimus privalumus ir trūkumus

Suformuluokite kuprinės uždavinį. Kur jis gali būti taikomas?

Suformuluokite ir paaiškinkite karpymo uždavinį: apribojimus, nežinomuosius, tikslo funkciją ir t.t. Kokiai uždavinių klasei šis uždavinys priklauso?

Gamybos planavimo uždavinį reikia papildyti sąlyga, kad j-tojo produkto galima arba negaminti arba gaminti ne mažiau kaip dj vienetų. Kokius papildomus apribojimus įtrauksite į uždavinį ir kodėl?

Gamybos planavimo uždavinį reikia papildyti sąlyga, kad iš n galimų gaminti produktų rūšių leidžiama gaminti tik k < n rūšių. Kokius papildomus apribojimus įtrauksite į uždavinį ir kodėl.

Tiesinio programavimo uždavinyje reikia atsižvelgti į netolydžią tikslo funkciją: vietoj įprastos koeficiento c ir nežinomojo x minimizavimo sandaugos cx reikalaujama, kad c(x) = cx + d , kai x > 0, bet c(x) = 0, kai x = 0. Kaip modifikuosite uždavinį papildomo binarinio nežinomojo pagalba?

Atkirtimo algoritmų, naudojamų sveikaskaitiniams uždaviniams spręsti, esmė. Iliustruokite brėžiniu.

Suformuluokite netiesinio programavimo uždavinį, atvaizduokite jį grafiškai ir apibrėžkite globalų bei lokalų ekstremumus. Parodykite juos brėžinyje. Kokiuose uždaviniuose jie sutampa?

Apibrėžkite iškiliąją erdvės Rn aibę. Iliustruokite brėžiniu.

Apibrėžkite iškiliąją funkciją. Pailiustruokite apibrėžimą brėžiniu. Kokias iškiliąsias funkcijas žinote?

Užrašykite ir brėžiniu iliustruokite būtiną ir pakankamą diferencijuojamos funkcijos iškilumo sąlygą. Kaip ši sąlyga panaudojama sprendžiant iškiliojo programavimo uždavinį?

Būtinos ir pakankamos sąlygos ieškant diferencijuojamos iškiliosios funkcijos minimumo visoje erdvėje Rn ir aibėje Rn+ (**x** ≥ **0**). Užrašykite atitinkamas sąlygas konkrečiai funkcijai.

Užrašykite iškiliojo programavimo uždavinio (min) φ(**x**) su sąlyga **g(x) ≤ b** Lagrange‘o funkciją ir apibrėžkite jos balno tašką. Kaip šis balno taškas siejamas su uždavinio sprendiniu? Užrašykite lygtis ir nelygybes balno taškui surasti konkrečiame uždavinyje

Kas yra gaubtinės teorema? Kuo ji gali būti naudinga modeliuojamos ekonominės ar verslo situacijos analizei? Įrodykite šios teoremos atskirą atvejį uždaviniui (min) φ(**x**) su sąlyga **g(x) ≤ b.**

IŠKILIOJO PROGRAMAVIMO UŽDAVINIAI SAVARANKIŠKAM SPRENDIMUI

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Rasti minimumą | Besąlyginis | Su sąlygom $x\_{1}\geq 0; x\_{2}\geq 0;$$$x\_{1}+x\_{2}\leq 20. $$ |
| (min) $2x\_{1}^{2}+6x\_{1}x\_{2}+5x\_{2}^{2}+10x\_{1}-12x\_{2}$ | (-43;27) | (0; 1,2) |
| (min) $5x\_{1}^{2}+2x\_{1}x\_{2}+x\_{2}^{2}-80x\_{1}+120x\_{2}$ | (25;-85) | (8;0) |
| (min) $x\_{1}^{2}-2x\_{1}x\_{2}+8x\_{2}^{2}+70x\_{1}-14x\_{2}$ | (-39;-4) | (0; 0,875) |
| (min) $3x\_{1}^{2}+4x\_{1}x\_{2}+5x\_{2}^{2}+110x\_{1}-132x\_{2}$ | (-37;28) | (0; 13,2) |
| (min) $3x\_{1}^{2}-4x\_{1}x\_{2}+5x\_{2}^{2}+88x\_{1}-66x\_{2}$ | (-14;1) | (0; 6,6) |
| (min) $-3x\_{1}^{2}+4x\_{1}x\_{2}-2x\_{2}^{2}+8x\_{1}+12x\_{2}$ | (10;13) | (0; 6,6) |
| (min) $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}-40x\_{1}-20x\_{2}$ | (20;10) | (15;5) p=10 |
| (min) $x\_{1}^{2}+2x\_{2}^{2}-40x\_{1}-40x\_{2}$ | (20;10) | (13,33; 6,67) p=13,33 |

(min) $5x\_{1}^{2}+2x\_{2}^{2}+6x\_{3}^{2}+x\_{1}x\_{2}+7x\_{1}x\_{3}+5x\_{2}x\_{3}-24x\_{1}+5x\_{2}-11x\_{3}$

Besąlyginis minimumas (2;3;-1)

Minimumas $R\_{+}^{2}$ (2,4;0;0)

Minimumas $R\_{+}^{2}$ su sąlyga$2x\_{1}+x\_{3}\leq 3$ (1,5;0;0) p=4,5

(min) $4x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+7x\_{3}^{2}+6x\_{1}x\_{3}+4x\_{2}x\_{3}-2x\_{1}+8x\_{2}+16x\_{3}$

Besąlyginis minimumas (1;-2;-1)

Minimumas $R\_{+}^{2}$ (0,25;0;0)

Minimumas $R\_{+}^{2}$ su sąlyga$ 10x\_{1}+2x\_{2}\leq 2$ (0,2;0;0)

**Egzamine gali pasitaikyti ir tokio pobūdžio uždavinys (buvo paskaitose, siūlyta spręsti savarankiškai).**

Parduotuvė prieš šventes gamina dviejų rūšių sūrių pudingus. Pirmojo kilogramui reikia 0.2 kg priedų ir 0.8 kg brangaus sūrio. Antrojo kilogramui reikia 0.2 kg priedų, 0.3 kg brangaus ir 0.5 kg. pigaus sūrio. Žinoma, kad pudingų paklausas (x1;x2) su kainomis (K1; K2) sieja tokie sąryšiai:

**x1 = 200 - 25·K1 ; x2 = 180 – 36K2**

Parduotuvė turi iš viso 20 kg priedų, 60 kg brangaus sūrio ir kiek norima pigaus.

Kiek kokio pudingo gaminti ir kaip nustatyti kainas, kad gautos iš pardavimo pajamos būtų maksimalios?